АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXV 1989 Вып. 2

УДК 534.283

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ БЕЗОПОРНОГО АКТИВНОГО ВИБРОГАШЕНИЯ

Митюгов В. В., Циберев А. В.

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование безопорной активной виброгасящей системы. Оценена потенциальная эффективность такой системы, которая может быть достигнута после преодоления существующих технических трудностей.

Известен широкий набор методов подавления механических вибраций [1—4]. Наряду с различными вариантами пассивного демпфирования с конца 50-х годов исследуются возможности построения активных систем виброподавления (АСВП), включающих в себя внешние источники энергии, цепи управления и исполнительные элементы. Вопросам создания конкретных схем АСВП, их эффективности и устойчивости посвящено большое количество работ (обширная библиография дана в [2, 3]). В большинстве из них показателями эффективности выбранной схемы АСВП служат величина подавления вибраций заданного объекта и ширина рабочей полосы частот, при которых система остается устойчивой. Ясно, что для практических применений эти параметры наиболее важны. Однако по ним трудно судить о том, насколько полно реализованы возможности АСВП применительно к данному объекту. В то же время для оценки целесообразности усилий по повышению эффективности АСВП необходимо знать, какие факторы ограничивают степень подавления и является ли это ограничение принципиальным для применяемого класса АСВП или просто следствием неоптимальности технических решений. Данная работа представляет собой попытку единого рассмотрения вопросов об эффективности и устойчивости одного класса АСВП — безопорных точечных широкополосных систем типа импедансной нагрузки.

Поясним подробнее о каком классе АСВП идет речь. Пусть распределенная колебательная система (объект) совершает колебания под действием точечной силы. Активная виброгасящая система состоит из датчика колебаний, исполнительного элемента и цепи обратной связи. Датчик и исполнительный элемент крепятся к объекту как можно ближе к точке действия силы и не имеют механических контактов где-либо вне этого объекта. Из общефизических соображений понятно, что датчиком в безопорной схеме может служить только акселерометр. Для обеспечения широкополосности исполнительный элемент должен быть линейным; его функцию может выполнять, например, электродинамический вибратор. Одними из первых подобную схему АСВП исследовали Роквелл и Лотер как в опорном, так и в безопорном вариантах [5—7].

Для сравнительных оценок и физического сопоставления понадобится краткий анализ пассивного виброгасителя, также работающего по безопорному принципу. Такой виброгаситель представляет собой массу, закрепленную на объекте через вязко-упругие связи. Достаточно общим случаем пассивной нагрузки является резонансный динамический демпфер [2]. Его эквивалентная схема, построенная на электромеханической аналогии «скорость — ток», представляет собой двухполюсник в виде параллельного колебательного контура (фильтра-пробки). Пусть M — масса демпфера, k — жесткость связи и R — затухание в ней, носящее вязкостный характер

и не зависящее от частоты. Динамический демпфер имеет импеданс

$$z_д(j\omega)=j\omega M\frac{\Omega_0^2+j\dfrac{\omega\Omega_0}{Q}}{\Omega_0^2+j\dfrac{\omega\Omega_0}{Q}-\omega^2}, \tag{1}$$

где $\Omega_0=(k/M)^{1/2}$ — резонансная частота демпфера, $Q=\Omega_0 M/R$ — его добротность.

Входной импеданс распределенного объекта представим в виде

$$z_0(j\omega)=\left[\sum_{i=0}^{\infty}(z_i(j\omega))^{-1}\right]^{-1}. \tag{2}$$

Здесь $z_i(j\omega)=(j\omega)^{-1}M_i(\omega_i^2-\omega^2+j\omega\omega_i/Q_i)$ — модовый импеданс, ω_i и Q_i — резонансная частота и добротность i-й моды колебаний [8]. Будем считать, что спектральная плотность амплитуды действующей силы достаточно равномерно распределена в полосе частот, включающей несколько резонансов объекта. Введем коэффициент подавления i-го резонанса как отношение абсолютных величин скоростей i-й моды в точке действия силы после и до установки демпфера:

$$\eta_i=\left|\frac{z_i(j\omega_i)}{z_i(j\omega_i')+z_д(j\omega_i')}\right|, \tag{3}$$

где ω_i' — i-я резонансная частота, сместившаяся под влиянием нагрузки. Выбор такого критерия оправдан, если добротность объекта велика ($Q_i\gg 1$), тогда при широкополосном возбуждении энергия колебаний сосредоточена преимущественно на резонансных частотах.

Поставим задачу подавления нескольких резонансов объекта. Для этого выберем $1\leqslant Q\ll Q_i$ и настроим демпфер примерно в центр требуемой полосы частот. Элементарные выкладки показывают, что подавление резонансов объекта, лежащих вблизи Ω_0, описывается формулой

$$\eta_i=\left[\left(1+\frac{M}{M_i}Q_iQ\right)^2+\left(\frac{M}{M_i}Q_i\right)^2\right]^{-1/2}.$$

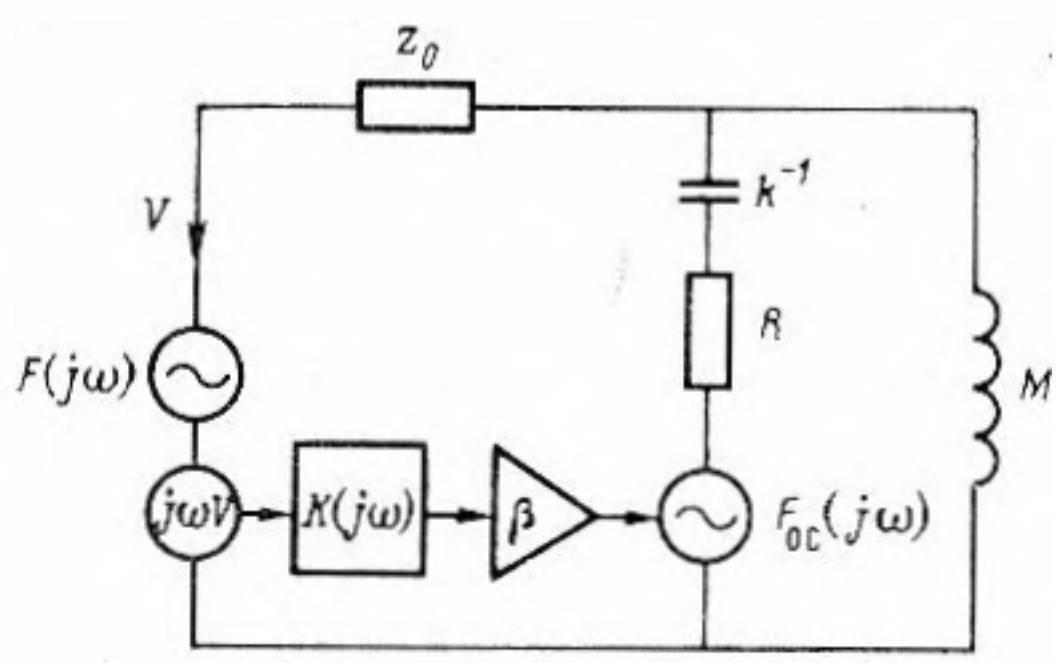
Для типичного случая $M\ll M_i$ получим $\eta_i\simeq 1+Q_iQM/M_i$. Из (1) и (3) нетрудно заключить, что при условии примерного равенства модовых масс M_i подавлению того же порядка подвергнутся все резонансы на частотах $\omega\simeq\Omega_0(1\pm 1/Q)$. Здесь проявляется своего рода «дополнительность» между величиной подавления и его рабочей полосой: $\Delta\omega\eta_{max}=\mathrm{const}(M/M_i)$.

Изменяя параметры подвеса демпфера или вводя новые связи между массой и объектом, можно перераспределить подавление по частному диапазону, однако добиться большего подавления при той же частотной характеристике без увеличения массы невозможно. Величина массы, точнее ее отношение к модовой или другой характерной массе объекта, является главным фактором, ограничивающим возможности пассивной безопорной виброгасящей системы.

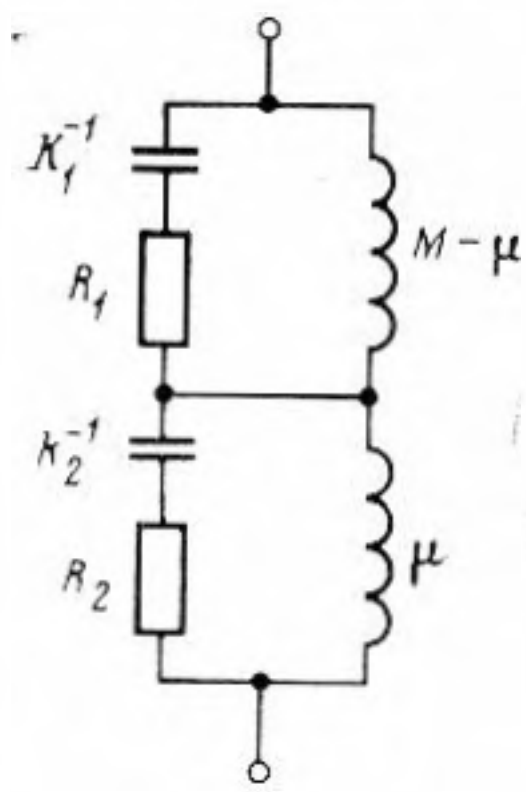
Рассмотрим теперь вопрос о возможности увеличения эффективности системы виброподавления активными средствами. Добавив в динамический демпфер электродинамическую систему возбуждения, поместив в точку действия силы датчик ускорения и соединив его с исполнительным элементом цепью обратной связи, получим безопорную АСВП. Эквивалентная схема, соответствующая нагружению объекта данной АСВП, изображена на фиг. 1. Внешняя возбуждающая сила задана в виде спектральной плотности амплитуды $F(j\omega)$. Цепь обратной связи удобно представить в виде пассивного четырехполюсника $K(j\omega)$, включающего в себя все спектральные свойства цепи, и усилителя с коэффициентом передачи β. Будем счи-

тать, что акселерометр не имеет собственных резонансов, т. е. амплитуда и фаза его чувствительности a=напряжение/ускорение не зависят от частоты. Примем также ряд предположений относительно исполнительного элемента: вибратор имеет единственный резонанс на частоте Ω_0; коэффициент электромеханической связи пренебрежимо мал и механическое движение не влияет на электрический импеданс обмотки; индуктивное сопротивление обмотки много меньше активного и, следовательно, сдвиг фаз между приложенным к обмотке напряжением и развиваемой внутри вибратора электромагнитной силой F_{oc} (фиг. 1) несуществен. Пусть b — коэффициент пропорциональности между напряжением и силой F_{oc}.

Коэффициенты a и b имеют размерности $[a]=\text{В}\cdot\text{с}^2/\text{м}$, $[b]=\text{Н}/\text{В}$, а сквозной коэффициент передачи цепи обратной связи сила/ускорение — размер-



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Эквивалентная схема объекта с входным импедансом $z_0(j\omega)$, нагруженного АСВП

Фиг. 2. Эквивалентная схема АСВП с ФНЧ 2-го порядка в цепи обратной связи

ность массы. Его удобно представить в виде

$$\frac{F_{oc}(j\omega)}{j\omega V}=ab\beta K(j\omega)=\mu K(j\omega),$$

где V — амплитуда скорости в точке действия силы, а $\mu=ab\beta$ — величина, имеющая смысл массы. АСВП моделирует импеданс

$$z_a(j\omega)=j\omega M\frac{\Omega_0^2+j\dfrac{\omega\Omega_0}{Q}-\omega^2\dfrac{\mu}{M}K(j\omega)}{\Omega_0^2+j\dfrac{\omega\Omega_0}{Q}-\omega^2}. \tag{4}$$

Из (4) и (1) видно, что в случае разрыва цепи обратной связи ($\mu=0$) импеданс АСВП представляет собой импеданс пассивного демпфера.

Сформулируем следующую задачу: построить АСВП, устойчивую к самовозбуждению на любом объекте. Говоря другими словами, импеданс АСВП не должен отличаться от импеданса некоторой пассивной системы (назовем ее эквивалентной пассивной системой). Для этого потребуем, чтобы входной импеданс АСВП (4) удовлетворил условиям физической реализуемости импеданса пассивного двухполюсника [9]: ни один из нулей z_a не должен лежать в правой полуплоскости переменного $p=j\omega$:

$$z_a(p)=0\Rightarrow\operatorname{Re}p\leqslant 0, \tag{5А}$$

$z_a(j\omega)$ должен иметь положительную действительную часть на всех действительных частотах:

$$\operatorname{Im}\omega=0\Rightarrow\operatorname{Re}z_a(j\omega)>0. \tag{5Б}$$

Кроме условий физической реализуемости пассивного двухполюсника, импеданс z_a должен в той или иной степени обеспечивать демпфирование колебаний объекта с любым входным импедансом в некоторой заданной сравнительно широкой полосе частот. Ясно, что это может быть достигнуто, только если в заданной полосе $\omega_1<\omega<\omega_2$ фаза z_a близка к нулю; т. е. z_a носит вязкостный характер:

$$\omega_1<\omega<\omega_2 \Rightarrow \operatorname{Re} z_a(j\omega) \gg |\operatorname{Im} z_a(j\omega)|. \tag{5В}$$

Псевдовязкостное подавление вибраций в указанной полосе будет особенно эффективным, если модовые добротности Q_i велики.

Фильтр $K(j\omega)$ выберем на основе условий (5). Ограничимся минимально-фазовыми цепями, поскольку любой дополнительный фазовый сдвиг лишь снижает устойчивость системы с обратной связью. Примем также, что интересующий нас диапазон виброподавления расположен много выше резонансной частоты вибратора Ω_0. Используя (4), переформулируем (5) в условии для коэффициента передачи $K(j\omega)$: уравнение

$$\Omega_0^2+j\omega\frac{\Omega_0}{Q}-\omega^2\frac{\mu}{M}K(j\omega)=0 \tag{6А}$$

не должно иметь корней с отрицательной мнимой частью;

$$\operatorname{Im} K(j\omega)<0 \quad \text{при} \quad \omega\gg\Omega_0; \tag{6Б}$$

$$-\operatorname{Im} K(j\omega)\gg|\operatorname{Re} K(j\omega)| \quad \text{при} \quad \omega_1<\omega<\omega_2;\ \omega_1\ll\Omega_0. \tag{6В}$$

Теоретическое исследование всех возможных фильтров, удовлетворяющих условиям (6), является достаточно сложной задачей, выходящей за рамки статьи прикладного характера. Рассмотрим лишь простейшие из них. Нетрудно убедиться, что ими являются фильтры нижних частот (ФНЧ) 1-го порядка: $K(j\omega)=(1+j\omega/\omega_0)^{-1}$; и 2-го порядка: $K(j\omega)=(\omega_0^2+j\omega\omega_0/q)\times\times(\omega_0^2-\omega^2+j\omega\omega_0/q)^{-1}$; здесь ω_0 — частота среза и резонансная частота соответственно, q — добротность фильтра.

Строго говоря, физически реализуем также импеданс, получающийся при использовании в цепи обратной связи фильтра 0-го порядка $K(j\omega)=1$, хотя он и не удовлетворяет условию (5В) нигде, кроме окрестности резонансной частоты вибратора Ω_0.

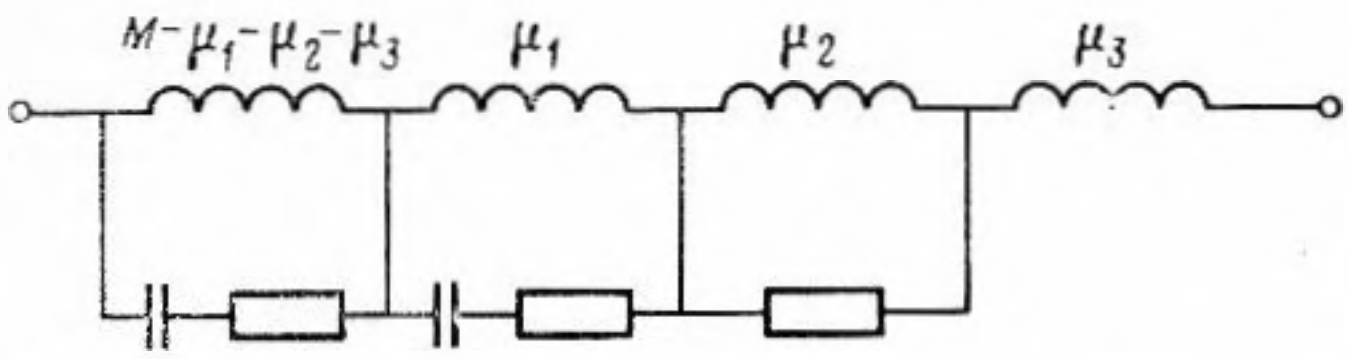
Подставив конкретные коэффициенты передачи $K(j\omega)$ в (4), легко видеть, что на частотах $\omega\gg\Omega_0$ ФНЧ 2-го порядка моделирует динамический демпфер массы μ с резонансной частотой и добротностью фильтра; ФНЧ 1-го порядка — ту же массу, но прикрепленную к объекту через неупругий вязкий элемент; фильтр 0-го порядка моделирует массу μ, крепящуюся жестко. Следовательно, μ имеет смысл массы эквивалентной пассивной нагрузки. Зададимся вопросом: может ли μ превышать M — реальную массу исполнительного элемента?

Пусть в области частот вблизи Ω_0 все рассматриваемые фильтры имеют коэффициенты передачи, близкие к единице, а все их особенности находятся существенно выше по частоте. Подставляя в (4) асимптотику $K(j\omega)=1$ и требуя выполнения условия (55), найдем

$$\mu\leqslant M. \tag{7}$$

Неравенство (7) имеет принципиальное значение. Оно показывает, что активными средствами нельзя выйти за пределы моделирования пассивной нагрузки с массой, равной массе вибратора, а следовательно, нельзя повысить эффективность виброподавления по сравнению с пассивной нагрузкой той же массы, если не использовать знание реальных резонансных характеристик стабилизируемого объекта. Это хорошо иллюстрирует эквивалентная схема АСВП, в которой использован ФНЧ 2-го порядка, изображенная на фиг. 2. Из схемы видно, что реальная масса M «делится» между двумя демпферами: механическим, обусловленным пассивной частью импеданса вибратора, и псевдомеханическим, имитируемым АСВП, в про-

порции $(M-\mu)/\mu$. Пока резонансные частоты демпферов далеки друг от друга, значения k_1, R_1, k_2, R_2 определяются из условий $k_1/(M-\mu)=\Omega_0^2$, $\Omega_0(M-\mu)/R_1=Q$, $k_2/\mu=\omega_0^2$, $\omega_0\mu/R_2=q$. В случае близости парциальных резонансных частот Ω_0 и ω_0 резонансы совокупной системы будут заметно отличаться от последних из-за сильной связи между степенями свободы, однако вид эквивалентной схемы не изменится. Отметим, что если в схеме фиг. 2 «закоротить» податливость k_2^{-1}, то она будет соответствовать АСВП с ФНЧ 1-го порядка, а если разорвать ветвь цепи, содержащую k_2^{-1} и R_2 — АСВП с фильтром 0-го порядка. Легко показать, что фильтр, полученный параллельным соединением любого числа ФНЧ 1-го и 2-го порядков и фильтров нулевого порядка так, чтобы их коэффициенты передачи сумми-



Фиг. 3. Эквивалентная схема АСВП, содержащей в цепи обратной связи ФНЧ 2-го порядка, ФНЧ 1-го порядка и фильтр 0-го порядка

ровались с некоторыми весами, тоже удовлетворит условиям физической реализуемости при $\sum_i \mu_i \leqslant M$, где μ_i — масса пассивной нагрузки, эквивалентной отдельному каналу АСВП. Другими словами, с помощью АСВП массу вибратора можно поделить на любое число масс, часть которых может быть закреплена в рассматриваемой точке объекта через упруговязкие связи, часть — через вязкие и часть — жестко. На фиг. 3 показана эквивалентная схема АСВП, моделирующей демпфер массы μ_1, вязко закрепленную массу μ_2 и жестко закрепленную массу μ_3.

Несмотря на отсутствие принципиального выигрыша в массе, активная система, подчиненная условиям (5), все же имеет большое преимущество по сравнению с пассивной в удобстве перестройки резонансных частот, добротностей и т. п., поскольку параметрам электрической схемы гораздо проще и быстрее придать желаемые значения, нежели механическим.

Условия (5А) и (5Б) по сути означают требование устойчивости АСВП на объекте с бесконечной добротностью и бесконечной плотностью резонансов. Рассмотрим теперь реальный объект с ненулевыми потерями и известными резонансными частотами. Потребуем лишь устойчивости АСВП на этом объекте и найдем критические значения массы μ для трех частных случаев, допускающих приближенное аналитическое решение.

Пусть вибратор настроен на один из резонансов объекта $\Omega_0=\omega_i$. Для этого случая получим (M_i, Q_i, ω_i имеют тот же смысл, что и в (2)

$$\mu = M + \frac{M^2}{M_i}\frac{Q_i Q}{(Q_i+Q)^2}. \tag{8}$$

Если вибратор настроен на антирезонанс между двумя резонансами объекта: $\Omega_0^2=(\omega_i^2+\omega_{i+1}^2)/2$, причем $M_i=M_{i+1}$, $Q_i=Q_{i+1}$, $Q=Q_i[2(\omega_i^2+\omega_{i+1}^2]^{1/2}\times$ $\times(\omega_i+\omega_{i+1})^{-1}$ (последнее означает равенство добротности вибратора и добротности антирезонанса), получим значение массы

$$\mu = (M_i+M)\left(1+\frac{M}{M_i}\right)\frac{\frac{\omega_{i+1}}{\omega_i}+\frac{\omega_i}{\omega_{i+1}}-1}{2}-\frac{M_i}{2}. \tag{9}$$

Наконец, пусть резонансная частота вибратора совпадает с частотой пер-

вого антирезонанса объекта: $\Omega_0^2=\omega_1^2 M_1/(M_0+M_1)$ (M_0 — масса объекта «как целого», $\gamma_в$, γ_1, γ_0 — декременты затухания вибратора, первой резонансной моды объекта и при движении объекта «как целого»). Если, как и в предыдущем случае, добротности вибратора и антирезонанса совпадают $\gamma_в=(M_1\gamma_1+M_0\gamma_0)/(M_0+M_1)$, значение массы составит

$$\mu=M+\frac{M^2}{M_0+M}+\frac{\gamma_1}{\gamma_0}\frac{(M_0+M)^2 M_1}{(M_0+M_1)M_0}. \qquad (10)$$

Как видно из формул (8)—(10), во всех случаях активная система дает тот или иной выигрыш по сравнению с пассивной. Случай (8), очевидно, является наихудшим, и значение μ здесь слабо отличается от M при $M \ll M_1$. Наибольший выигрыш может быть получен в случае (10), однако для его реализации необходим вибратор с достаточно низкой резонансной частотой, что сопряжено со значительными техническими трудностями.

Отметим, что выигрыш по массе по сравнению с пассивной системой обусловлен возможностью использовать часть массы самого объекта, «изъяв» ее из моды колебаний и превратив в противомассу. Вибратор как бы «опирается» своим резонансом на импеданс объекта на частоте Ω_0, и чем больше величина действительной части этого импеданса, тем большую долю массы объекта АСВП может перераспределить. Моды, отдающие массу, становятся легче, и вибрации на характерных для них частотах возрастают. Поэтому подобное перераспределение может иметь смысл только при известном спектре возбуждающей силы.

Для проверки высказанных положений авторами был проведен эксперимент по исследованию возможностей АСВП. В качестве объекта была взята дюралевая пластина размерами 1500×570×6 мм. Исполнительным элементом служил электродинамический вибратор с резонансной частотой около 60 Гц. Возбуждающая сила создавалась аналогичным вибратором, питаемым от генератора шума. В качестве датчика использовалась импедансная головка 8001 Брюль и Къер, один конец которой был ввинчен в пластину, а к другому крепился исполнительный элемент. Такая схема удобна тем, что позволяет измерять входной импеданс АСВП. В цепи обратной связи был использован пассивный ФНЧ 2-го порядка, настроенный на частоту 550 Гц с добротностью, изменяемой в пределах 0,8 . . . 6, и усилитель мощности LV 103.

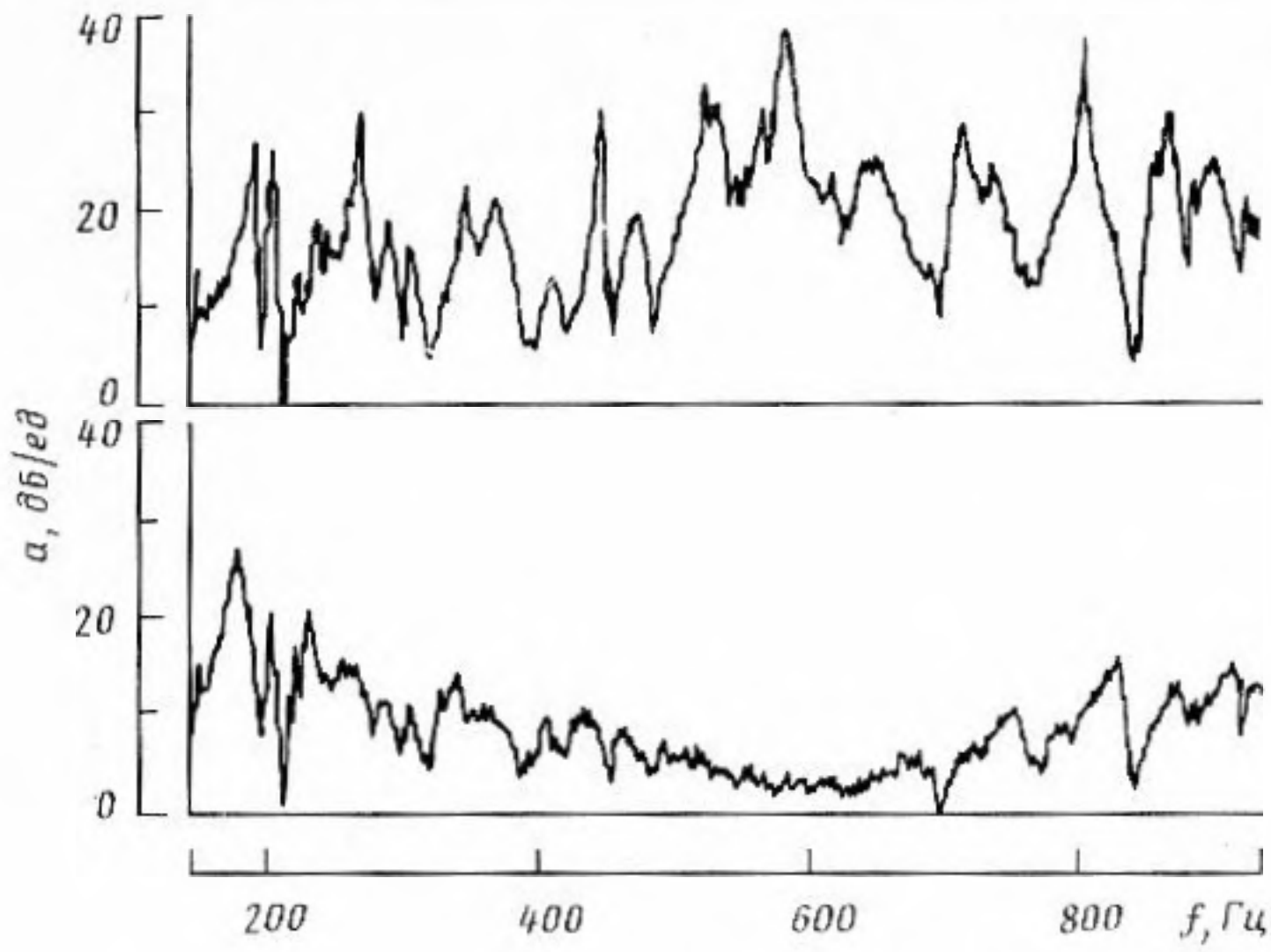
Возможности для увеличения коэффициента усиления лимитировались возникновением самовозбуждения системы. Было отмечено, что при самовозбуждении на частотах вблизи резонанса вибратора подавление достигало максимальных величин. Это естественно, так как именно такое возбуждение означает приближение к принципиальному пределу. Существовало еще несколько причин самовозбуждения: наличие резонанса у импедансной головки (≈6 кГц), второй резонанс вибратора (7 кГц), заметная индуктивная составляющая обмотки вибратора, вносящая паразитный фазовый сдвиг около 10°/кГц и т. д. Эти неустойчивости принципиально устранимы, и их пороги более или менее легко могут быть сдвинуты за порог низкочастотного возбуждения. Например, наряду с описанным выше испытывался модифицированный ФНЧ 2-го порядка с коэффициентом передачи $K(j\omega)=\omega_0^2(\omega_0^2-\omega^2+j\omega\omega_0/q)^{-1}$. На эквивалентной схеме фиг. 2 это изменение выразится в том, что вязкость R_2 будет включена не последовательно с жесткостью, а параллельно; механический же демпфер (прообраз такой схемы), напротив, будет иметь последовательно соединенные вязкий и жесткий элементы. Заметных изменений в частотной характеристике подавления это не вызвало, однако удалось устранить высокочастотную неустойчивость благодаря несколько другой асимптотике коэффициента передачи на бесконечности.

Наилучшие результаты были отмечены при $q=2 \ldots 4$. На фиг. 4 приведена типичная спектрограмма виброподавления в диапазоне 144 . . . 944 Гц, полученная при $q=3$. Подавление в центре полосы составило 35 дБ, однако желаемый результат нельзя считать достигнутым, так как

измеренное значение массы эквивалентного пассивного демпфера составило около 650 г, в то время как вибратор имел массу 800 г.

Интересно, что еще Роквелл и Лотер в экспериментах [5—7] наблюдали более высокую степень подавления при возбуждении системы внизу, однако причин данного эффекта они не объяснили.

Таким образом, в качестве критерия эффективности АСВП может быть предложено отношение массы моделируемой ею нагрузки (эквивалентной пассивной системы) к реальной массе исполнительного элемента. Эта ве-



Фиг. 4. Спектрограммы ускорения пластины в точке приложения силы. Вверху АСВП выключена, внизу АСВП включена

личина позволяет однозначно судить о степени использования возможностей пары «исполнительный элемент — объект».

Разумеется, приведенный здесь предварительный анализ нуждается в более детальных численных расчетах и экспериментальной проверке. Тем не менее необходимую ориентацию для дальнейшей работы и прогнозирования ее возможных результатов он задает.

Авторы признательны И. Ш. Фиксу за полезные обсуждения и С. В. Киящко за помощь в проведении эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фролов К. В., Фурман Ф. А.* Прикладная теория виброзащитных систем. М.: Машиностроение, 1980.
2. *Елисеев С. В., Нерубенко Г. П.* Динамические гасители колебаний. Новосибирск: Наука, 1982.
3. *Генкин М. Д., Елезов В. Г., Яблонский В. В.* Методы управляемой виброзащиты машин. М.: Наука, 1985.
4. *Князев А. С., Тартаковский Б. Д.* О применении электромеханической обратной связи для демпфирования изгибных колебаний стержней // Акуст. журн. 1965. Т. 11. № 2. С. 181–186.
5. *Rockwell T. H., Lawther J. M.* Theoretical and experimental results on active vibration dampers // J. Acoust. Soc. Amer. 1964. V. 36. № 8. P. 1507–1515.
6. *Rockwell T. H., Lawther J. M.* Compensation technique for active damping improvement // J. Acoust. Soc. Amer. 1965. V. 38. № 3. P. 481–482.
7. *Rockwell T. H.* Investigation of structure-borne active vibration dampers // J. Acoust. Soc. Amer. 1965. V. 38. № 4. P. 623–628.
8. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1971.
9. *Боде Г.* Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью. М.: ГИТТЛ, 1948.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
26.VIII.1987