

УДК 534.26

**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБЪЕМНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ
В ВОЛНУ ГУЛЯЕВА—БЛЮШТЕЙНА В СИСТЕМЕ
ДВУХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКОВ, РАЗДЕЛЕННЫХ ЩЕЛЬЮ ©**

Вахтурин М. П.

Рассмотрено возбуждение волны Гуляева — Блюштейна (ВГБ) в системе двух пьезоэлектриков, разделенных щелью. В стационарном случае получены зависимости амплитуды ВГБ от частоты, угла падения объемной волны и ширины щели. Решена задача о нарастании амплитуды ВГБ в случае полуограниченного падающего звукового пучка.

Полное теоретическое рассмотрение эффекта нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО) было проведено в статьях [1, 2] в применении к задаче о возбуждении собственных колебаний в планарном оптическом волноводе. Позднее метод НПВО был использован для возбуждения поверхностных электромагнитных волн [3—5]. В работе [6] была рассмотрена генерация волн Гуляева — Блюштейна (ВГБ) на плоской границе двух пьезоэлектриков без акустического контакта, в основе которой также лежит резонансный эффект НПВО. При решении этой задачи авторы пренебрегали влиянием щели между пьезоэлектриками. В результате они получили не зависящее от частоты значение угла падения объемной волны, при котором происходит резонансное возбуждение ВГБ, и, как следствие этого, — широкополосное возбуждение. Но поскольку отсутствие акустического контакта предполагает собой наличие щели, представляется целесообразным учесть ее влияние, что и сделано в данной работе. Полученные при этом результаты позволяют рассчитать зависимость резонансного угла падения от частоты и оценить ограничения на частотную полосу преобразования, связанные с конечной шириной щели и конечной длиной нарастания ВГБ. В частности, показано, что применение сильных пьезоэлектриков позволяет расширить область практического использования рассматриваемого способа возбуждения ВГБ на гиперзвуковой диапазон частот.

На рис. 1 приведена схема возбуждения ВГБ в рассматриваемой системе. Пьезоэлектрики I и III симметрии *6mm* с гексагональными осями вдоль оси *z* и сильно различающимися фазовыми скоростями объемных сдвиговых волн занимают соответственно полупространства $y \geq h$ и $y \leq -h$. Среда II представляет собой щель между пьезоэлектриками, заполненную вакуумом. На границу $y = h$ из среды I под углом θ к нормали падает объемная плоская сдвиговая волна, поляризованная по оси *z*, с волновым вектором, лежащим в плоскости *xy*. В случае полного внутреннего отражения во всех трех средах возбуждаются поверхностные сопутствующие колебания, а в среде III еще и «утекающая» поверхностная акустическая волна (ПАВ).

Решение стандартной системы квазистатических уравнений будем искать в виде (для краткости везде опускаем множитель $\exp[i(kx - \omega t)]$)

$$U_I = U_i e^{-is_1(y-h)} + U_r e^{is_1(y-h)},$$

$$\Phi_I = \Phi_0 e^{-k(y-h)} + \frac{4\pi e_I}{\epsilon_I} U_I, \quad \Phi_{II} = \Phi_1 e^{ky} + \Phi_2 e^{-ky}, \quad (1)$$

$$U_{III} = U_s e^{s_3(y+h)}, \quad \Phi_{III} = \Phi_s e^{k(y+h)} + \frac{4\pi e_{III}}{\epsilon_{III}} U_{III}.$$

Здесь буквами *U* и Φ обозначены соответственно смещения в акустической волне и электрический потенциал; индексы I, II, III указывают,

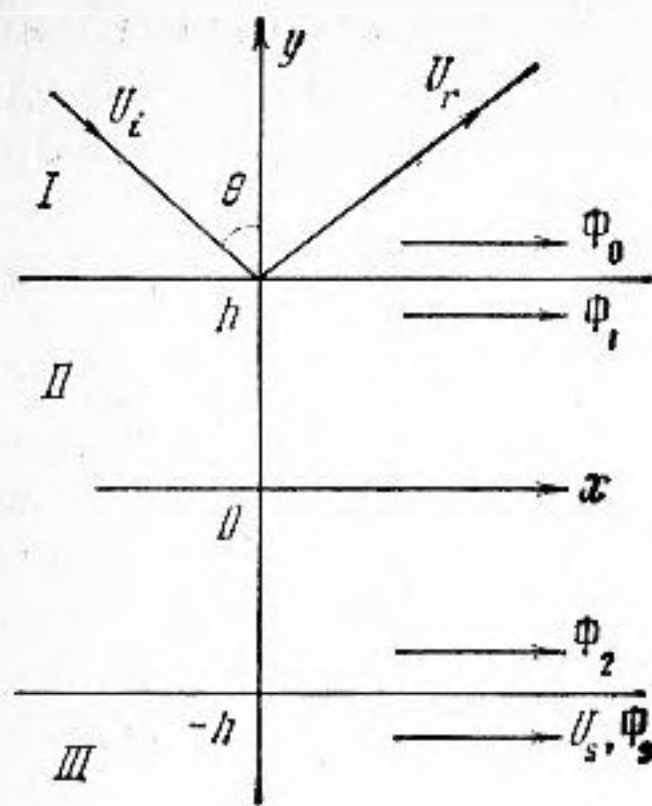


Рис. 1

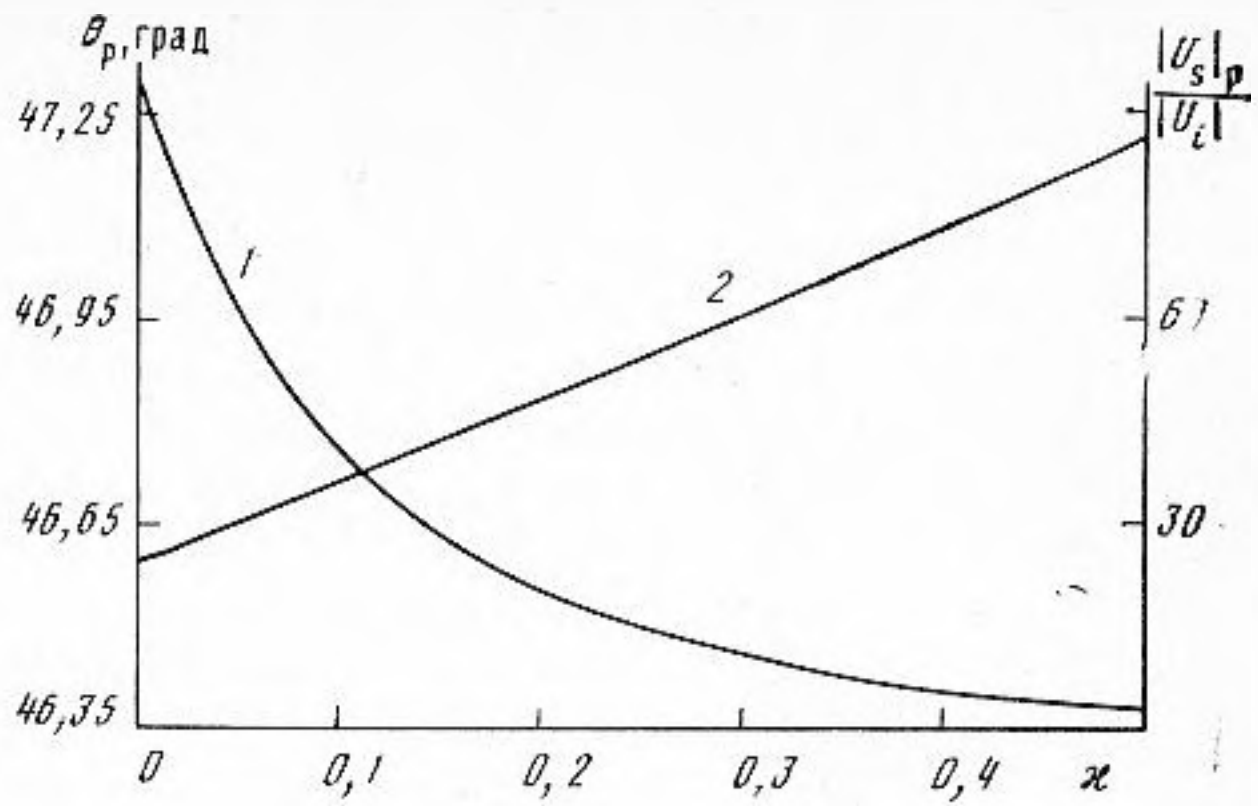


Рис. 2

Рис. 1. Схема возбуждения ВГБ

Рис. 2. Зависимости резонансных значений угла падения (1) и амплитуды ВГБ (2) от x для системы CdS - LiIO₃

к какой из сред относится соответствующая величина; e_I, e_{III} — пьезомодули e_{15} ; $\epsilon_I, \epsilon_{III}$ — компонента ϵ_{11} тензора диэлектрической проницаемости ϵ_{ij} . Волновые числа связаны соотношениями

$$\begin{aligned} c_I (s_1^2 + k^2) (1 + \eta_I) &= \rho_I \omega^2, \\ c_{III} (k^2 - s_3^2) (1 + \eta_{III}) &= \rho_{III} \omega^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где ρ — плотность, а c — компонента c_{yzyz}^E тензора модулей упругости, $\eta_{I, III} = 4\pi e_{I, III}^2 / (c_{I, III} \epsilon_{I, III})$ — коэффициент электромеханической связи.

Подстановка решений (1) в граничные условия (равенство нулю нормальной компоненты тензора напряжений, непрерывность потенциала и нормальной компоненты вектора индукции) дает

$$\begin{aligned} is_1 U_r (1 + \eta_I) - k \frac{e_I}{c_I} \Phi_0 &= is_1 U_i (1 + \eta_I), \\ \epsilon_I \Phi_0 + \Phi_1 e^{kh} - \Phi_2 e^{-kh} &= 0, \\ \frac{4\pi e_I}{\epsilon_I} U_r + \Phi_0 - \Phi_1 e^{kh} - \Phi_2 e^{-kh} &= -\frac{4\pi e_I}{\epsilon_I} U_i, \\ s_3 (1 + \eta_{III}) U_s + k \frac{e_{III}}{c_{III}} \Phi_s &= 0, \\ \Phi_1 e^{-kh} - \Phi_2 e^{kh} - \epsilon_{III} \Phi_s &= 0, \\ \Phi_1 e^{-kh} + \Phi_2 e^{kh} - \frac{4\pi e_{III}}{\epsilon_{III}} U_s - \Phi_s &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Определитель системы (3) имеет вид

$$\Delta = is_1 (1 + \eta_I) [a (\epsilon_I + 1) e^{2kh} - b (\epsilon_I - 1) e^{-2kh}] + k \eta_I (a e^{2kh} + b e^{-2kh}), \quad (4)$$

где $a = s_3 (\epsilon_{III} + 1) (1 + \eta_{III}) - k \eta_{III}$, $b = s_3 (\epsilon_{III} - 1) (1 + \eta_{III}) + k \eta_{III}$.

Амплитуда отраженной акустической волны и амплитуда «утекающей» ПАВ находятся из соотношений

$$U_r = (\Delta_r / \Delta) U_i, \quad U_s = (\Delta_s / \Delta) U_i, \quad (5)$$

где $\Delta_r = -\text{Re } \Delta + i \text{Im } \Delta$, $\Delta_s = -16\pi is_1 k e_I e_{III} (1 + \eta_I) / c_{III}$.

Частота $f = \omega/2\pi$ и ширина щели $2h$ входят в (4), (5) исключительно в виде произведения. Поэтому, когда речь идет о возбуждении ПАВ в одном и том же материале (материал клина может меняться), удобно пользоваться параметром $\kappa = 2h(k^2 - s_3^2)^{1/2}$.

Рассмотрим подробнее случай, когда ПАВ является «слабоутекающей», т. е. когда $\eta_I \ll 1$ и/или $\exp(2kh) \gg 1$. В этом случае зависимость $|U_s|$ от угла падения θ носит ярко выраженный резонансный характер. Представим амплитуды отраженной акустической волны и поверхностных сопутствующих колебаний в виде суммы полей, существование которых обусловлено наличием «слабоутекающей» ПАВ, и остальных полей. Тогда для отраженной акустической волны второе слагаемое можно записать в виде $U_{r2} = (\Delta_r'/\Delta')U_i$, где Δ' и Δ_r' находятся из формул (4), (5), в которых положено $\eta_{III} = 0$. Отсюда обусловленная переизлучением ПАВ часть амплитуды отраженной акустической волны имеет вид

$$U_{r1} = U_i \left(\frac{\Delta_r}{\Delta} - \frac{\Delta_r'}{\Delta'} \right) = \alpha U_s, \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{ic_{III}\Delta}{16\pi s_1 k \epsilon_I e_{III} (1 + \eta_I)} \left(\frac{\Delta_r}{\Delta} - \frac{\Delta_r'}{\Delta'} \right).$$

Первое слагаемое для сопутствующих поверхностных колебаний представляет собой волны потенциала, сопровождающие «слабоутекающую» ПАВ. Второе слагаемое — это волны потенциала, сопровождающие падающую акустическую волну. Им можно пренебречь по сравнению с первым, поскольку в области резонанса $|U_s| \gg |U_i|$. Тогда амплитуды сопутствующих поверхностных колебаний можно найти из системы (3):

$$\Phi_s = -\frac{s_3 c_{III} (1 + \eta_{III})}{k e_{III}} U_s, \quad \Phi_1 = -\frac{U_s c_{III}}{2k e_{III}} a e^{kh}, \quad \Phi_2 = \frac{U_s c_{III}}{2k e_{III}} b e^{-kh},$$

$$\Phi_0 = \frac{U_s c_{III}}{2k \epsilon_I e_{III}} (a e^{2kh} + b e^{-2kh}). \quad (7)$$

Формулы (7) описывают ВГБ на границе $y = -h$ пьезоэлектрика III в случае, когда полупространство $y \geq h$ занято непьезоэлектрическим веществом с диэлектрической проницаемостью ϵ_I .

На основе полученных решений (4), (5) коротко рассмотрим суть эффекта НПВО, что позволит проанализировать свойства этих решений. Прежде всего заметим, что если фазовые скорости сдвиговых волн в средах I и III сильно различаются, то $s_1 \sim k$ и тогда $|\text{Im } \Delta| \gg |\text{Re } \Delta|$ и $|\text{Im } \Delta'| \gg |\text{Re } \Delta'|$, поскольку большинство известных пьезоэлектриков удовлетворяют неравенствам $(1 + \eta_{I, III}) \gg \eta_{I, III}$. Условием резонанса при этом является равенство $\text{Im } \Delta = 0$. Таким образом, в точке резонанса $\Delta_r/\Delta = -\text{Re } \Delta/\text{Re } \Delta = -1$, в то время как $\Delta_r'/\Delta' \approx \text{Im } \Delta'/\text{Im } \Delta' = 1$, и из (6) следует, что амплитуда волны «утечки» $U_{r1} \approx -2U_i$.

Теперь можно качественно рассмотреть динамику установления стационарного режима. Сначала за время, много меньшее времени установления стационарного режима, пока амплитуда ВГБ пренебрежимо мала, амплитуда отраженной волны становится равной $U_{r2} \approx U_i$, т. е. в системе возникает полное внутреннее отражение от границы среда I — вакуум. Затем начинает нарастать ВГБ и в среде I появляется волна «утечки», которая складывается в противофазе с U_{r2} . Полное внутреннее отражение при этом нарушается (отсюда и название эффекта). Разница в потоках энергии в падающей и отраженной волнах идет на приращение энергии в ВГБ. В результате «гашения» первоначальной отраженной волны волной «утечки» суммарная отраженная волна сначала убывает почти до нуля, а затем возрастает до стационарного значения $U_{r2} + U_{r1} = -U_i$, т. е. до восстановления полного внутреннего отражения. Отметим, что в резонансе стационарная амплитуда «утечки» зависит только от U_i . Отсюда следует, что эффективность возбуждения определяется только амплитудой падающей волны и степенью «утекания» ВГБ. Чем меньше «утечка», тем большей долж-

на быть амплитуда ВГБ, чтобы при том же значении U_i амплитуда волны «утечки» достигла своего стационарного значения. Кроме того, как это следует из (5), сдвиг фазы ВГБ относительно падающей волны в резонансе равен $-\pi/2$ и меняется по мере перехода через резонанс от 0 до $-\pi$. Налицо аналогия с резонансом в колебательной системе с потерями, причем роль вынуждающей силы играет амплитуда падающей волны, а роль потерь — степень «утекания» ВГБ.

В случае, когда $\kappa \ll 1$, с учетом $s_3 \ll k$ для резонансного значения амплитуды ВГБ нетрудно получить $|U_s(\kappa)|_p = |\Delta_s / \text{Re } \Delta| \approx |U_s(0)|_p [1 + \kappa \epsilon_I \epsilon_{III} / (\epsilon_I + \epsilon_{III})]$, т. е. $|U_s(\kappa)|_p$ зависит от κ линейно. Зависимость $|U_s(\kappa)|_p$, рассчитанная по формулам (4), (5), представлена на рис. 2.

Выясним теперь, от чего зависит частотная полоса преобразования. Подставляя в равенство $|\text{Im } \Delta| = |\text{Re } \Delta|$ величину $k = k_p + \Delta k$, где Δk — такая расстройка волнового вектора ВГБ от его резонансного значения k_p , при которой для данного угла падения $|U_s|$ уменьшается в $2^{1/2}$ раз по сравнению с $|U_s|_p$, получаем $2\Delta kh = \eta_I \epsilon_I \text{tg } \theta (1 + \eta_I)^{-1} (\epsilon_I^2 - 1)^{-1}$. При выводе этой формулы предполагалось, что $2\Delta kh \ll 1$. Поскольку $\text{tg } \theta \approx \text{tg } \theta_p \sim 1$, если фазовые скорости сдвиговых объемных волн в средах I и III сильно различаются, то это неравенство выполняется для всех известных пьезоэлектриков. Кроме того, как видно из рис. 2, θ_p меняется в очень малых пределах, так что зависимостью $\text{tg } \theta$ от κ можно пренебречь. Таким образом,

произведение $\Delta f h \approx \Delta k h \kappa^{-1} c_{III}^{-1/2} (1 + \eta_{III})^{1/2} \rho_{III}^{1/2}$ частотной полосы преобразования Δf на полуширину щели h не зависит ни от частоты, ни от ширины щели, что подтверждается численным расчетом. В системе CdS — LiIO₃ $2\Delta kh = 0,004$, что соответствует, например, при ширине щели 0,2 мкм полосе 16 МГц. Из приведенного здесь анализа следует, что с ростом частоты увеличивается максимальная эффективность генерации и сужается относительная полоса $\Delta f/f$. Это легко объяснить, если вспомнить, что при увеличении частоты (ширина щели считается постоянной) возрастает влияние щели, т. е. уменьшается «утекание» ВГБ.

Если в качестве клина вместо CdS выбрать более сильный пьезоэлектрик, то ВГБ будет «утекать» сильнее. Поскольку это соответствует возросшим потерям в резонансной системе, можно ожидать, что максимальная эффективность генерации ВГБ снизится, но одновременно расширится диапазон частот, в котором можно будет эффективно возбуждать ВГБ. Это хорошо видно из рис. 3, на котором представлены зависимости $|U_s(\kappa)|$ для систем CdS — LiIO₃ и LiIO₃ — LiNbO₃. Отметим, что расширяется кроме частотной полосы еще и связанная с полосой косвенным образом угловая ширина резонанса. Действительно, при увеличении η_I увеличивается отношение $|\text{Re } \Delta| / |\text{Im } \Delta|$ и для выхода из области резонанса требуются большие угловые и частотные расстройки.

Рассмотрим нарастание амплитуды ВГБ $U_s(t)$ во времени, считая $U_s(0) = 0$. При этом будем исходить из закона сохранения энергии для пьезоэлектриков, который в квазистатическом приближении можно записать следующим образом:

$$\oint_{\sigma} \frac{\partial u_i}{\partial t} \left[c_{iklm}^E \frac{\partial u_l}{\partial x_m} + e_{jik} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right] n_k d\sigma = \frac{d}{dt} \int_V \left[\frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 + \frac{c_{iklm}^E}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_l}{\partial x_m} + \frac{\epsilon_{nj}^s}{8\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_n} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right] dV. \quad (8)$$

Здесь \mathbf{u} — акустическое смещение, φ — электрический потенциал, n — внешняя нормаль к поверхности σ , ограничивающей объем V , остальные обозначения общеприняты. Применим теорему (8) к объему, боковая поверхность которого есть цилиндрическая поверхность с образующей, параллельной оси y , а основания представляют собой единичные площадки, вырезаемые боковой поверхностью из плоскостей, перпендикулярных оси y , причем одна из них расположена в среде I, а другая — в среде III. В случае «слабоутекающей» волны можно выбрать основания цилиндра

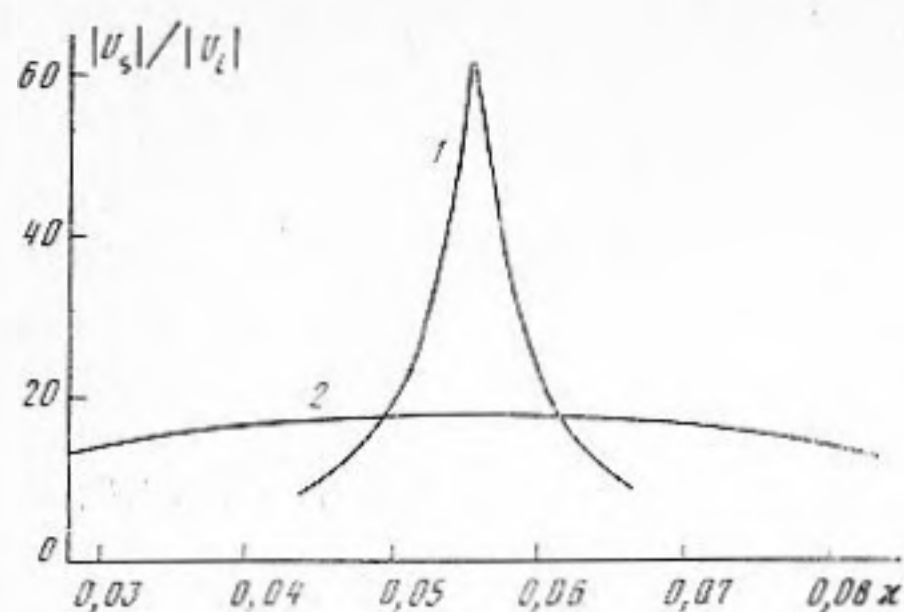


Рис. 3

Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики систем $\text{CdS} - \text{LiNbO}_3$ (1) и $\text{LiIO}_3 - \text{LiNbO}_3$ (2). В обоих случаях при резонансе $x=0,055$

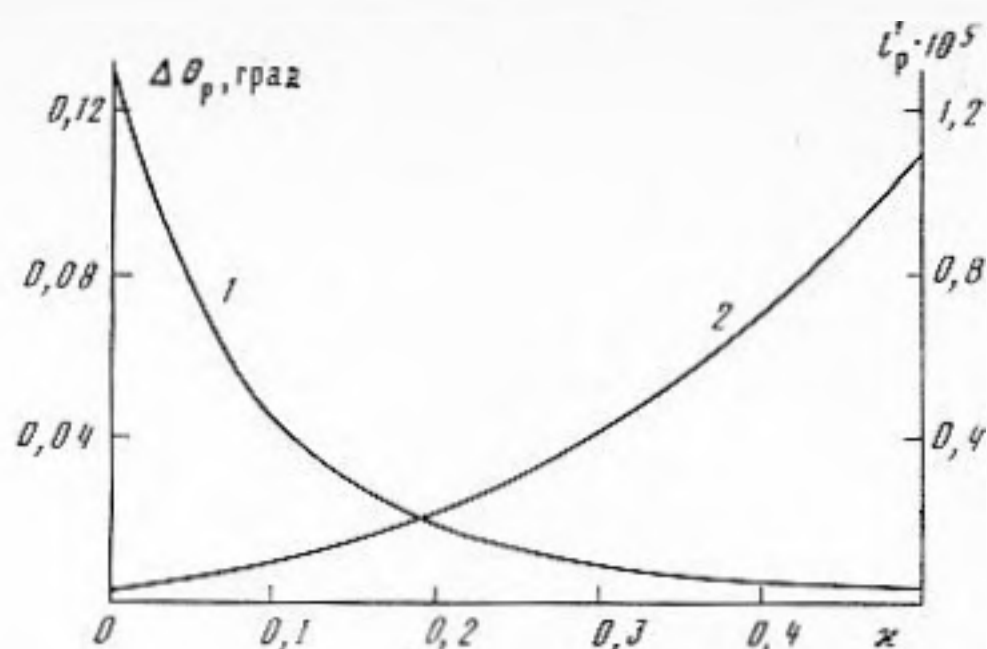


Рис. 4

Рис. 4. Зависимости угловой ширины резонанса (1) и резонансного значения постоянной нарастания (2) от x для системы $\text{CdS} - \text{LiIO}_3$

настолько далеко от границ, что поверхностную волну при взятии поверхностного интеграла можно не учитывать, и в то же время так, что зависимость полей от координат внутри цилиндра будет такой же, как в стационарном случае. Далее, так как амплитуды поверхностных волн меняются от нуля до значения, намного превышающего $|U_r|$, можно пренебречь производной $\partial U_r / \partial t$ по сравнению с производными по времени от амплитуд поверхностных волн. Это приводит к тому, что в объемном интеграле в (8) нужно учитывать только поля поверхностных волн, интегрируя по y в пределах $\pm\infty$.

Подставляя в (8) решения в форме (1) с зависящими от времени амплитудами, пренебрегая производными $\partial U_r / \partial t$ и используя формулы (2), (6), (7), получим

$$\frac{\chi_1}{\chi_2} \frac{d}{dt} |U_s(t)|^2 = U_i^2 - |U_r(t)|^2 = \gamma |U_s(t)| - |\alpha|^2 |U_s(t)|^2,$$

где

$$U_i = |U_i|, \quad U_s(t) = |U_s(t)| \exp(i\varphi_s),$$

$$\gamma = -2U_i \operatorname{Re} [\alpha (\Delta_r' / \Delta') \cdot \exp(i\varphi_s)],$$

$$\chi_1 = \frac{s_3^2 c_{III}}{4k\eta_{III}} (1 + \eta_{III})^2 + \frac{\rho_{III} \omega^2}{4S_3} + \frac{c_{III} \operatorname{sh}(2kh)}{32k\epsilon_{III} \eta_{III}} (a^2 e^{2kh} + b^2 e^{-2kh}) +$$

$$+ \frac{c_{III} \epsilon_I}{64k\epsilon_{III}^2 \eta_{III}} (a e^{2kh} + b e^{-2kh})^2, \quad \chi_2 = \omega s_1 c_I (1 + \eta_I) / 2.$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид $|U_s(t)| = |U_s(\infty)| \times [1 - \exp\{-\chi_2 |\alpha|^2 t / (2\chi_1)\}]$, где $U_s(\infty)$ — амплитуда ВГБ в стационарном случае. Отсюда нетрудно найти, как будет нарастать амплитуда ВГБ в случае полуограниченного пучка. Полагая $U_s(x) = 0$ при $x = 0$, получим $|U_s(x)| = |U_s(\infty)| [1 - \exp\{-\chi_2 |\alpha|^2 kx / (2\chi_1 \omega)\}]$. В случае, когда $\eta_{III} \ll 1 + \eta_{III}$, плотность энергии в волнах потенциала пренебрежимо мала по сравнению с плотностью энергии в ВГБ. При этом $\chi_2 \approx \rho_{III} \omega^2 / 4s_3$ и зависимость безразмерной постоянной нарастания $l' = \chi l / h$, где $l = 2\chi_1 \omega / (k\chi_2 |\alpha|^2)$ — длина нарастания, от частоты и ширины щели сводится к зависимости от x . Зависимость резонансных значений постоянной нарастания от x для системы $\text{CdS} - \text{LiIO}_3$ приведена на рис. 4. Таким образом, рис. 2, 4 вместе с рассчитанным выше значением $2\Delta kh$ полностью характеризует процесс возбуждения ВГБ в системе $\text{CdS} - \text{LiIO}_3$. Для этой системы наибольший практический интерес представляют скорее всего значения $x \ll 1$, поскольку, как следует из рис. 4, при $x \gtrsim 1$ угловая ширина резонанса составляет тысячные доли градуса и создать падающий пучок с такой малой расходимостью трудно. Поэтому для возбуждения ВГБ в гиперзвуковом диапазоне необ-

ходимо либо уменьшать ширину щели, что возможно только до некоторых пределов, либо применять в качестве клина сильные пьезоэлектрики.

Автор благодарит Чернозатонского Л. А. и Грамотнева Д. К. за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иогансен Л. В. Резонансная дифракция волн в слоисто-неоднородных средах // ЖЭТФ. 1961. Т. 40. № 6. С. 1838–1843.
2. Иогансен Л. В. Теория резонансных электромагнитных систем с полным внутренним отражением // ЖТФ. 1962. Т. 32. № 4. С. 406–418.
3. Otto A. Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection // Z. Phys. 1968. В. 216. S. 398–410.
4. Kretschmann E. The determination of the optical constants of metals by excitation of surface plasmons // Z. Phys. 1971. В. 241. S. 313–324.
5. Поверхностные поляритоны/Под ред. Аграновича В. М. и Миллса Д. Л. М.: Наука, 1985.
6. Гуляев Ю. В., Плесский В. П., Тен Ю. А. К вопросу о возбуждении поверхностных акустических волн с помощью клина // Акуст. журн. 1981. Т. 27. № 6. С. 855–858.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт физико-технических
и радиотехнических измерений

Поступила в редакцию
5.XII.1988