АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 36 1990 Вып. 1

УДК 534.2.532

© 1990 г.

А. Г. Рудницкий

ПРОХОЖДЕНИЕ ЗВУКА СКВОЗЬ ВИХРЕВОЙ СЛЕД ЗА ЦИЛИНДРОМ

Рассмотрена задача прохождения плоской звуковой волны сквозь вихревой след за цилиндром. В приближении метода плавных возмущений получено выражение, связывающее фазу звуковой волны, прошедшей сквозь дорожку Кармана, с параметрами течения. Теоретические характеристики флуктуации фазы сравниваются с характеристиками, полученными в результате численных и модельных экспериментов.

Интерес к задачам взаимодействия звука с различного рода вихревыми структурами в значительной степени обусловлен возможностью использования звука в качестве инструмента дистанционной диагностики турбулентных сдвиговых потоков. В [1] был представлен анализ рассеяния звука на двумерных вихревых структурах и в борновском приближении найдены выражения для амплитуды рассеяния. Однако аппроксимация вихревого следа за цилиндром цепочкой точечных вихрей (дорожка Кармана) является сильно идеализированной моделью вихревого следа. Одно из существенных отличий реальных течений от дорожки Кармана состоит в том, что регулярные образования в следе развиваются на фоне мелкомасштабной турбулентности.

Цель настоящей работы — оценка влияния регулярных и случайных неоднородностей в вихревом следе за цилиндром на флуктуации фазы звуковой волны, прошедшей сквозь такое течение. Рассматривается плоская задача в приближении метода плавных возмущений. Учет мелкомасштабного турбулентного фона проводится в предположении, что скорость в турбулентном сдвиговом потоке можно представить в виде суммы величин, соответствующих стационарному среднему течению, крупномасштабным движениям когерентных структур и мелкомасштабной турбулентности $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \mathbf{u} + \mathbf{u}'$. Результаты теоретических построений и численного эксперимента сравниваются с экспериментальными данными работы [2]. Особое внимание уделяется выяснению возможности дистанционной акустической диагностики различных вихревых течений.

Известно [3], что распространение звука в среде с флуктуирующими значениями скорости и температуры описывается уравнением

$$\Delta\Pi + k^2\Pi = -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{T'}{T_0}\frac{\partial\Pi}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{i\omega}\frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_j}\left(u_i\frac{\partial\Pi}{\partial x}\right) \quad (j, i = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где $\Pi = p_a/\rho_0 c_0^2$ — величина, пропорциональная акустическому давлению, ρ_0 и c_0 — плотность и скорость звука в однородной среде, ω — круговая частота звуковой волны, $k = \omega/c_0$, T' — флуктуации температуры от ее равновесного значения T_0, а $\mathbf{u}$ — флуктуации скорости в потоке. При этом предполагается, что $T'/T_0 \ll 1$, $|\mathbf{u}|/c_0 \ll 1$, $\operatorname{div}\mathbf{u} = 0$. Флуктуациями температуры, которые могут быть существенными лишь в случае стратифицированного течения, в дальнейшем будем пренебрегать.

Применим метод плавных возмущений к расчету флуктуаций комплексной фазы φ, плоской гармонической волны $\Pi = A_1 \exp[-i(ky + \omega t)]$, распространяющейся в среде с флуктуирующими значениями скорости.

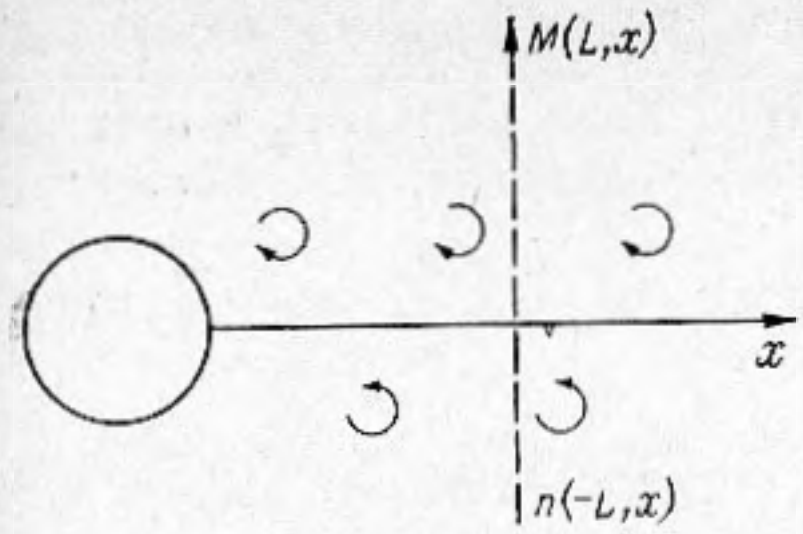

Рис. 1.

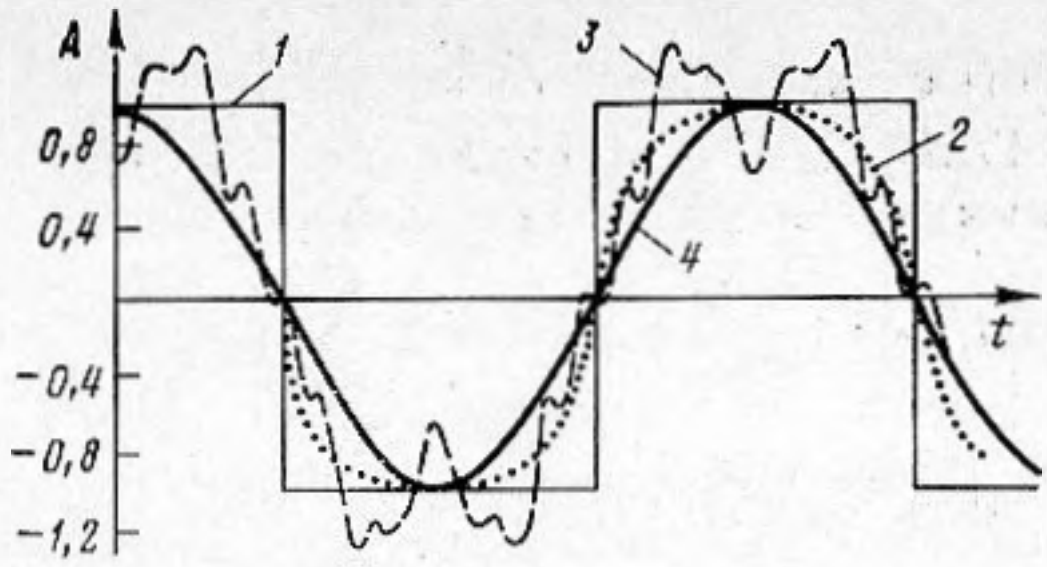

Рис. 2.

Рис. 1. Прохождение звука сквозь дорожку Кармана

Рис. 2. Колебания фазы звуковой волны, прошедшей сквозь вихревое течение за цилиндром: *1* — колебания фазы в приближении геометрической акустики, *2* — то же для цепочки вихрей Озеена, *3* — учет дифракции для случая точечных вихрей ($L/kl = 0{,}005$), *4* — $S(t) = \cos t$

При выполнении конкретных расчетов будем исходить из уравнения

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + 2ik\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = f(x, y) \tag{2}$$

с начальным условием $\varphi_1(x, 0) = 0$.

Здесь $\varphi_1 = \ln(A_1/A_0) + iS$, A_1 — амплитуда поля П, A_0 — амплитуда в невозмущенной среде, S — флуктуация фазы,

$$f(x, y) = \frac{2}{c_0}\left[k^2 u_y - ik\frac{\partial}{\partial y}u_y - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial y}u_y + \frac{\partial}{\partial x}u_x\right)\right].$$

Воспользуемся для решения уравнения (2) методом спектральных разложений. Представим $\varphi_1(x, y)$ и $f(x, y)$ в виде стохастических интегралов Фурье — Стилтьеса:

$$\varphi_1(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\varkappa x}\nu_\varphi(d\varkappa, y),$$
$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\varkappa x}\nu(d\varkappa, y). \tag{3}$$

Тогда, считая, что плоская волна распространяется вдоль оси y от точки $(x, -L)$ до (x, L), получим связь между спектральной амплитудой комплексной фазы φ_1 и спектральной амплитудой функции $f(x, y)$ [3]:

$$\nu_\varphi(d\varkappa, L) = \frac{1}{2ik}\int_{-L}^{L}\exp\left[-\frac{i\varkappa^2(L-y)}{2k}\right]\nu(d\varkappa, y)\,dy. \tag{4}$$

Рассмотрим вначале прохождение звуковой волны сквозь две бесконечные периодические цепочки точечных вихрей, расположенных в шахматном порядке, в отсутствие турбулентного фона (рис. 1). Направим ось x декартовой системы координат вдоль дорожки, а излучатель и приемник расположим в точках $(x, -L)$ и (x, L) соответственно. Течение, возникающее вокруг такой системы точечных вихрей, характеризуется комплексной скоростью [4]

$$w(x, y) = -u_x + iu_y = \frac{i\Gamma}{2l}\left\{\operatorname{ctg}\left[\frac{\pi}{l}\left(x - U_0 t - \frac{l}{4} + iy - i\frac{h}{2}\right)\right] - \right.$$
$$\left. - \operatorname{ctg}\left[\frac{\pi}{l}\left(x - U_0 t + \frac{l}{4} + iy + i\frac{h}{2}\right)\right]\right\} - U_\infty, \tag{5}$$

где l — расстояние между вихрями в каждой из цепочек, h — расстояние между цепочками, U_0 — скорость вихревой дорожки, связанная со ско-

ростью набегающего на цилиндр потока соотношением $U_0 = U_\infty - \Gamma/2l\sqrt{2}$, Γ — циркуляция отдельного вихря. Если выделить в $w(x, y)$ мнимую и действительную части и воспользоваться формулой $\sin x/(\cos x \pm \operatorname{ch} y) = -2\sum_{n=1}^{\infty}(\pm 1)^n l^{-ny}\sin(xn)$, то $f(x, y)$ можно представить в виде $f(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-ny}\psi_n(x)$. Подставив полученное выражение для $f(x, y)$ в (3) и выделяя затем в (4) мнимую и действительную части, получим, что спектральная амплитуда флуктуаций фазы звуковой волны, прошедшей сквозь дорожку Кармана, равна

$$\nu_S(L, d\varkappa) = \frac{2k\Gamma}{\pi c_0}\int_0^{2\pi L/l}\cos\frac{\varkappa^2\left(L - \frac{l}{2\pi}y'\right)}{2k}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n e^{-(2n+1)y'}\nu_n(d\varkappa)\,dy'. \quad (6)$$

Здесь было использовано то обстоятельство, что в предположении $2\pi L/l \gg \pi h/l$ ($\pi h/l$ для устойчивой дорожки Кармана равно $\simeq 0{,}883$) функция $f(x, y')$ четна по безразмерной переменной $y' = 2\pi y/l$. Вынося знак суммы перед интегралом и проинтегрировав (6) по y', получаем

$$\nu_S(L, d\varkappa) = \frac{2k\Gamma}{\pi c_0}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n F_n(\varkappa)\,\nu_n(d\varkappa), \quad (7)$$

где $F_n(\varkappa) = (\cos b)\{[\exp(-2\pi L(2n+1)/l)][(a\sin(2\pi La/l) - (2n+1)\cos(2\pi aL/l)] + (2n+1)\}/[(2n+1)^2 + a^2]$, $a = \varkappa^2 l/4\pi k$, $b = \varkappa^2 L/2k$.

Чтобы получить окончательное выражение для флуктуаций фазы S, опять воспользуемся интегралом Фурье — Стилтьеса $S(x, L) = \int \exp(i\varkappa x)\,\nu_S(d\varkappa, L)$. Вычислив этот интеграл, получим, что флуктуация фазы звуковой волны, прошедшей сквозь дорожку Кармана, определяется выражением

$$S(x, L, t) = \frac{2k\Gamma}{\pi c_0}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n F_n\left(\frac{2\pi(2n+1)}{l}\right)\left[\cos\frac{2\pi(2l+1)}{l}(x - U_0 t) - \right.$$
$$\left. - \frac{4\pi^2(2n+1)^2}{k^2 l^2}\left(\cos\frac{2\pi}{l}(2n+1)(x - U_0 t) + \sin\frac{2\pi}{l}(2n+1)(x - U_0 t)\right]\right. . \quad (8)$$

При $L/l \ll 1$ членом с экспонентой в выражении для F_n можно пренебречь. Тогда $F_n = (\cos b_n)(2n+1)/[(2n+1)^2 + a_n^2]$, где $b_n = 2\pi^2(2n+1)^2 L/kl^2$, $a_n = \pi(2n+1)^2/kl$. В приближении геометрической акустики, когда $kl \gg 1$, $L/kl^2 \ll 1$, выражение для флуктуаций фазы принимает вид

$$S(x, L, t) = \frac{2k\Gamma}{\pi c_0}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\cos[2\pi(2n+1)(x - U_0 t)/l]}{2n+1}, \quad (9)$$

т. е. временная зависимость флуктуаций фазы звукового сигнала описывается периодическим колебанием прямоугольной формы — меандром (рис. 2, кривая *1*).

Замена точечных вихрей в дорожке Кармана вихрями с конечным радиусом вихревого ядра приведет к тому, что кромки прямоугольной кривой будут сглаживаться. На рис. 2 (кривая *2*) приведена флуктуация фазы звукового сигнала, прошедшего сквозь цепочку вихрей Озеена. Компонента скорости u_y для n-го вихря такой цепочки определяется выражением $u_y = u_m 1{,}4(r_0/r)[1 - \exp(-1{,}26r^2/r_0^2)]$, где $u_m = 0{,}716\Gamma/2\pi r_0$, r_0 — радиус вихревого ядра, $r = [(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2]^{1/2}$, x_n и y_n координаты центра n-го вихря. При расчетах предполагалось, что $r_0 \ll l$, $l \ll L$. Эти предположения позволяют пред-

ставить скорость в таком потоке как суперпозицию скоростей, обусловленных каждым отдельным вихрем цепочки. Флуктуации фазы вычислялись в приближении геометрической акустики по формуле

$$S(x, L, t) = -\frac{k}{c_0} \int_{-L}^{L} u_y(x, y, t)\, dy. \tag{10}$$

Кривая *3* на рис. 2 описывает флуктуации фазы с учетом дифракционной поправки. Уже при малых значениях параметра L/kl^2 вид этой кривой приближается к синусоиде (кривая *4* на рис. 2). Выбросы на кривой *3* связаны с явлением Гиббса. Заметим, что при $kl \gg 1$ второе и третье слагаемые в квадратных скобках выражения (8) становятся малыми по сравнению с первым слагаемым. Это означает, что в приближении МПВ (которое справедливо при $kl \gg 1$) влиянием градиентов пульсаций скорости в потоке можно пренебречь.

Таким образом, флуктуация фазы звуковой волны, прошедшей сквозь регулярную цепочку вихрей с конечным радиусом вихревого ядра, достаточно точно может быть аппроксимирована синусоидальной функцией.

Наличие столь удобного явного выражения для оценки влияния регулярного движения в потоке на флуктуацию фазы позволяет учесть тот факт, что развитие крупномасштабных когерентных структур в сдвиговых течениях происходит на фоне мелкомасштабной турбулентности. Турбулентные пульсации скорости могут быть учтены как некая аддитивная добавка к полю скоростей, описываемому выражением (5). Общее выражение для флуктуации фазы звукового сигнала, прошедшего сквозь такое течение, может быть представлено в виде

$$S(t) = \frac{k}{c_0} \left\{ \frac{\Gamma}{2} \sin \frac{2\pi}{l} \left[(x - U_0 t) + u_x' t \right] + S'(x, L, t) \right\}, \tag{11}$$

где S' — флуктуация фазы, обусловленная наличием мелкомасштабного турбулентного фона. В первом приближении МПВ [3]

$$S' = \frac{k}{2\pi} \int_{-L}^{L} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \dfrac{k(x - x')^2}{2(L - y)}}{L - y} u_y'(x', y, t)\, dx'\, dy. \tag{12}$$

Выражение (11) дает возможность оценить в первом приближении характеристики флуктуаций фазы звукового сигнала, прошедшего сквозь вихревое течение с мелкомасштабным турбулентным фоном. Задача теперь заключается в том, чтобы по известным характеристикам флуктуации фазы определить характеристики потока.

Найдем плотность распределения вероятности функции $S(t)$, воспользовавшись тем обстоятельством, что закон распределения плотности вероятности турбулентных пульсаций скорости в следе за цилиндром близок к нормальному [5].

Найдем вначале плотность вероятности первого слагаемого в фигурных скобках выражения (11), которое обозначим через $S_1(t)$. Введем следующие обозначения: $\theta_0 = 2\pi x/b$, $\omega_0 = 2\pi U_0/l$,

$$\psi(t) = \int_0^t \alpha(t)\, dt, \quad \alpha(t) = 2\pi u_x'/l, \quad \sigma_x = \langle u_x'^2 \rangle^{1/2}.$$

Функция корреляции для $\alpha(t)$ будет

$$B_\alpha(\tau) = \int_0^\infty g_\alpha(\omega) \cos \omega\tau\, d\omega, \tag{13}$$

где $g_\alpha(\omega) = 4\pi^2 \sigma_x^2 g_u(\omega)/l^2$, а $g_u(\omega)$ — частотный спектр пульсаций скорости в потоке. Для среднего квадрата случайного набега фазы $F(\tau)$ за время от t до $t + \tau$ и для дисперсии флуктуаций фазы в момент време-

ни t имеем

$$F(\tau)=\overline{(\psi_\tau-\psi)^2}=2\int\limits_0^\infty g_\alpha(\omega)\frac{1-\cos\omega\tau}{\omega^2}\,d\omega,$$
$$\sigma_\theta^2(t)=\overline{\psi^2(t)}=2\int\limits_0^\infty g_\alpha(\omega)\frac{1-\cos\omega t}{\omega^2}\,d\omega. \tag{14}$$

Будем различать два случая: детерминированная начальная фаза θ_0; случайная начальная фаза θ_0.

В первом случае плотность вероятности $S_1(t)$ определяется выражением [6]

$$p(S_1)=\frac{1}{\sigma_\theta\sqrt{2\pi}}\frac{1}{\sqrt{A^2+S_1^2}}\left\{\exp\left(-\frac{(\theta_0-\theta_1)^2}{2\sigma_\theta^2}\right)+\exp\left[-\frac{(\pi-\theta_0+\theta_1)^2}{2\sigma_\theta^2}\right]+\right.$$
$$\left.+\exp\left[-\frac{(\pi+\theta_0-\theta_1)^2}{2\sigma_\theta^2}\right]+\ldots\right\},\quad \text{где } A=k\Gamma/2c_0,\ \theta_1=\arcsin(S_1/A). \tag{15}$$

Во втором случае, когда начальная фаза является случайной величиной, равновероятной в интервале $[0, 2\pi]$, плотность вероятности $p(S_1)$ равна

$$p(S_1)=1/\pi\sqrt{A^2-S_1^2}. \tag{16}$$

Плотность вероятности второго слагаемого в (11) будет гауссовой, поскольку линейные операции, выполняемые над нормально распределенными величинами, дают нормально распределенные величины. Используя известное свойство плотности вероятности случайной величины, представляющей сумму двух случайных величин с известными плотностями, получим, что плотность вероятности флуктуаций фазы звуковой волны, прошедшей сквозь турбулентный след за цилиндром, определяется выражением

$$p(S)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_S}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\exp\left[-(S-A\sin\beta)^2/2\sigma_S^2\right]p_1(\beta)\,d\beta, \tag{17}$$

где

$$p_1(\beta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_\theta^2}\{\exp\left[-(\theta_0-\beta^2)/2\sigma_\theta^2\right]+\exp\left[-(\pi-\theta_0+\beta)^2/2\sigma_\theta^2\right]+\ldots\}$$

для детерминированной начальной фазы θ_0 и $p_1=1$ для случайной начальной фазы, а $\sigma_S=\langle S'^2\rangle^{1/2}$.

Графики нормированной плотности вероятности $p(S/A)$ для различных значений σ_θ, $R_x=\theta_0/\sigma_\theta$, $R_y=\sigma_S/A$ приведены на рис. 3. Как видно на рисунке, при $R_y\ll 1$ кривая $p(S/A)$ имеет два ярко выраженных максимума, расстояние между которыми соответствует примерно 1,8 А. Заметим, что в приближении геометрической акустики плотность вероятности флуктуаций фазы звукового сигнала, прошедшего сквозь дорожку Кармана в отсутствие турбулентного фона, представляла бы из себя две δ-функции, находящиеся друг от друга на расстоянии 2А. Отклонение от нуля параметра R_x приводит к нарушению симметрии кривой относительно оси ординат — максимумы функции принимают различные значения. Однако расстояние между ними остается прежним. При $\sigma_\theta\to\infty$ значения максимумов выравниваются. При $R_y\to\infty$ вид функции $p(S/A)$ существенно меняется — из двухмодальной она становится одномодальной и плотность вероятности флуктуаций фазы приближается к гауссовой с дисперсией σ_S^2.

Таким образом, поведение функции распределения плотности вероятности флуктуаций фазы существенным образом зависит от того, какая компонента скорости — регулярная или случайная — доминирует в данный момент в потоке. В том случае, когда вклад турбулентного фона зна-

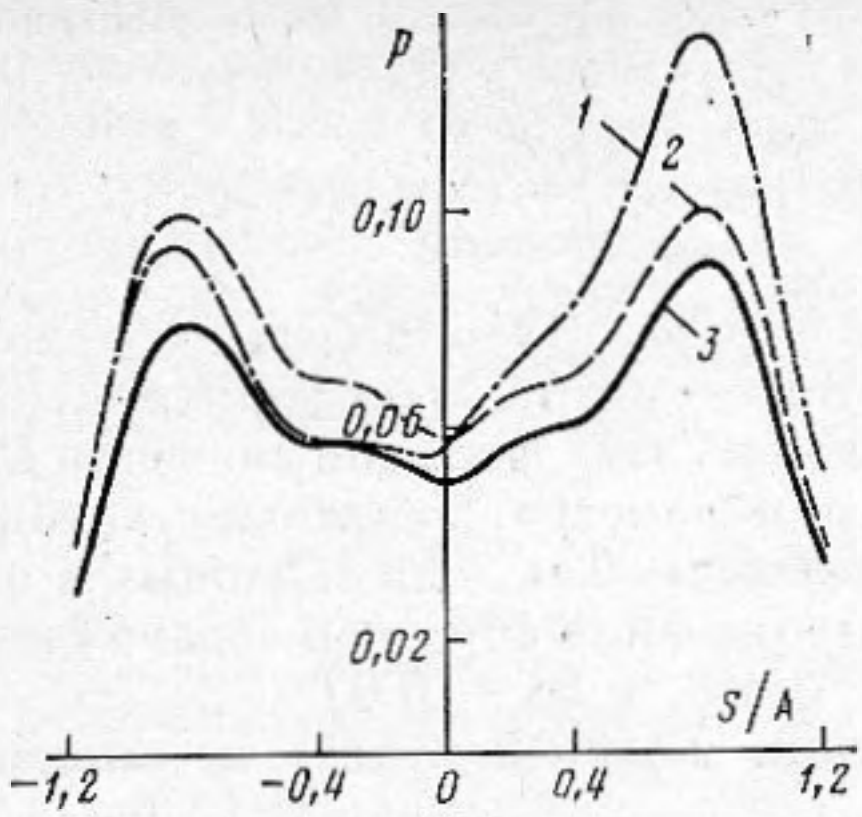

Рис. 3

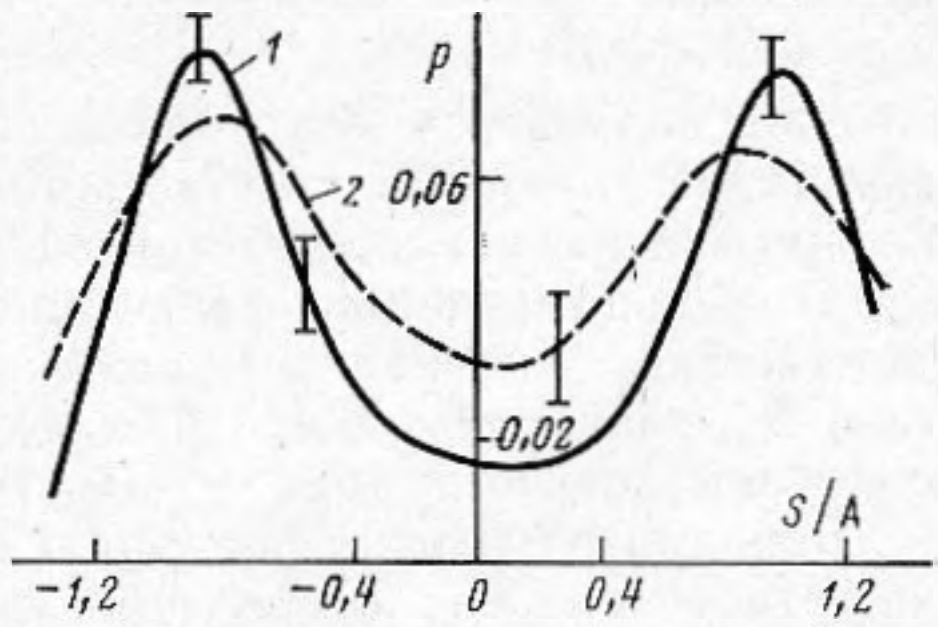

Рис. 4

Рис. 3. Нормированная плотность вероятности флуктуаций фазы звуковой волны: *1* — $R_y = 0{,}2$, $R_x = 1$, $\sigma_\theta = 1$; *2* — $R_y = 0{,}2$, $R_x = 0$, $\sigma_\theta = 6$; *3* — $R_y = 0{,}2$, $R_x = 1$, $\sigma_\theta = 6$

Рис. 4. Плотность вероятности флуктуаций фазы, полученная в численном эксперименте: *1* — $R_y = 0{,}2$; *2* — $R_y = 0{,}4$

чительно меньше вклада, обусловленного регулярными образованиями, параметр $R_y \ll 1$ и плотность вероятности имеют два ярко выраженных максимума. Разность высот этих максимумов определяется как значением начальной фазы, так и временем осреднения. Расстояние между максимумами по оси абсцисс является устойчивым по отношению к изменению R_x и σ_θ и определяется отношением циркуляции вихрей в зондируемом течении к дисперсии турбулентных пульсаций скорости. Количественные оценки параметров R_x, σ_θ, R_y можно получить, минимизируя по ним функционал $\Phi(p) = \| p - p_e \|^2$, где p_e — плотность распределения флуктуаций фазы, полученная из эксперимента, а p определяется выражением, аппроксимирующим эту функцию.

С целью проверки применимости теоретических результатов и выяснения возможностей акустической диагностики течения по флуктуациям фазы была проведена серия численных экспериментов. На описанную выше цепочку вихрей Озеена накладывался турбулентный фон. Для этого к регулярной составляющей скорости в течении добавлялась нормально распределенная случайная величина, генерируемая датчиком случайных чисел, с нулевым средним и заданными значениями σ_x и σ_S. Флуктуации фазы звуковой волны, прошедшей сквозь такое течение, вычислялась в приближении геометрической акустики по формуле (10). Полученные по пяти реализациям распределения плотности вероятности флуктуаций фазы приведены на рис. 4.

В работе [2] была экспериментально получена функция распределения плотности вероятности флуктуаций фазы звукового сигнала, прошедшего сквозь вихревой след за цилиндром. Изменение участка зондирования по потоку давало функции распределения, качественно сходные с изображенными на рис. 3 и 4. Интересно отметить, что различие в высоте максимумов функции распределения при зондировании одного и того же участка потока на различных частотах (рис. 12, [2]), очевидно, обусловлено не погрешностью геометроакустического приближения (как это предполагалось в [2]), а различным временем осреднения на различных частотах. Действительно, как видно из (8), учет дифракции не приводит к нарушению симметрии в выражении для флуктуаций фазы. Следовательно, за асимметрию функции распределения ответственны параметры σ_θ и R_x в (17).

При решении обратной задачи—определения параметров потока по известной из эксперимента функции плотности вероятности флуктуаций фазы — использовались две аппроксимирующие функции $p(S)$ при минимизации функционала $\Phi(p)$. Первая из них определялась по форму-

ле (17). В качестве второй аппроксимирующей функции была выбрана функция

$$p(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_S}\{\exp[-(S-A)^2/2\sigma_S^2] + \exp[-(S+A)^2/2\sigma_S^2]\}, \quad (18)$$

которая получается, если предположить, что флуктуация фазы, обусловленная регулярными структурами в потоке, описывается формулой (9). Затем вычислялись соответствующие каждой из этих функций значения R_y. Среднее арифметическое значение этого параметра достаточно хорошо соответствует значениям R_y, заданным в потоке. Так, для заданных в потоке R_y, равных 0,2, 0,4; 1,0, в результате решения обратной задачи были получены значения $0{,}22 \pm 0{,}05$, $0{,}41 \pm 0{,}043$, $0{,}98 \pm 0{,}02$.

Дополнительную информацию о течении можно получить из анализа частотного спектра флуктуаций фазы.

На основании (11) получим, что корреляционная функция флуктуаций фазы равна

$$B_S(\tau) = B_{S_1}(\tau) + B_{S'}(\tau), \quad (19)$$

где $B_{S_1}(\tau) = \langle S_1(t)\, S_1(t+\tau)\rangle$, $B_{S'}(\tau) = \langle S'(t)\, S'(t+\tau)\rangle$. Отсутствие в (19) слагаемых, обусловленных взаимной корреляцией S_1 и S', связано с их некоррелированностью при нормальном распределении величин u_x' и S'.

При равномерно распределенной в интервале $[0, 2\pi]$ начальной фазе θ_0 корреляционная функция $B_{S'}(\tau)$ равна [7]

$$B_{S'}(\tau) = (A^2/2)[\exp(-F(\tau)/2)]\cos\omega_0\tau, \quad (20)$$

где $F(\tau)$ определяется выражением (14). Следовательно, $B_S(0) = \sigma_S^2 + A^2/2$. Откуда $\sigma_S^2 = 2B(0)\,R_y^2/(1+2R_y^2)$, $A^2 = B_S(0)/(R_y^2 + 1/2)$. Спектральная плотность колебания $S_1(t)$ (по $\omega > 0$) равна [7]

$$g_{S_1}(\omega) = \frac{A^2}{2\pi}\int_0^\infty \exp\left\{-\int_0^\infty g_\alpha(\Omega)\frac{1-\cos\Omega\tau}{\Omega}\,d\Omega\right\}\cos(\omega-\omega_0)\tau\,d\tau. \quad (21)$$

Если частота этого колебания испытывает малые и быстрые (короткокоррелированные) флуктуации, т. е. высота спектра $g_u(\omega)$ мала по сравнению с его шириной, тогда

$$g_{S_1}(\omega) = \frac{A^2}{4}\left\{\frac{\frac{2}{\pi}D}{D^2+(\omega-\omega_0)^2} + \frac{g_\alpha(\omega-\omega_0) - g_\alpha(0)}{(\omega-\omega_0)^2}\right\}, \quad (22)$$

где D — коэффициент диффузии фазы $D = \frac{\pi}{2}g_\alpha(0)$.

При малых расстройках от вершины спектральной линии, т. е. при $|\omega - \omega_0| \sim D$, вторым слагаемым можно пренебречь. В этом случае получается резонансная (лоренцева) форма спектральной линии. Напротив, при $|\omega - \omega_0| \gg D$, пренебрегая D^2 в знаменателе первого слагаемого, в (22) получаем

$$g_{S_1}(\omega) = \frac{\pi^2 A^2 \sigma_x^2}{l^2}\,\frac{g_u(\omega-\omega_0)}{(\omega-\omega_0)^2},$$

т. е. вдали от вершины спектральной линии спектр колебания $S_1(t)$ с точностью до множителя $\pi^2 A^2 \sigma_x^2/l^2(\omega-\omega_0)^2$ воспроизводит спектр турбулентных пульсаций скорости в потоке.

Таким образом, исследуя спектр колебания $S_1(t)$ на частотах, удаленных от ω_0 на ширину центральной части $g_{S_1}(\omega)$, можно получить высокочастотный участок спектра $g_u(\omega)$. Учитывая, однако, что $g_S(\omega) = g_{S_1}(\omega) + g_{S_1}(\omega)$, определение спектра $g_u(\omega)$ по спектру флуктуаций фазы звуковой волны представляется возможным лишь в случае, когда $R_y \ll 1$.

Расстояние между вихрями в вихревой дорожке можно определить,

наблюдая за изменением фазы колебания $S(t)$ при перемешивании излучателя и приемника вдоль оси x. Отсюда, зная $\omega_0 = 2\pi U_0/l$, получаем скорость движения вихрей U_0.

В заключение отметим, что значения параметров потока, определенные по предложенной методике, слабо зависят не только от частоты звукового сигнала, но и от размеров излучателя и микрофона [2] (разумеется, в рамках применимости МПВ), что является дополнительным подтверждением эффективности предложенного подхода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Громов П. Р., Еверский А. Б., Фабрикант А. Л.* Рассеяние звука на вихревом следе за цилиндром // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 6. С. 763—769.
2. *Dieter W. S., Tilman P. M.* Experimental study of Sound-Wave Phase Fluctuations Coused by Turbulent Wakes // J. Acoust. Soc. Amer. 1970. V. 47. № 5. P. 1310—1324.
3. *Татарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука. 1967. 548 с.
4. *Вилля Г.* Теория вихрей. М.: ОНТИ, 1936. 266 с.
5. *Javalaris S., Corrsin S.* Experiments in nealy homogeneous turbulent shear flow with a uniform mean temperature gradient // J. Fluid. Mech. 1981. V. 104. P. 349—367.
6. *Гоноровский И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Сов. радио, 1977. 507 с.
7. *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. I. М.: Наука, 1976. 494 с.

Институт гидромеханики
Академии наук УССР

Поступила в редакцию
06.02.89

A. G. Rudnitskii

SOUND PROPAGATION TROUGH A VORTEX WAKE BEHIND A CYLINDER

The problem of a plane sound wave propagation through a vortex wake behind a cylinder is considered. In a smooth disturbance method approximation the expression, which connects a phase of a sound wave passed through the Karman path with stream parameters, is obtained. Theoretical characteristics of a phase fluctuation are compared with the results of numerical and model experiments.