

УДК 534-8

УГЛОВАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПОГЛОЩЕНИЯ ЗВУКА
В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ*Романов В. П., Ульянов С. В.*

Рассматривается угловая зависимость коэффициента поглощения звука в ориентированных нематических жидких кристаллах в окрестности точки перехода в изотропную фазу. Рассчитываются вклады механизмов Ландау—Халатникова, флуктуаций директора и параметра порядка в коэффициенты вязкости. Показано, что эти механизмы позволяют объяснить экспериментальные данные по температурной и частотной зависимостям анизотропии поглощения звука.

Распространение звука в нематической фазе жидких кристаллов обладает рядом специфических особенностей. Наиболее сильно они проявляются вблизи точки перехода в изотропную фазу. Большинство экспериментальных данных относится к неориентированным нематикам, в которых были обнаружены сильная температурная и частотная зависимости дисперсии скорости c и коэффициента поглощения звука α [1]. При теоретическом описании этих эффектов фактически вычислялся вклад в комплексный коэффициент объемной вязкости за счет трех основных механизмов поглощения: механизма Ландау — Халатникова, связанного с релаксацией среднего значения параметра порядка, и вкладов флуктуаций параметра порядка и флуктуаций директора [2, 3]. В экспериментах по изучению акустических свойств ориентированных нематиков была обнаружена зависимость коэффициента поглощения звука от угла θ между направлением распространения звуковой волны и равновесным направлением вектора директора n_0 [1, 4, 5]. При этом в окрестности точки перехода анизотропия коэффициента поглощения $\Delta\alpha$ — разность между коэффициентами поглощения для звука, распространяющегося вдоль и поперек n_0 , составляет ~ 10 — 20% от величины полного поглощения [1, 4]. Вблизи точки перехода $\Delta\alpha$ имеет те же характерные частоты, что и полное поглощение. Что касается зависимости $\Delta\alpha$ от температуры, то она существенно отличается от аналогичной зависимости для α : при приближении к точке перехода $\Delta\alpha$ сначала возрастает, а затем начинает резко убывать [1, 4]. Последовательный анализ особенностей температурной и частотной зависимостей анизотропии поглощения звука не проводился.

Для нахождения коэффициента поглощения звука в неориентированных нематиках, как правило, вычисляют релаксационную теплоемкость [3], либо обычную объемную вязкость [6]. Однако эти методы не позволяют определить анизотропию коэффициента поглощения в ориентированных нематиках. Для решения этой задачи удобно воспользоваться методом, впервые предложенным Леванюком для анализа поглощения звука вблизи точки фазового перехода II рода [7] и примененным Андерек и Свифтом к смектическим жидким кристаллам [8]. В рамках этого метода динамика флуктуирующих величин описывается уравнениями Ланжевена, в которых нелинейные члены отвечают за взаимодействие звуковой волны с флуктуациями. В уравнении для плотности импульса удерживаются члены, линейные по параметрам звуковой волны и квадратичные по флуктуирующим величинам. Далее в это уравнение подставляются результаты итерационного решения уравнений для флуктуирующих величин и после проведения статистического усреднения определяются поправки к упругим модулям и коэффициентам вязкости.

В настоящей работе вычислены зависящие от частоты и температуры поправки к коэффициентам вязкости вблизи точки перехода в изотропную

фазу. С учетом этих поправок удается с удовлетворительной точностью описать экспериментальные данные по температурной и частотной зависимостям анизотропии поглощения звука в нематиках.

Прежде всего, найдем вклад флуктуаций директора в коэффициент поглощения звука. Система уравнений движения нематика в случае, когда можно пренебречь эффектом теплопроводности, имеет вид [9]

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + v_l \partial_l n_j = \frac{1}{2} (\partial_k v_j - \partial_j v_k) n_k + \lambda (\delta_{jl} - n_j n_l) n_k v_{lk} + \frac{h_j}{\gamma}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \partial_l \rho v_l = 0,$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_l \partial_l v_j \right) = - \partial_j p + \partial_k \sigma'_{jk} + \partial_k \sigma_{jk}^{(n)}, \quad (2)$$

$$\sigma_{jk}^{(n)} = \frac{1}{2} \{ \partial_l [\pi_{kl} n_j + \pi_{jl} n_k - (\pi_{jk} + \pi_{kj}) n_l] - (\pi_{kl} \partial_j n_l + \pi_{jl} \partial_k n_l) - \lambda (n_j h_k + n_k h_j) \}. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{n} — вектор директора, \mathbf{v} — скорость, ρ — плотность, p — давление, $\partial_j = \partial/\partial x_j$, $v_{jk} = \frac{1}{2} (\partial_j v_k + \partial_k v_j)$, σ_{jk}' — вязкая часть тензора напряжений, $h_j = (\delta_{jk} - n_j n_k) H_k$, $H_j = \partial_k \pi_{kj} - \partial F/\partial n_j$, $\pi_{jk} = \partial F/\partial (\partial_j n_k)$, F — плотность свободной энергии деформированного нематика, λ и γ — коэффициенты.

Для удобства перейдем в декартову систему координат с осями $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$, в которой ось \mathbf{e}_3 направлена по \mathbf{n}_0 . В этом случае σ_{jk}' можно представить в виде

$$\sigma'_{jk} = 2\tilde{\eta}_1 v_{jk} + \left(\tilde{\zeta}_1 - \frac{2}{3} \tilde{\eta}_1 \right) \delta_{jk} v_{ll} + \tilde{\eta}_2 (\delta_{j3} v_{k3} + \delta_{k3} v_{j3}) + \tilde{\zeta}_2 (\delta_{jk} v_{33} + \delta_{j3} \delta_{k3} v_{ll}) + \tilde{\eta}_3 \delta_{j3} \delta_{k3} v_{33}, \quad (4)$$

где $\tilde{\eta}_1, \tilde{\eta}_2, \tilde{\eta}_3, \tilde{\zeta}_1, \tilde{\zeta}_2$ — коэффициенты вязкости¹. Такой выбор коэффициентов вязкости обусловлен простотой выражения для коэффициента поглощения звука [9]:

$$\alpha = \frac{\omega_0^2}{2\rho c^3} \left[\tilde{\zeta}_1 + \frac{4}{3} \tilde{\eta}_1 + 2(\tilde{\eta}_2 + \tilde{\zeta}_2) \cos^2 \theta + \tilde{\eta}_3 \cos^4 \theta \right], \quad (5)$$

где ω_0 — круговая частота.

В рамках модели Ландау — де Жена фазовый переход нематик — изотропная фаза может быть описан исходя из выражения для плотности свободной энергии:

$$= F_{00} + \frac{a\tau}{2} \text{Sp } \hat{Q}^2 - \frac{L_1}{2} \text{Sp } (\hat{Q} \Delta \hat{Q}) + \frac{L_2}{2} \text{Sp } (\nabla \hat{Q})^2 - \frac{B}{3} \text{Sp } \hat{Q}^3 + \frac{C}{4} (\text{Sp } \hat{Q}^2)^2 + \frac{E}{5} \text{Sp } \hat{Q}^2 \text{Sp } \hat{Q}^3 + \frac{D_1}{6} (\text{Sp } \hat{Q}^2)^3 + \frac{D_2}{6} (\text{Sp } \hat{Q}^3)^2,$$

где $\tau = (T - T^*)/T^*$, T^* — предельная температура существования переохлажденной изотропной фазы, \hat{Q} — тензорный параметр порядка, равновесное значение которого имеет вид $Q_{ij} = Q_0 \left(n_{0i} n_{0j} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right)$, F_{00} — не зависящая от \hat{Q} часть свободной энергии. Далее в выражении для свободной энергии ограничимся гауссовым приближением, положим $L_2 = 0$ и пренебрежем двuosными флуктуациями. В расчетах во избежание очень

¹ Введенные коэффициенты вязкости (4) связаны с используемыми в [9] $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$ соотношениями $\tilde{\eta}_1 = \eta_1$, $\tilde{\eta}_2 = \eta_3 - 2\eta_1$, $\tilde{\eta}_3 = \eta_5 + \eta_1 + \eta_2 - 2\eta_3 - 2\eta_4$, $\tilde{\zeta}_1 = \eta_2 - \frac{1}{3} \eta_1$, $\tilde{\zeta}_2 = \eta_4 + \eta_1 - \eta_2$. В дальнейшем знаки \sim над коэффициентами вязкости будем опускать.

громоздких формул ограничимся одноконстантным приближением. Тогда для флуктуационной части свободной энергии имеем

$$\delta F = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 F}{\partial Q_0^2} (\delta Q)^2 + \frac{2}{3} L_1 (\nabla \delta Q)^2 + K A_{jlmk} (\partial_j n_k) (\partial_l n_m) \right],$$

где $A_{jlmk} = \delta_{jk} \delta_{lm} + \delta_{jl} \delta_{km} - \delta_{jm} \delta_{kl}$. В этом случае $\pi_{jk} = KA_{jlmk} \partial_l n_m$, $H_j = \partial_l K \partial_l n_j + (\partial_j K) (\partial_l n_l) - (\partial_l K) (\partial_j n_l)$, где K — модуль Франка.

При малых отклонениях от равновесного направления n_0 переменная составляющая директора будет иметь две независимые компоненты n_α , $\alpha = 1, 2$. Далее греческие индексы будут принимать только значения 1 и 2. Для описания динамики флуктуаций директора во внешнем поле звуковой волны воспользуемся уравнением (1), в правую часть которого добавляется случайная сила f_α . Далее в этом уравнении отбрасываются члены третьего порядка малости и выше, а зависимость модуля Франка от изменения плотности в звуковой волне учитывается в виде $K = K_0 + (\partial K_0 / \partial \rho_0)_S \delta \rho$, S — энтропия. Полученное уравнение формально решается с помощью итерационной процедуры, в которой последовательно находятся приближения, содержащие скорость в более высоких степенях. Переходя к пространственно-временному спектру Фурье, после второй итерации получаем

$$\begin{aligned} n_\alpha^{(2)}(\mathbf{q}, \omega) = & \left[-i\omega + \frac{K_0}{\gamma} q^2 \right]^{-1} \left\{ f_\alpha + \frac{i}{2} (q_3 v_\alpha - q_\alpha v_3) + \right. \\ & + \frac{i\lambda}{2} (q_3 v_\alpha + q_\alpha v_3) - \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q}'} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \left\{ \frac{i}{2} \gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{q}', \omega', \mathbf{q} - \mathbf{q}') + \right. \\ & + \frac{i\lambda}{2} \alpha_{\alpha\beta}(\mathbf{q}', \omega') + \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial K_0}{\partial \rho_0} \right)_S \delta \rho(\mathbf{q}', \omega') [q_l (q_l - q'_l) \delta_{\alpha\beta} + \\ & \left. \left. + q_\alpha' (q_\beta - q_\beta') - q_\beta' (q_\alpha - q_\alpha') \right] \right\} \frac{f_\beta(\mathbf{q} - \mathbf{q}', \omega - \omega')}{\left[-i(\omega - \omega') + \frac{K_0}{\gamma} (\mathbf{q} - \mathbf{q}')^2 \right]}, \quad (6) \end{aligned}$$

где V — объем системы, $\alpha_{\alpha\beta}(\mathbf{q}', \omega') = 2q_3' v_3(\mathbf{q}', \omega') \delta_{\alpha\beta} - q_\alpha' v_\beta'(\mathbf{q}', \omega') - q_\beta' v_\alpha(\mathbf{q}', \omega')$, $\gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{q}', \omega', \mathbf{q} - \mathbf{q}') = 2(q_l - q'_l) v_l(\mathbf{q}', \omega') \delta_{\alpha\beta} + q_\alpha' v_\beta(\mathbf{q}', \omega') - q_\beta' v_\alpha(\mathbf{q}', \omega')$.

После подстановки выражения (6) в уравнение для импульса (2) получаем уравнение движения при заданном распределении флуктуаций директора. Проводя статистическое усреднение, учитывая, что

$$\langle f_\alpha(\mathbf{q}, \omega) f_\beta(\mathbf{q}', \omega') \rangle = \frac{2(2\pi)^4 k_B T}{\gamma V} \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}') \delta(\omega + \omega'),$$

и выполняя интегрирование по волновым векторам и частотам, находим поправки к коэффициентам вязкости:

$$\eta_1^{(n)} = \left(\lambda^2 + \frac{4}{15} \right) g, \quad \eta_2^{(n)} = -2\lambda^2 g, \quad \eta_3^{(n)} = 10\lambda^2 g,$$

$$\begin{aligned} \zeta_1^{(n)} = & \left\{ \left[\frac{\rho_0}{K_0} \left(\frac{\partial K_0}{\partial \rho_0} \right)_S \right]^2 - 2 \left(\lambda + \frac{1}{3} \right) \frac{\rho_0}{K_0} \left(\frac{\partial K_0}{\partial \rho_0} \right)_S + \right. \\ & \left. + \frac{2}{3} \left(\lambda^2 + \lambda + \frac{1}{6} \right) \right\} g, \quad (7) \end{aligned}$$

$$\zeta_2^{(n)} = \left[\frac{3\lambda\rho_0}{K_0} \left(\frac{\partial K_0}{\partial \rho_0} \right)_S - 2\lambda^2 - \lambda \right] g, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} g = & \frac{\gamma \Phi(T) k_B T}{4\pi^2 K_0} \left\{ 1 - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{d}{2}} \ln \frac{d + \sqrt{2d} + 1}{d - \sqrt{2d} + 1} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d}{2}} \left[\operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{2}{d} + 1} \right) + \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{2}{d} - 1} \right) \right] \right\}, \\ & d = \frac{\gamma \omega_0}{2K_0 \Phi^2(T)}, \end{aligned}$$

$\varphi(T)$ — верхний предел интегрирования по волновому числу. Отсюда легко найти поправки к коэффициентам Лесли $\alpha_1^{(n)} = \eta_1^{(n)}$, $\alpha_2^{(n)} = \alpha_3^{(n)} = 0$, $\alpha_4^{(n)} = 2\eta_1^{(n)}$, $\alpha_5^{(n)} = \alpha_6^{(n)} = \eta_2^{(n)}$.

Для удобства в формулах (7) и (8) перейдем к производным по температуре $(\partial K_0/\partial \rho_0)_S = (T\alpha_T c^2/C_{p,0})(\partial K_0/\partial T)_S$, где α_T — коэффициент теплового расширения, $C_{p,0}$ — регулярная часть теплоемкости единицы объема. С учетом найденных поправок приходим к следующему выражению для коэффициента поглощения звука:

$$\alpha^{(n)} = \frac{\omega_0^2 g}{20\rho_0 c^3} \left\{ \left[\frac{3T\alpha_T \rho_0 c^2}{K_0 C_{p,0}} \left(\frac{\partial K_0}{\partial T} \right)_S + 10\lambda \cos^2 \theta - 4\lambda - 1 \right]^2 + \left[\frac{T\alpha_T \rho_0 c^2}{K_0 C_{p,0}} \left(\frac{\partial K_0}{\partial T} \right)_S + 2\lambda - \frac{1}{3} \right]^2 + \frac{32}{9} \right\}.$$

Теперь определим вклады механизмов Ландау — Халатникова и флуктуаций параметра порядка. Для этого вблизи точки перехода в изотропную фазу уравнения движения нематиков (1)–(4) дополняются уравнением, описывающим релаксацию параметра порядка в неоднородном поле скорости. При этом к обычному уравнению релаксации из соображений симметрии [9] добавляются слагаемые, учитывающие в линейном и квадратичном приближениях взаимодействие параметра порядка с неоднородным полем скорости:

$$\frac{\partial \delta Q}{\partial t} + v_l \partial_l \delta Q = Y n_l n_k v_{lk} + Z n_l n_k v_{lk} \delta Q + W \delta_{lk} v_{lk} \delta Q + b' \psi, \quad (9)$$

где Y , Z , W — коэффициенты, b' — кинетический коэффициент, $\psi = \partial_k \theta_k - \partial F/\partial Q$, $\theta_k = \partial F/(\partial (\partial_k Q))$. Коэффициент W можно положить равным нулю, поскольку члены данной структуры входят в $b' \psi$ и, как было обнаружено в [6], по сравнению с ними роль слагаемых, содержащих W , несущественна.

Взаимодействие параметра порядка с полем скорости порождает в упругой части тензора напряжений дополнительное слагаемое $\sigma_{jk}^{(Q)} = -\theta_k \partial_j \delta Q - (Y + Z\delta Q) \psi n_j n_k$. Это выражение нетрудно получить аналогично тому, как в [9] получен вклад (3) в упругую часть тензора напряжений, возникающий из-за взаимодействия директора с полем скорости. В рассматриваемом приближении одной корреляционной длины ($L_2 = 0$) тензор $\sigma_{jk}^{(Q)}$ симметричен, поскольку

$$\theta_k = (2/3) L_1 \partial_k \delta Q, \quad \psi = (2/3) L_1 \partial_l \partial_l \delta Q - (\partial^2 F/\partial Q_0^2) \delta Q - (\partial^2 F/\partial Q_0 \partial \rho_0) \delta \rho.$$

Таким образом, уравнение Навье-Стокса с учетом членов, ответственных за взаимодействие параметра порядка с полем звуковой волны, имеет вид

$$\rho \frac{\partial v_j}{\partial t} + \rho v_l \partial_l v_j = -\partial_j p + \partial_k \sigma'_{jk} + \partial_k (\sigma_{jk}^{(n)} + \sigma_{jk}^{(Q)}). \quad (10)$$

Для нахождения вклада механизма Ландау — Халатникова достаточно рассмотреть линеаризованные уравнения движения. В фурье-представлении уравнения для параметра порядка и плотности импульса преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \delta Q &= [-i\omega_0 + \tau^{-1}]^{-1} \left(Y i q_3 v_3 + \tau^{-1} \left(\frac{\partial Q_0}{\partial \rho_0} \right)_S \delta \rho \right), \\ -i\omega_0 \rho_0 v_j &= -i q_{0j} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \rho_0} \right)_{Q,S} \delta \rho + \rho_0 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial \rho_0 \partial Q_0} \right) \delta Q \right] + i q_{0k} \sigma'_{jk} + \\ &+ i q_{0k} \left[\sigma_{jk}^{(n)} + Y \delta_{k3} \delta_{j3} \left(\frac{2}{3} L_1 q_0^2 \delta Q + \frac{\partial^2 F}{\partial Q_0^2} \delta Q + \frac{\partial^2 F}{\partial Q_0 \partial \rho_0} \delta \rho \right) \right], \end{aligned}$$

где $\tau^{-1} = b' (\partial^2 E/\partial Q_0^2)$, E — плотность внутренней энергии. Исключая из уравнения для плотности импульса переменную δQ , находим поправки

к коэффициентам вязкости:

$$\eta_1^{(ЛХ)} = \eta_2^{(ЛХ)} = 0, \quad \eta_3^{(ЛХ)} = \frac{Y^2}{b' [1 + \omega_0^2 \tau^2]},$$

$$\zeta_1^{(ЛХ)} = \frac{\rho_0^2 \left(\frac{\partial Q_0}{\partial \rho_0} \right)_S}{b' [1 + \omega_0^2 \tau^2]}, \quad \zeta_2^{(ЛХ)} = \frac{Y \rho_0 \left(\frac{\partial Q_0}{\partial \rho_0} \right)_S}{b' [1 + \omega_0^2 \tau^2]}.$$

Отсюда легко найти вклад механизма Ландау — Халатникова в коэффициент поглощения звука:

$$\alpha^{(ЛХ)} = \frac{2\pi^2}{\rho c^3} \left[\rho_0 \left(\frac{\partial Q_0}{\partial \rho_0} \right)_S + Y \cos^2 \theta \right]^2 \frac{1}{b' [1 + \omega_0^2 \tau^2]}.$$

Для нахождения флуктуационного вклада рассмотрим взаимодействие звуковой волны с флуктуациями параметра порядка. Динамика флуктуаций параметра порядка может быть описана уравнением (9), в правую часть которого добавляется случайная сила f_Q . Далее поправки к коэффициентам вязкости находятся точно так же, как при вычислении вклада флуктуаций директора. В частности, после второго шага итерационной процедуры решения уравнения для флуктуаций параметра порядка имеем

$$\begin{aligned} \delta Q(\mathbf{q}, \omega) = & [-i\omega + \Gamma(q^2)]^{-1} \left\{ f_Q(\mathbf{q}, \omega) + Y i q_3 v_3 + \tau^{-1} \left(\frac{\partial Q_0}{\partial \rho_0} \right)_S \delta \rho(\mathbf{q}, \omega) - \right. \\ & - \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q}'} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \left[i(q_l - q_l') v_l(\mathbf{q}', \omega') - Z i q_3' v_3(\mathbf{q}', \omega') + \right. \\ & \left. \left. + b' \left(\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \right)_S \delta \rho(\mathbf{q}', \omega') \right] \frac{f_Q(\mathbf{q} - \mathbf{q}', \omega - \omega')}{[-i(\omega - \omega') + \Gamma((\mathbf{q} - \mathbf{q}')^2)]} \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

где $\Gamma(q^2) = b' (A + (2/3) L_1 q^2)$, A — равновесное значение $\partial^2 F / \partial Q_0^2$.

После подстановки выражения (11) в уравнение (10), проведения статистического усреднения с учетом

$$\langle f_Q(\mathbf{q}_2, \omega) f_Q(\mathbf{q}'_2, \omega') \rangle = \frac{2(2\pi)^4 b' k_B U}{V} \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}') \delta(\omega + \omega')$$

и выполнения интегрирований по волновым векторам и частотам находим поправки к коэффициентам вязкости. Эти поправки являются суммой найденного выше вклада механизма Ландау — Халатникова и вклада флуктуаций параметра порядка. При этом флуктуационный вклад дается выражениями

$$\eta_1^{(Q)} = \frac{k_B T}{20\pi^2 b' L_1 r_c} [\varphi(T) r_c - (3 - x^2) I_2 - x^2 I_1 - (1 - x^4) I_0],$$

$$\eta_2^{(Q)} = 0, \quad \eta_3^{(Q)} = \frac{3Z^2 k_B T}{4\pi^2 b' L_1 r_c} [\varphi(T) r_c - I_2 - (1 + x^2) I_0],$$

$$\begin{aligned} \zeta_1^{(Q)} = & \frac{k_B T}{48\pi^2 b' L_1 r_c} \left\{ \varphi(T) r_c + I_2 \left[9x^2 \left[\frac{\rho_0}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \right)_S \right]^2 - \right. \right. \\ & - 6(1 + 2x^2) \frac{\rho_0}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \right)_S + 3 + 4x^2 \left. \right] - I_1 x^2 \left[9 \left[\frac{\rho_0}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \right)_S \right]^2 - \right. \\ & - 12 \frac{\rho_0}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \right)_S + \frac{1}{4} \left. \right] + I_0 (1 + x^2) \left[9x^2 \left[\left[\frac{\rho_0}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \right)_S \right]^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{4}{3} \frac{\rho_0}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \right)_S \right] - 4(1 - x^2) \right] \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\zeta_2^{(Q)} = \frac{Z k_B T}{8\pi^2 b' L_1 r_c} \left\{ -\varphi(T) r_c + 3I_2 \left[\frac{\rho_0}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \right)_S - \frac{1}{3} \right] + (1 + x^2) I_0 \right\}, \quad (13)$$

где

$$I_0 = \frac{1}{4x^2\chi} \left\{ \frac{1}{\mu} \ln \frac{\varphi^2(T)r_c^2 - \varphi(T)r_c\mu + \chi}{\varphi^2(T)r_c^2 + \varphi(T)r_c\mu + \chi} + \frac{2}{\nu} \operatorname{arctg} \frac{\varphi(T)r_c\nu}{\chi - \varphi^2(T)r_c^2} \right\},$$

$$I_1 = \operatorname{arctg}(\varphi(T)r_c),$$

$$I_2 = \frac{1}{4\mu} \ln \frac{\varphi^2(T)r_c^2 - \varphi(T)r_c\mu + \chi}{\varphi^2(T)r_c^2 + \varphi(T)r_c\mu + \chi} + \frac{1}{2\nu} \left(\operatorname{arctg} \frac{2\varphi(T)r_c - \mu}{\nu} + \operatorname{arctg} \frac{2\varphi(T)r_c - \mu}{\nu} \right),$$

$$r_c = \sqrt{\frac{2L_1}{3A}}, \quad x = \frac{2b'A}{\omega_0}, \quad \chi = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}},$$

$$\mu = \sqrt{2} \left[\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 1 \right]^{1/2}, \quad \nu = \sqrt{2} \left[\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1 \right]^{1/2}.$$

В коэффициенте поглощения звука флуктуации параметра порядка порождают следующий вклад:

$$\alpha^{(Q)} = \frac{k_B T (b')^2 \omega_0^2}{2\rho c^3 V} \sum_q \Gamma^{-1}(q^2) [\omega_0^2 + 4\Gamma^2(q^2)]^{-1} \times \\ \times \left\{ \left[\rho_0 \left(\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \right)_S - \frac{\Gamma(q^2)}{b'} + \frac{4}{9} L_1 q^2 + \frac{2Z\Gamma(q^2)}{b'} \cos^2 \theta \right]^2 + \frac{64}{405} L_1^2 q^4 \right\}. \quad (14)$$

Так же, как и в [6], во вкладе флуктуаций параметра порядка необходимо учесть зависимость уровня критических флуктуаций от давления. Другими словами, в формулах (12)–(14) от производных по плотности к производным по температуре следует переходить по формуле

$$\left(\frac{\partial A(T - T^*(p))}{\partial \rho_0} \right)_S = \frac{T\alpha_T c^2}{C_{p,0}} \left(1 - \frac{dT^*}{dp} \frac{\rho_0 C_{p,0}}{T\alpha_T} \right) \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_p.$$

Суммируя все найденные выше вклады, получаем следующее выражение для анизотропии коэффициента поглощения:

$$\frac{\Delta\alpha}{f_0^2} = \frac{2\pi^2}{\rho^0 c^3} [2(\eta_2 + \zeta_2) + \eta_3 + G\alpha_4], \quad (15)$$

где $f_0 = \omega_0/2\pi$, $\eta_i = \eta_i^{(n)} + \eta_i^{(ЛХ)} + \eta_i^{(Q)}$, $i = 1, 2, 3$; $\zeta_i = \zeta_i^{(n)} + \zeta_i^{(ЛХ)} + \zeta_i^{(Q)}$, $i = 1, 2$; а слагаемое $G\alpha_4$ учитывает регулярную часть поглощения. Формула (15) сравнивалась с экспериментальными данными по температурной и частотной зависимостям $\Delta\alpha$ в МББА [4]. Параметры ρ_0 , α_T , $C_{p,0}$, a , T^* приведены в [6]. Там же были найдены значения параметров $b' = 0,6 \text{ см}^3/(\text{эрг} \cdot \text{с})$, $L_1 = 10^{-6} \text{ дин}$. Параметр L_1 связан с используемым в [6] L соотношением $L = 2L_1 + \frac{1}{3}L_2 + L_2 \cos^2 \theta$, из которого в случае $L_2 = 0$ получаем $L_1 = L/2$. Коэффициенты β и λ связаны с коэффициентами Лесли соотношениями $\lambda = (\alpha_2 + \alpha_3)/(\alpha_2 - \alpha_3)$, $\gamma = (\alpha_3 - \alpha_2)$. Данные для $\alpha_2(T)$ и $\alpha_3(T)$ содержатся в [10]. В качестве K_0 использовалось усредненное значение трех модулей Франка, температурная зависимость которых найдена в [11].

Сравнение с экспериментом проводилось по методу наименьших квадратов с варьируемыми параметрами Y , Z , G . Использовались данные по температурной и частотной зависимостям анизотропии поглощения на четырех частотах в интервале температур $-15 < T - T_c < -0,5 \text{ К}$ [4], где T_c — температура фазового перехода. В качестве верхнего предела интегрирования по волновому числу использовали параметр обрезания $q_m = 0,6 \cdot 10^7 \text{ см}^{-1}$, найденный в [6]. При этом эксперимент удалось описать с точностью 8%. Результаты сравнения приведены на рис. 1. Обратим внимание на то, что в процессе обработки эксперимента выяснилось, что наилучшее согласие теории с опытом достигается в том случае, когда Y меняется с температурой как среднее значение параметра порядка $Y = \bar{Y}Q_0$, в то время как коэффициент Z остается постоянным. Для

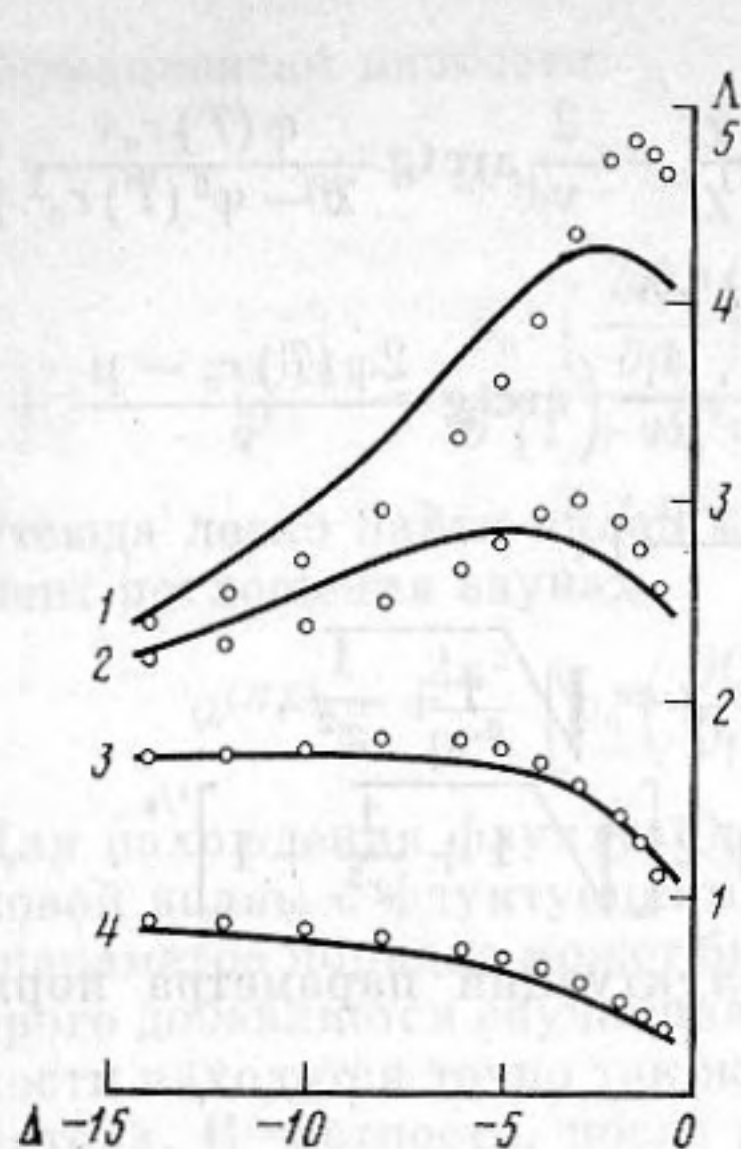


Рис. 1

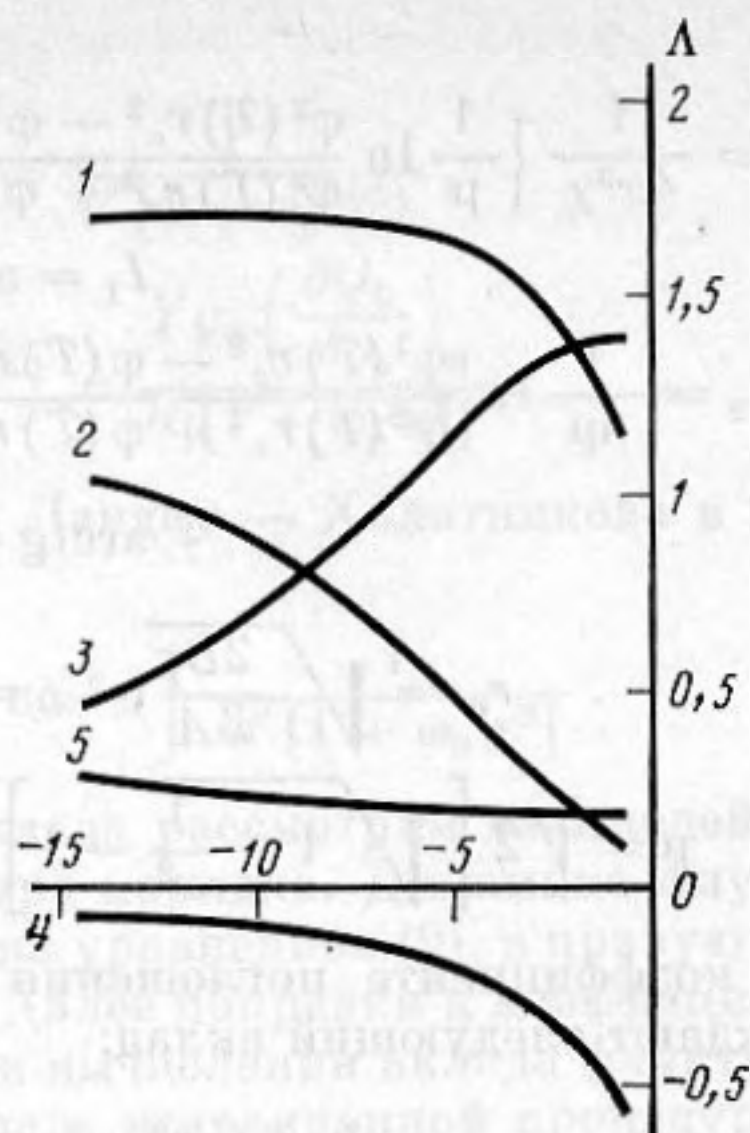


Рис. 2

Рис. 1. Зависимость анизотропии коэффициента поглощения звука, отнесенного к квадрату частоты $\Lambda = (\Delta\alpha/f_0^2) \cdot 10^{14}$, $\text{с}^2/\text{см}$, от расстояния $\Delta = T - T_0$ К до точки перехода. Экспериментальные точки — из [4]. Теоретические кривые — по формуле (15); f_0 , МГц: 1 — 1; 2 — 2; 3 — 4; 4 — 10

Рис. 2. Зависимость вкладов различных механизмов в анизотропию коэффициента поглощения звука, отнесенного к квадрату частоты Λ , $\text{с}^2/\text{см}$, от расстояния до точки перехода Δ , К, на частоте $f_0 = 4$ МГц; 1 — полная анизотропия, 2 — вклад механизма Ландау — Халатникова, 3 — вклад флуктуаций параметра порядка, 4 — вклад флуктуаций директора, 5 — регулярная часть Λ

варьируемых параметров были найдены значения $\bar{Y} = -0,5$, $Z = 6$, $G = 0,9$.

На рис. 2 показана величина отдельных вкладов в анизотропию поглощения на частоте 4 МГц. Интересно обратить внимание, что вклад флуктуаций директора имеет противоположный знак по сравнению с остальными вкладами. То, что звуковая волна больше поглощается, если распространяется перпендикулярно директору, связано с тем, что в этом случае она сильнее нарушает ориентационную упорядоченность НЖК. Именно этот эффект и приводит к возникновению заметного спада анизотропии поглощения вблизи точки перехода.

В заключение необходимо отметить, что для более детального анализа анизотропии поглощения звука желательно проводить измерения не $\Delta\alpha$, а полной угловой зависимости α (5). Это связано с тем, что $\alpha(\theta)$ довольно сложная функция угла и поэтому содержит дополнительную информацию, а кроме того ее относительная погрешность значительно меньше.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капустин А. П., Капустина О. А. Акустика жидких кристаллов. М.: Наука, 1986. С. 247.
2. Кожевников Е. Н., Чабан И. А. Распространение звука в нематическом жидком кристалле вблизи перехода его в изотропную область // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 3. С. 363—371.
3. Nagai S. A new interpretation of critical ultrasonic absorption in the nematic phase in liquid crystals // Japan J. Appl. Phys. 1979. V. 18. № 5. P. 903—908.
4. Castro C. A., Hikata A., Elbaum C. Ultrasonic attenuation anisotropy in a nematic liquid crystal // Phys. Rev. A. 1978. V. 17. № 1. P. 353—363.
5. Natale G. G., Commins D. E. Temperature dependence of anisotropic ultrasonic propagation in a nematic liquid crystal // Phys. Rev. Letters. 1972. V. 28. № 22. P. 1439—1441.
6. Алексеев Н. И., Романов В. П., Ульянов С. В. Поглощение звука в жидких кристаллах вблизи точки перехода изотропная фаза — нематик // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 3. С. 398—407.

7. Леванюк А. П. К феноменологической теории поглощения звука вблизи точек фазовых переходов второго рода // ЖЭТФ. 1965. Т. 49. № 4 (10). С. 1304—1312.
8. Andereck B. S., Swift J. Propagation and attenuation of sound near the smectic A — smectic C phase transition in liquid crystals // Phys. Rev. A. 1982. V. 25. № 2. P. 1084—1091.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. С. 246.
10. Кнеппе Н., Шнейдер Ф., Шарма Н. К. Rotational viscosity γ_1 of nematic liquid crystals // J. Chem. Phys. 1982. V. 77. № 2. P. 3203—3208.
11. De Jeu W. H., Claassen W. A. P., Spruit A. M. J. The determination of the elastic constants of nematic liquid crystals // Mol. Cryst. Liquid Cryst. 1976. V. 37. № 1—4. P. 156—162.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 24.X.1988