АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXV 1989 Вып. 6

УДК 534.23

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ВКБ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ЗОНЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕНИ ©

Плоткин А. М.

Решение поперечного уравнения для звукового поля в океане определено через функции Эйри и их высокочастотную асимптотику. Получен явный вид амплитуд нормальных волн, что позволяет использовать развитый алгоритм в любой волновой ВКБ-программе. Приведены результаты сравнительного анализа с расчетами по другим алгоритмам.

Неоднократно отмечалось, что в глубоком океане положение зон конвергенции, рассчитанных по лучевым программам, отличается от результатов натурных экспериментов [1]. Различие между рассчитанным и измеренным положениями начала зон конвергенции $\Delta R(r)>0$ и увеличивается с ростом номера зоны. Это же в разной степени свойственно и другим методам расчета. В настоящей работе описывается алгоритм вычисления звукового поля, позволяющий получить в рамках приближения ВКБ приемлемые (по точности) значения для уровней поля звукового давления в начале зон конвергенции в зоне геометрической тени.

В работе [2] описан алгоритм вычисления звукового поля в слоистом океане с помощью метода нормальных волн. В этом алгоритме при построении функции Грина поперечного уравнения

$$\left(\frac{d^2}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2(z)}-\xi^2\right)Y=-2\delta(z-z_s) \tag{1}$$

используется ВКБ-асимптотика решений в каждом слое (здесь $c(z)$ — скорость звука, ξ — горизонтальное волновое число). При этом на частотах выше 100 Гц обеспечивается хорошая точность определения волновых чисел ξ_k и коэффициентов возбуждения нормальных волн $A(\xi_k)$. Сопоставим расчеты уровня поля, выполненные с помощью лучевого и описываемого алгоритмов. Положение каустики в начале зон конвергенции совпадает с максимумом поля во втором варианте расчета, однако более плавный спад поля в зону тени приводит к некоторому уменьшению ΔR [2]. К похожим результатам приводит экстраполяция уровня звукового поля (полученного на границе зоны конвергенции лучевым способом) в зону тени на основе предложений о физической ширине пучка [3].

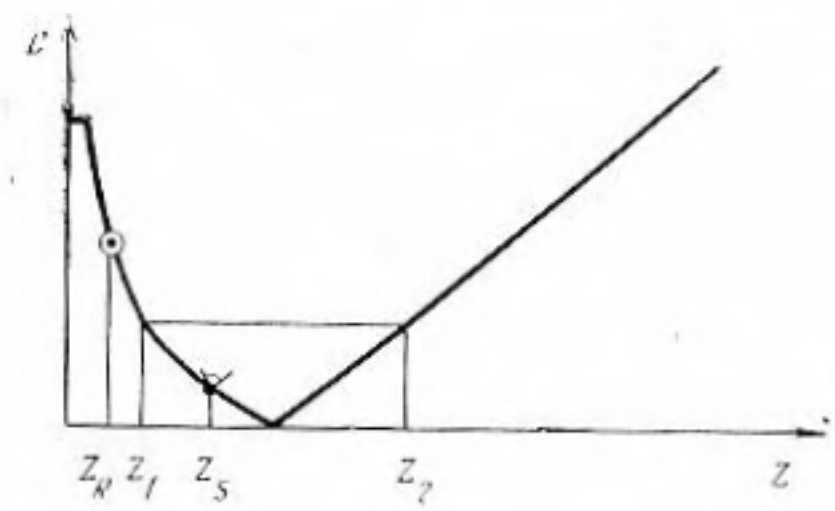

Рис. 1. Зависимость скорости звука от глубины

Однако расчеты по асимптотически точной программе [4] дают для $\Delta R(r)$ существенно меньшие значения. По точной волновой программе был определен диапазон значений волновых чисел для нормальных волн, формирующих звуковое поле в начале зоны конвергенции. В глубоком океане это обычно область $\xi>\xi_0=\mathrm{MIN}(\omega/c_{\text{ист}},\ \omega/c_{\text{пр}})$ (см. рис. 1). Но при этом решение уравнения (1) в ВКБ-приближении экспоненциально мало $\xi>\xi_0=>A(\xi)\to 0$. Ограничение спектра решений (1) и вызывает запаздывание зон конвергенции. В настоящей работе описывается коррекция ВКБ-приближения путем расширения спектра собственных значений.

Определим решение при $\xi\geqslant\xi_0$ через функции Эйри, а при значении

аргумента функций Эйри t, бо́льших t_+ (в зависимости от требуемой точности решения выбираем $t_+=2, 3, 4, 5$), будем определять решение через ВКБ-асимптотику функций Эйри.

Аппроксимация среды: слоистый океан, слоистое дно. В каждом водном слое полагаем линейный закон для квадрата показателя преломления. Плотность и поглощение постоянны во всех водных слоях. Дно моделируем набором жидких однородных слоев, лежащих на упругом поглощающем полупространстве.

Рассмотрим вывод значений $A(\xi)$ при разной глубине источника $z_S=z_{KS}$ и приемника $z_R=z_{KR}$: $z_S>z_R>0$; $KS>KR>1$. В рамках принятых приближений определяем решение (1) сверху в виде

$$Y_1(\xi, z)=\mathrm{Ai}(t(\xi, z)); \tag{2}$$

для аргумента функций Эйри Ai на горизонте z_i имеем

$$t(\xi, z_i)=-\omega^2 p^2(\xi, z_i) R_i^{-2}, \tag{3}$$

где $\omega=2\pi f$ — круговая частота, а $p(\xi, z)$ и R_i находим из

$$p(\xi, z)=(1/c^2(z)-\xi^2/\omega^2)^{1/2}, \tag{4}$$

$$R_i=(\omega^2 c_i^{-2}\alpha_i)^{1/3}. \tag{5}$$

Здесь α_i — градиент квадрата показателя преломления звука в i-том слое, $c_i=c(z_i)$.

Будем полагать, что на горизонте источника выполняется

$$|t(\xi, z_S)|>t_+, \quad \xi>\xi_0. \tag{6}$$

Тогда при $z\geqslant z_S$ применима ВКБ-асимптотика.

Решение снизу определяем в виде

$$Y_2(\xi, z)=p^{-1/2}(\xi, z)\sin\left(\omega\int\limits_z^{z_2} p(\xi, x)\,dx+Q\right), \tag{7}$$

где z_1 и z_2 — точки заворота при данном ξ, причем $z_2>z_S>z_1>z_R$, $c(z_1)=c(z_2)=\omega/\xi$. Фазовый сдвиг Q в нижней точке заворота z_2 находим, следуя [5, 6]. Амплитуду нормальных волн определяем из

$$A(\xi_k)=\left.\frac{Y_1(\xi, z_R)\,Y_2(\xi, z_S)}{dW(\xi)/d\xi}\right|_{\xi=\xi_k}. \tag{8}$$

Вронскиан составляем на горизонте источника

$$W(\xi)=\frac{d}{dz}(Y_1(\xi, z_S)\,Y_2(\xi, z_S)).$$

Дифференцируя (2), (7), получаем (полагая зависимость $p(\xi)$ неявной)

$$\begin{aligned} W(\xi)=-(&\omega\mathrm{Ai}(t(\xi, z_S))\,p^{-1/2}(z_S)\cos\varphi+\\ &+\mathrm{Dai}(t(\xi, z_S))\,p^{-1/2}(z_S)R_{KS}\sin\varphi), \end{aligned} \tag{9}$$

где Dai — производная от функции Ai по аргументу [7], а набег фаз φ определяется из (7): $\varphi=\omega\int\limits_{z_S}^{z_2} p(x)\,dx+Q$.

Если выполняется (6), то можем заменить в (9) функции Эйри на их асимптотическое представление

$$\begin{aligned} &\mathrm{Ai}(t)\simeq\pi^{-1/2}|t|^{-1/4}\sin\psi,\\ &\mathrm{Dai}(t)\simeq-\pi^{-1/2}|t|^{1/4}\cos\psi,\\ &\psi={}^2/_3|t|^{3/2}+\pi/4. \end{aligned} \tag{10}$$

Подставив (10) в (9), получим после несложных преобразований

$$W(\xi)=-\pi^{-1/2}|t(\xi, z_s)|^{-1/4}\omega p^{1/2}(z_s)\sin(\varphi+\psi). \tag{11}$$

Здесь мы использовали следствие из (3): $\omega p(z_s)=-R_{KS}\cdot|t(\xi, z_s)|^{-1/2}$.

В корнях вронскиана $W(\xi_k)=0$. В ВКБ-приближении учитываются не все нормальные волны, а лишь начиная с некоторого номера n. Поэтому в корнях $(\varphi+\psi)_{\xi=\xi_k}=(n+k)\pi$. Отметим, что $\psi\approx\omega\int\limits_{z_1}^{z_s} p(z)\,dz+\pi/4$. Равенство в этом выражении выполняется, если $KS=KR+1$. В этом случае при определении корней вронскиана приходим к привычному ВКБ-виду:

$$\omega\int\limits_{z_1}^{z_2} p(z)\,dz+\pi/4+Q=(n+k)\pi.$$

Дифференцируя (11) по ξ, приходим к соотношению

$$\left.\frac{dW}{d\xi}\right|_{\xi=\xi_k}=\pi^{-1/2}|t(\xi_k, z_s)|^{-1/4}p^{1/2}(z_s)\,\xi_k\cos(\psi+\varphi)\int\limits_{z_1}^{z_2} p^{-1}(z)\,dz. \tag{12}$$

Но в корнях вронскиана $\cos(\varphi+\psi)=(-1)^{n+k}$. Подставляя в (12), приходим к следующему виду для (8):

$$A(\xi_k)=\frac{\mathrm{Ai}(t(\xi_k, z_R))\,p^{-1/2}(z_s)\sin\varphi}{\pi^{-1/2}|t(\xi_k, z_s)|^{-1/4}p^{1/2}(z_s)\,\xi_k(-1)^{n+k}\int\limits_{z_1}^{z_2} p^{-1}(z)\,dz}. \tag{13}$$

Преобразуем (13), используя равенство $\sin\varphi=\sin((n+k)\pi-\psi)=$ $=(-1)^{r+k+1}\sin\psi$:

$$A(\xi_k)=\frac{-\mathrm{Ai}(t(\xi_k, z_R))\,\pi^{1/2}|t(\xi_k, z_s)|^{1/4}\sin\psi}{p(z_s)\,\xi_k\int\limits_{z_1}^{z_2} p^{-1}(z)\,dz}. \tag{13'}$$

Отметим, что $\int p^{-1}(z)\,dz=D_k\omega/2\xi_k$, где D_k — длина цикла луча, выходящего из источника под углом $Q_k=\arccos(\xi_k\cdot c_{hs}/\omega)$. Все остальные величины, входящие в (13), вычисляются аналитически, а D_k находим с помощью лучевой или волновой программ.

Для решения спектральной задачи при $\xi>\xi_0$ ограничимся первым шагом ВКБ-экстраполяции поиска корней $D_k=D(\xi_k)=2\xi_k\omega^{-1}\int\limits_{z_1}^{z_2} p^{-1}(z)\,dz=$ $=2\pi/(\xi_{k-1}-\xi_k)$. Отсюда получаем

$$\xi_{k-1}=F(\xi_k)=\xi_k+\pi\omega/\xi_k\int\limits_{z_1(\xi_k)}^{z_2(\xi_k)} p^{-1}(\xi_k, z)\,dz. \tag{14}$$

Задача определения параметров нормальных волн при $\xi>\xi_0$ решается следующим образом: находим первую нормальную волну, возбуждаемую в рамках ВКБ-приближения в волноводе $\xi_1<\xi_0$. Согласно рекуррентному алгоритму (14), последовательно отыскиваем $\xi_1^*=F(\xi_1)$, $\xi_2^*=F(\xi_1^*),\ldots$ $\ldots,\xi_M^*=F(\xi_{M-1}^*)$. Верхняя граница спектра определяется из условия малости решения сверху в приемнике $t(\xi_M^*, z_R)<t_+$, $t(\xi_{M+1}^*, z_R)>t_+$. При этих значениях ξ амплитуду нормальных волн находим согласно (13) или (13′), причем $\xi_k=\xi_{M+1-k}^*$, $k=1, 2,\ldots M$.

Привлекает простота и наглядность алгоритма. Точность определяется точностью представления решения сверху в виде (2) и снизу в виде (7). При обычных океанических условиях на частотах выше 100 Гц погрешность первого представления существенно выше.

Для исправления этой погрешности следует для решения сверху вместо (2) взять

$$Y_1(\tilde{\xi}, z) = \mathrm{Ai}(t(\tilde{\xi}, z)) + b\,\mathrm{Bi}(t(\tilde{\xi}, z)), \tag{15}$$

значение b находим на границе i-го слоя по непрерывности Y_1. На границах этого слоя выполняется одно из условий [8]:

$$\begin{cases} t(\tilde{\xi}, z_i - 0) > t_+, \\ t(\tilde{\xi}, z_i + 0) < t_+, \end{cases} \quad \begin{cases} t(\tilde{\xi}, z_i + 0) > t_+, \\ t(\tilde{\xi}, z_{i+1} - 0) < t_+. \end{cases} \tag{16}$$

Значение b на горизонте z находим путем рекуррентного пересчета решений из слоя в слой с учетом непрерывной дифференцируемости решения (15) на границах слоев.

Проведя аналогичные выкладки, находим собственные значения из уравнения

$$(\psi + \varphi + \operatorname{arctg} b_S)\big|_{\xi=\tilde{\xi}_k} = (n + k)\pi, \tag{17}$$

а коэффициент возбуждения определим как

$$A(\tilde{\xi}_k) = \frac{-(\mathrm{Ai}(t(\tilde{\xi}_k, z_R)) + b_R\,\mathrm{Bi}(t(\tilde{\xi}_k, z_R)))\,\pi^{1/2}\,|t(\tilde{\xi}_k, z_S)|^{1/4}\sin\psi}{(1+b_S^2)^{1/2}\,p(z_S)\,\tilde{\xi}_k \int\limits_{z_1}^{z_2} p^{-1}(z)\,dz}. \tag{18}$$

Здесь значение b на горизонте z_R обозначено через b_R, а на z_S — через b_S.

В глубоком океане на частотах выше 100 Гц значения коэффициента возбуждения, вычисленного по формулам (13) и (18) при $\xi_k = \tilde{\xi}_k$, примерно равны.

Основным эффектом коррекции (17), (18) будет сдвиг собственных значений на угол $\alpha = \operatorname{arctg} b_S$. Были выполнены расчеты α при 25 различных зависимостях $c(z)$ и разных z_R и z_S. С ростом ξ_k значение α немного уменьшается. На частоте 250 Гц $|\alpha| < 0{,}3$. При этом максимальное значение α приобретает, если область существенных отклонений профиля $c(z)$ от линейного лежит в интервале $z_R \pm h$, где $h \simeq 4 \cdot f^{-1}$ (м), f [кГц]. Численный коэффициент hf соответствует профилю $c(z)$, показанному на рис. 1.

Для иллюстрации полученных результатов рассмотрим следующий расчет. На рис. 2 приведены зависимости коэффициента возбуждения нормальных волн A от волнового числа ξ. Принятая в расчете зависимость $c(z)$ показана на рис. 1. Частота звука $f = 250$ Гц, глубина источника $z_R = 864$ м, приемника — $z_R = 254$ м. На рис. 2 отмечены значения фазовых скоростей для первой и последней ($k = 95$) нормальных волн; положение $\xi = \xi_0$ выделено отрезком вертикальной пунктирной линии. В этом расчете $\xi_0 < \xi_{65}$, следовательно, используя предложенную ВКБ-методику, добавляем к волновому пакету еще 65 нормальных волн, формирующих звуковое поле в начале зоны конвергенции. Ширина этого дополнительного пакета нормальных волн определяется значением t_+.

На рис. 2 кривые *2* и *3* при $\xi \leqslant \xi_0$ сливаются, так как в этой области собственные числа вычисляются по обычному ВКБ-алгоритму [2]. При $\xi = \xi_0$ эти кривые скачком расходятся и при уменьшении номера волн идут с небольшим сдвигом. Сдвиг обусловлен разницей в значениях функций $\sin\psi|_{\xi=\xi_k}$ и $\sin\psi|_{\xi=\tilde{\xi}_k}$, $k = 1, 2, \ldots, 65$. Заметим, что сами собственные значения ξ_k и $\tilde{\xi}_k$ очень близки. В данном случае имеем $(\tilde{\xi}_k - \xi_k)/\xi_k \simeq 7 \cdot 10^{-7}$, $k = 1, 2, \ldots, 65$. При этом шаг изменения волновых чисел $\Delta\xi_k = \xi_k - \xi_{k+1}$ практически не отличается от $\Delta\tilde{\xi}_k$ при $k \leqslant 64$. Отклонение, обусловленное сдвигом на угол α, составляет $(\Delta\xi_{65} - \Delta\tilde{\xi}_{65})/\Delta\xi_{65} \simeq 0{,}7\%$.

Значения $A(\xi)$, вычисленные точно и приближенно, очень близки. Так,

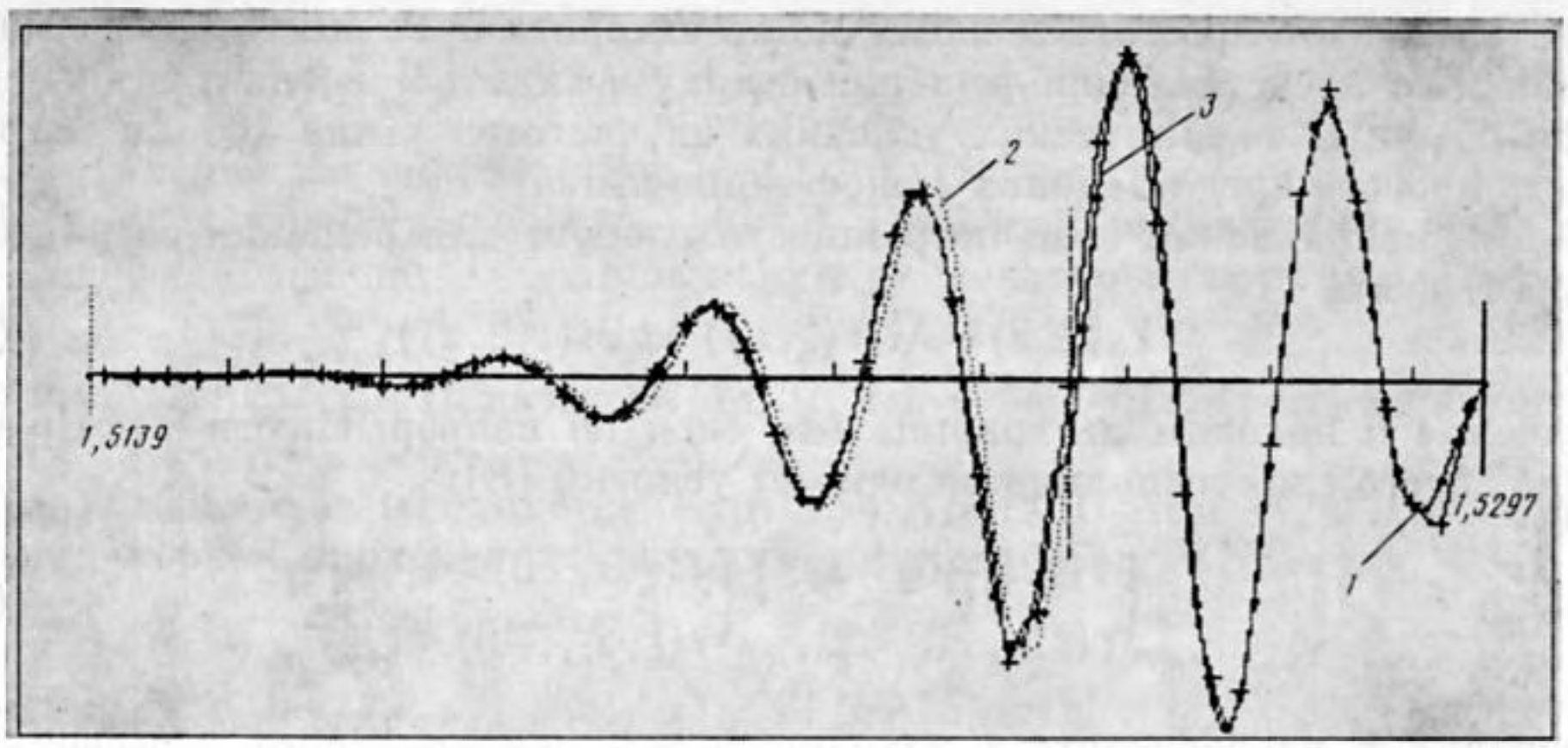

Рис. 2. Зависимость величины $A(\xi)$, вычисленная по алгоритму [4] – (*1*), по формуле (13) – (*2*), по формуле (18) – (*3*)

при $\xi>\xi_0$ кривые *1* и *3* сливаются, что говорит о хорошей точности формул (14), (17), (18). Точность аппроксимации решения при помощи формул (13), (14) – кривая *2* – тоже достаточно высока.

Оценим влияние параметров задачи на глубину верхней точки заворота z_1. Все волны с $\xi>\xi_0$ имеют точку заворота z_1, лежащую выше точки заворота волны с $\xi=\xi_0$. Построим зависимость $\Delta z(t_+)=z_1(t_+)-z_R$ и увидим, что она носит почти линейный характер. В данном расчете $\Delta z(t_+)\simeq\simeq 16t_+$ м (или $2{,}5\lambda t_+$, где λ – длина волны звука). Максимальный сдвиг по глубине $\Delta z_M=66$ м (11λ). Последнее соотношение выполняется и на других частотах:

$$\Delta z_M=\begin{cases} 11\lambda, & 200<f<400\ \text{Гц},\\ 12\lambda, & 400<f<700\ \text{Гц},\\ 12{,}5\lambda, & 700<f<3000\ \text{Гц}.\end{cases}$$

С ростом частоты сохраняется и линейность Δz по t_+, хотя коэффициент пропорциональности вырастает от $2{,}5\lambda$ в первом диапазоне частот, до 3λ в третьем. Так, на частоте 2500 Гц при $t_+=1$ сдвиг глубины точки заворота составляет 1,8 м. Следует отметить, что при переходе к другой зависимости $c(z)$ сохранится линейность Δz по t_+ и Δz_M по λ. Однако численные значения коэффициентов могут быть другими (обычно для Δz_M – меньшими $\Delta z_M=(6-8)\lambda$).

Итак, выше определено решение при $\xi>\xi_0$ через функцию Эйри и их высокочастотную асимптотику и получено простое выражение для собственных значений и собственных функций поперечного уравнения (1). Полученное аналитически в этом приближении значение коэффициента возбуждения нормальных волн соответствует вычисленному с помощью рекуррентных соотношений пересчета решений из слоя в слой [4].

Сопоставим уровни звукового поля на горизонтальном разрезе, вычисленные с помощью различных программ (рис. 3). Расчет выполнен при тех же условиях, что и на рис. 2, но учтен более широкий пакет нормальных волн – 261 волна. Эти условия соответствуют контрольной задаче № 1(2) четвертого семинара-совещания по сравнению методов расчета полей в океане (Петергоф, 1987 г.). Расчеты по алгоритму [4] хорошо соответствуют эталонным расчетам.

Для визуализации отличий в расчетах на графике выделен участок горизонтального разреза уровня поля, включающий вторую и третью зоны конвергенции. Нормировка уровня выбрана так, что в свободном пространстве на расстоянии 1 км от источника звуковое давление равно 0 дБ.

Обратим внимание на отличия между кривыми *1* и *2* (*1* и *3*) в начале зон конвергенции. Видно, что кривая *3* по уровню –35 дБ (на 10 дБ меньше максимума поля в зоне конвергенции) запаздывает на 2,5 км во

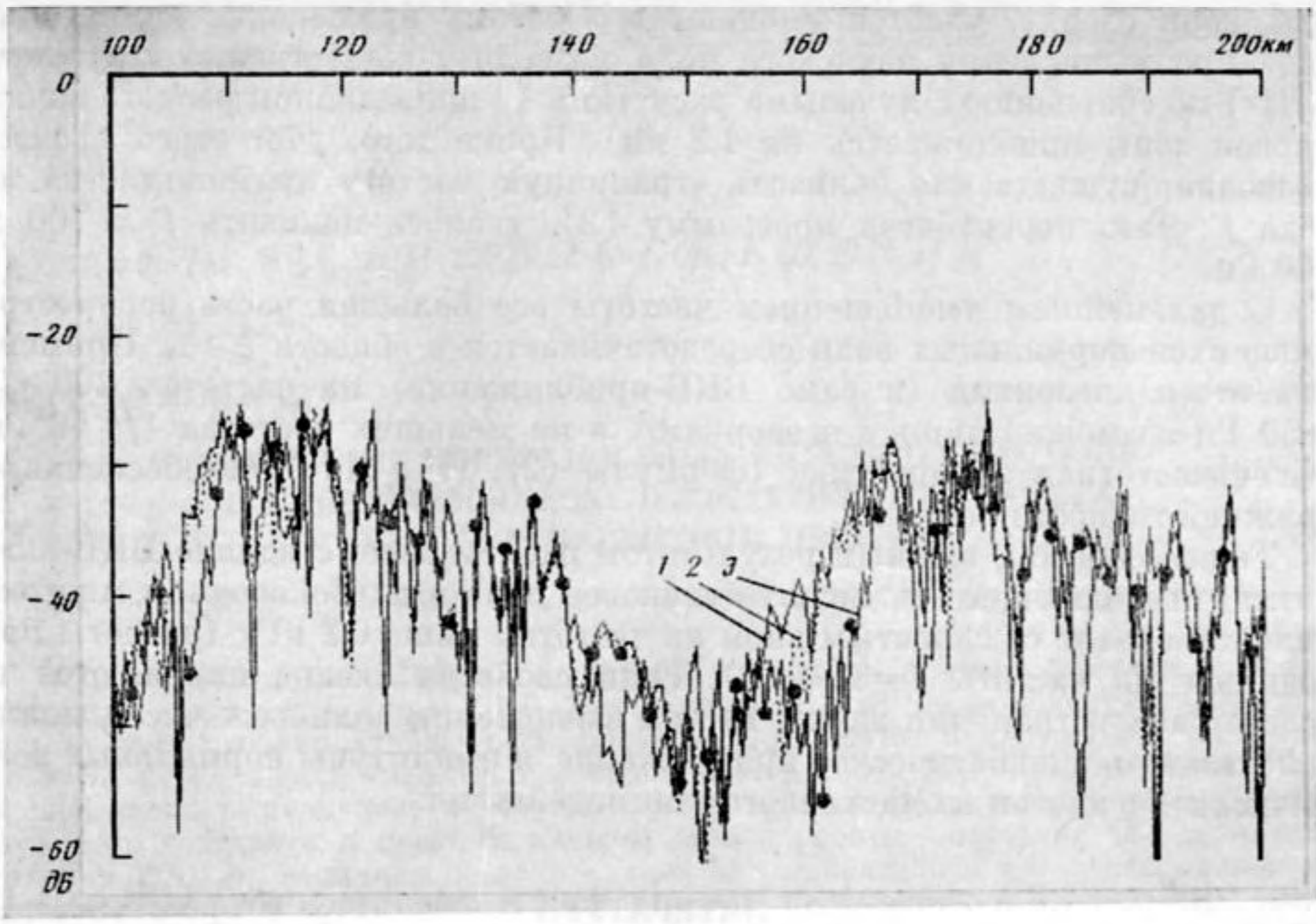

Рис. 3. Уровень звукового поля, вычисленный по программе [4] – (*1*), по ВКБ-алгоритму с предложенной коррекцией – (*2*), по обычному ВКБ-алгоритму – (*3*)

второй и на 3,6 км в третьей зоне. Это расстояние и соответствует запаздыванию геометрооптических (лучевые, ВКБ и т. д.) методов расчета по сравнению с волновым.

Запаздывание объясняется волноводными эффектами, отсутствующими при ВКБ-решении поперечного уравнения (1). Предлагаемая модификация ВКБ-алгоритма учитывает волноводные эффекты и за счет этого начало зон конвергенции по кривой *2* примерно совпадает с кривой *1*. Есть отличия по слабому уровню поля (–40÷–45 дБ для третьей зоны).

Для объяснения этих эффектов привлечем концепцию «конструктивной интерференции» [9], согласно которой звуковое поле на фиксированном расстоянии от источника эффективно формируется небольшой группой нормальных волн с близкими номерами. Уровень звукового давления в основном определяется значением коэффициента возбуждения $A(\xi_k)$ для волн из этой группы. Чем больше $A(\xi_k)$, тем больше уровень поля.

Расхождение в уровнях поля (в начале зон конвергенции) на 1-й и 2-й кривых в первую очередь обусловлено отличием $A(\xi_k)$ от $A(\bar{\xi}_k)$. Эта величина мала вблизи экстремумов A и увеличивается между ними (см. рис. 2). Поэтому погрешность вычисления пика звукового поля (пик формируется группой волн, сосредоточенной вокруг волны с номером n_0, причем $A(\xi_{n_0})$ – один из экстремумов) будет меньше погрешности вычисления поля малой интенсивности. Следовательно, если мы хотим добиться соответствия с точным расчетом и в начале зон конвергенции при малых уровнях поля, надо воспользоваться для ξ_k и $A(\xi_k)$ формулами (17) и (18).

Рассмотрим угловую структуру звукового поля в начале зоны конвергенции в области геометрической тени. Сопоставив волновые числа для пакетов нормальных волн, формирующих начало зоны и геометрическую границу зоны, получим, что звук приходит в зону при углах скольжения, примерно на 1° меньших, чем углы прихода первых лучей.

Следует отметить, что рассмотренный эффект волноводного засвечивания зоны геометрической тени в начале зон конвергенции не позволяет полностью исправить расхождение между расчетом и экспериментом. Есть и другие факторы, влияющие на положение начала зон конвергенции [1, 10]. Однако погрешность, возникающую из-за того, что решение (1) в рамках ВКБ-приближения накладывает ограничение на спектр нормаль-

ных волн сверху, удается уменьшить. Поэтому применение данного метода при вычислении звукового поля позволяет существенно уменьшить $\Delta R(r)$ по сравнению с лучевыми расчетами (в приведенном расчете начало первой зоны приближается на 1,3 км). Кроме того, учет этого эффекта позволяет существенно понизить «граничную частоту применимости» метода f^*. Так, переработав программу [2], удалось понизить f^* с 700 до 200 Гц.

С дальнейшим уменьшением частоты все большая часть распространяющихся нормальных волн сосредотачивается в области $\xi>\xi_0$. Применение этого алгоритма (и само ВКБ-приближение) на частотах $200>f>50$ Гц возможно лишь с оговорками, а на меньших частотах ($f<50$ Гц) высокочастотная асимптотика (формулы (2), (7), (14)) не обеспечивает должной точности решения.

Таким образом, важным результатом работы было создание ВКБ-алгоритма, позволяющего вычислять звуковое поле в глубоководном многоканальном океане со слоистым дном на частотах выше 0,2 кГц (расчеты проводились до частоты $f=32$ кГц). Если свойства океана изменяются по трассе распространения звука, то при вычислении волновых чисел можно использовать адиабатическое приближение, а амплитуды нормальных волн вычислять с учетом их частичного взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Галкин О. П.* О структуре звукового поля в глубоком океане. Акустика океана/Под ред. Бреховских Л. М., Андреевой И. Б. М.: Наука, 1982. С. 92–106.
2. *Плоткин А. М.* Применение ВКБ-приближения для расчетов звуковых полей в океане // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 2. С. 297–302.
3. *Галкин О. П., Швачко Л. В., Харченко Е. А., Панкова С. Д., Дымшиц А. М.* Исследования «толщины» физических лучей в океане и влияния среды на корреляционные свойства сигналов. Проблемы акустики океана/Под ред. Бреховских Л. М., Андреевой И. Б. М.: Наука, 1984. С. 118–132.
4. *Плоткин А. М.* Быстродействующий алгоритм вычисления звукового поля в слоистом океане с помощью метода нормальных волн // Акуст. журн., 1986. Т. 32. № 5. С. 703–705.
5. *Murphy E. L., Davis J. A.* Modilied ray theory for bounded media // J. Acoust. Soc. Amer. 1974. V. 56. № 6. P. 1747–1760.
6. *Явор М. И.* Асимптотическое вычисление звуковых полей в океане при наличии глубинного и приповерхностного волновода // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 553–560.
7. *Абрамовитц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 827 с.
8. *Плоткин А. М.* Оценки применимости приближения ВКБ в методе нормальных волн // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 4. С. 496–501.
9. *Ди Наполи Ф. Р., Девенпорт Р. П.* Численные модели подводного распространения звука. Акустика океана. М.: Мир, 1982. С. 91–176.
10. *Лысанов Ю. П., Плоткин А. М.* Акустический эффект тонкой структуры поля скорости звука в океане // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 1079–1082.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
12.XII.1988