

УДК 532.527 : 534.2

© 1990 г.

*А. Н. Копысов, Л. М. Лямшев, А. Т. Скворцов***ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ПРИ КОЛЛАПСЕ ЛОКАЛИЗОВАННОГО ВОЗМУЩЕНИЯ ПЛОТНОСТИ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ**

В качестве модели генерации низкочастотных динамических шумов океана рассмотрена задача об излучении звука при коллапсе (сплющивании по вертикали) сферического возмущения плотности в стратифицированной среде. На основе теории Лайтхилла численно рассчитаны диаграммы направленности акустического излучения при различных числах Фруда и Рейнольдса. Определен закон убывания полной мощности излучения со временем.

Как известно, турбулентные движения в океане и атмосфере приводят к возбуждению низкочастотных акустических шумов [1]. Обычно этот процесс исследуется на модели локально-изотропной турбулентности [1]. В действительности же в атмосфере и океане таковой является лишь турбулентность сравнительно малых масштабов. Что касается крупномасштабной турбулентности (а именно такая турбулентность и дает, вообще говоря, наибольший вклад в акустическое излучение), то наличие стратификации приводит к ее резкой неоднородности и анизотропии. Согласно современным представлениям [2, 3], турбулентность в стратифицированной среде сосредоточена в тонких прослойках (толщина которых на несколько порядков меньше их горизонтальной протяженности) и в локализованных турбулентных «пятнах» (они образуются вследствие нелинейного обрушения внутренних волн); последние, коллапсируя (сплющиваясь под действием силы тяжести по вертикали), также принимают форму тонких прослоек [2—5] (рис. 1). Ясно, что описанный механизм формирования крупномасштабной турбулентности в стратифицированной жидкости будет определять и ее акустическое излучение<sup>1</sup>. Некоторые особенности этого излучения и исследуются в настоящей работе. В качестве модели турбулентного пятна выбирается сферическое возмущение плотности. Под действием стратификации такое возмущение коллапсирует, создавая нестационарное гидродинамическое течение, возбуждающее акустические колебания.

Задача об акустическом излучении в такой модели пятна решалась в два этапа. На первом этапе рассчитывались параметры гидродинамического течения, порождаемого коллапсирующим пятном. При этом малые акустические возмущения вообще не учитывались и динамика пятна описывалась в приближении несжимаемой жидкости (это оказывается возможным вследствие малости характерных скоростей движения в пятне по сравнению со скоростью звука). На втором этапе по полученным параметрам гидродинамического течения на основании известной теории Лайтхилла [8] определялось акустическое излучение пятна.

Задача о нестационарном течении, возникающем при коллапсе сферического пятна в устойчиво-стратифицированной жидкости, решалась численно на основании одной из схем метода расщепления по физическим факторам, подробно описанной в работе [4].

Исходной являлась система уравнений гидродинамики, которая для

<sup>1</sup> Важность процессов типа коллапса для возбуждения акустических колебаний вихревыми возмущениями в стратифицированной среде была впервые отмечена в работе [6] (см. также [7]).

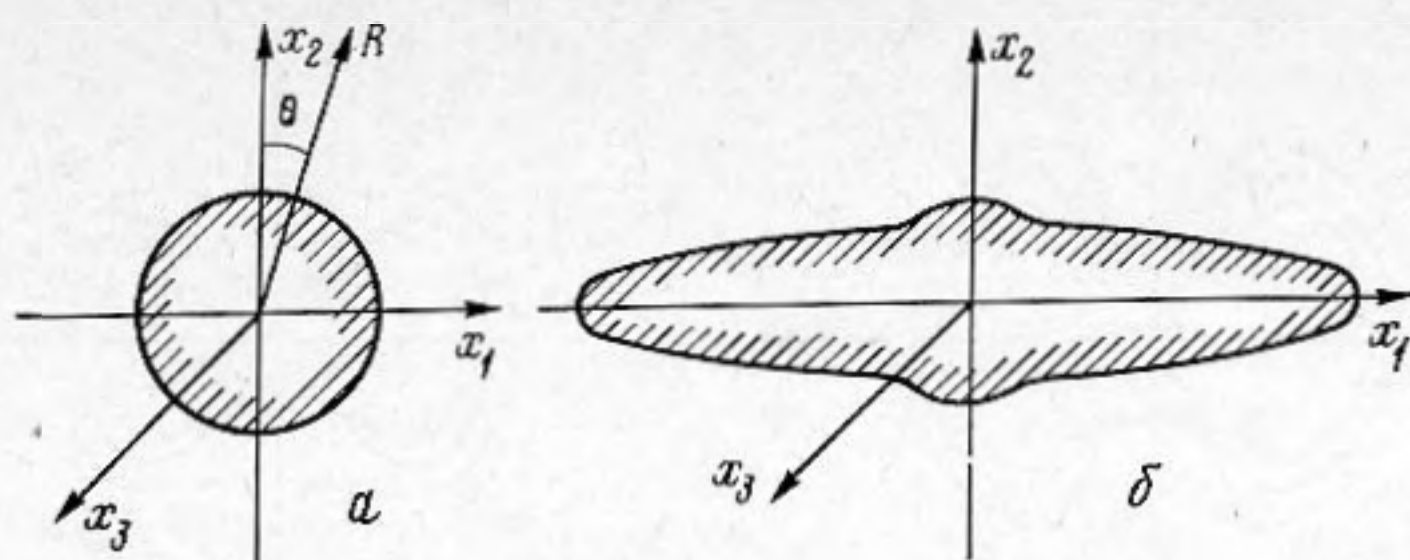


Рис. 1. Изменение формы пятна в процессе коллапса: *a* — сечение пятна в начальный момент времени, *b* — сечение пятна на заключительной стадии коллапса [3—5]

стратифицированных течений имеет стандартный вид [4, 5] (см. также [9]):

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{g}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{v} = \{v_i\}$  — вектор скорости течения ( $i = 1, 2, 3$ ),  $v_i$  — его компоненты вдоль осей  $x_i$  декартовой системы координат (ось  $x_2$  направлена вертикально вверх (рис. 1)),  $\rho = \rho(\mathbf{x}, t)$  — плотность жидкости,  $\mathbf{x} = \{x_i\}$ ,  $p = p(\mathbf{x}, t)$  — давление,  $\mathbf{g}$  — ускорение свободного падения,  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости.

Для системы (1)—(3) решалась задача с начальными данными; предполагалось, что при  $t = 0$ ,  $\mathbf{v} = 0$  (жидкость находится в покое), а распределение плотности имеет вид

$$\rho = \rho_0 = \text{const}, \quad (4)$$

при  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq R_0^2$ , где  $R_0$  — начальный радиус пятна, и

$$\rho = \rho_0 (1 + ax_2) \quad (5)$$

в остальном пространстве. Здесь  $a = (1/\rho_0) (\partial \rho / \partial x_2) = \text{const}$  (линейная стратификация), параметр  $a$  выражается через частоту Брента — Вайсяля:  $N = \sqrt{ag}$  [4, 5, 9]. В качестве начального приближения при решении уравнения для давления выбиралось распределение  $p = -\rho_0 g x_2$  внутри пятна и  $p = -\rho_0 g (x_2 - ax_2^2/2)$  в остальном пространстве.

Под действием силы тяжести сферическое возмущение плотности (4), (5) коллапсирует, превращаясь в своеобразный деформированный диск (см. рис. 1) [2—5]. Движение жидкости при коллапсе характеризуется двумя безразмерными параметрами: числом Фруда ( $Fr$ ) и числом Рейнольдса ( $Re$ ):  $Fr = R_0 N^2 / g$ ,  $Re = \rho_0 R_0^2 N / \mu$  [4, 5].

В силу осевой симметрии задачи относительно оси  $x_1$  решение находилось только в одной полуплоскости  $x_1 \geq 0$ . Симметрия относительно плоскости  $x_2 = 0$  не предполагалась. По результатам расчетов определялись величины  $\rho(\mathbf{x}, t)$ ,  $p(\mathbf{x}, t)$  и  $v(\mathbf{x}, t)$ , которые в дальнейшем использовались при вычислении параметров акустического излучения пятна.

Расчет акустического излучения пятна был проведен на основе теории Лайтхилла [8], которая позволяет в принципе определить акустическое излучение произвольного нестационарного потока, если его характерные скорости движения много меньше скорости звука (именно этот случай и имеет место для движения жидкости в пятне). Если пренебречь влиянием слабой стратификации на распространение звуковых волн (это можно сделать в силу низкочастотного характера возбуждаемых колебаний), то основное уравнение теории Лайтхилла можно записать в виде [8] (см. также [10])

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \Delta \right) \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (6)$$

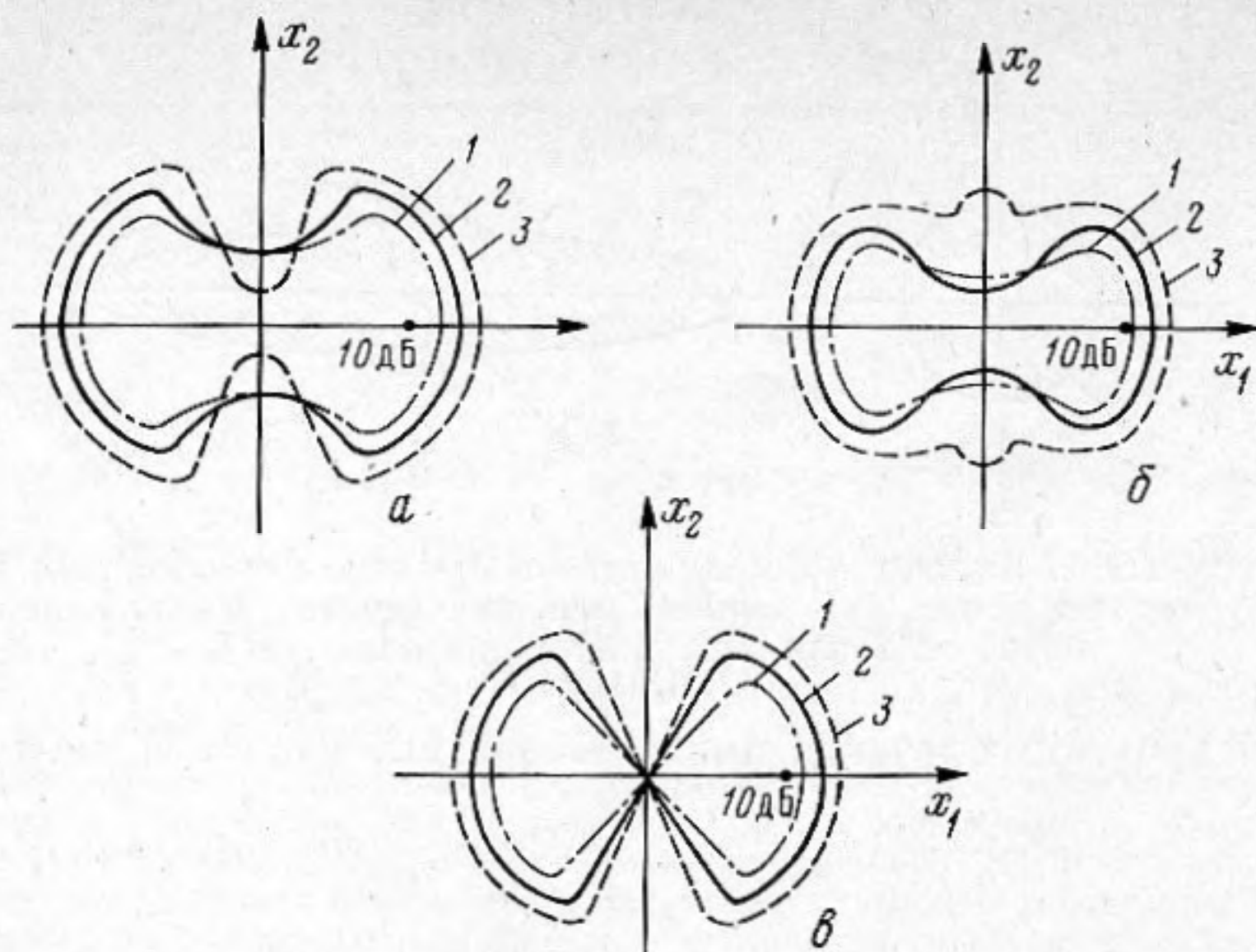


Рис. 2. Диаграммы направленности акустического излучения пятна (13) при фиксированном числе Рейнольдса ( $Re = 7,2 \cdot 10^6$ ) и для различных чисел Фруда: 1 —  $Fr = 1,25 \cdot 10^{-2}$ , 2 —  $Fr = 2 \cdot 10^{-2}$ , 3 —  $Fr = 3,2 \cdot 10^{-2}$ , а —  $Nt = 1$ , б —  $Nt = 5$ , в —  $Nt = 10$

где  $c$  — скорость звука,  $\rho'$  — возмущение плотности в звуковой волне,

$$T_{ij} = \rho v_i v_j + p \delta_{ij} - \rho g x_2 \delta_{i2} \delta_{j2} \quad (7)$$

— тензор плотности потока импульса. Поскольку рассматривался случай предельно больших чисел Рейнольдса (что эквивалентно малой вязкости), то вязкий член, который, вообще говоря, должен присутствовать в  $T_{ij}$ , много меньше остальных и в (7) он не учитывался.

Величины, стоящие в правой части (6), рассматриваются в теории Лайтхилла как источник звуковых волн [8, 10]. При этом, как уже отмечалось, малость скоростей движения жидкости в пятне позволяет рассматривать возбуждаемые акустические колебания как малые возмущения исходных гидродинамических полей и при вычислении правой части (6) ими вообще можно пренебречь [8, 10]. Другими словами, в первом приближении в выражения (6), (7) можно подставить функции  $\rho(\mathbf{x}, t)$ ,  $p(\mathbf{x}, t)$ ,  $v(\mathbf{x}, t)$ , рассчитанные выше для эволюции пятна в несжимаемой жидкости.

Решение (6) в дальней зоне при отсутствии границ имеет вид [8, 10]

$$\rho(\mathbf{R}, t) = \frac{n_i n_j}{c^4 R} \ddot{Q}_{ij}(t - R/c), \quad (8)$$

где  $R = |\mathbf{R}|$  — радиус-вектор точки наблюдения (начало координат расположено в области пятна),  $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ ;

$$Q_{ij}(t) = \frac{1}{4\pi} \int T_{ij}(\mathbf{x}, t) d^3\mathbf{x}, \quad (9)$$

$T_{ij}$  определено в (7), точка означает дифференцирование по времени.

Переходя в (8) к цилиндрической системе координат  $r, z \equiv x_2, \theta$  ( $r^2 = x_1^2 + x_3^2$ ,  $\theta$  — угол с вертикалью — осью  $x_2$ , рис. 1), можно получить следующее выражение для мощности акустического излучения в элемент телесного угла  $d\sigma$ :

$$\frac{dW}{d\sigma} = \frac{1}{16\pi^2 \rho_0 c^5} (\ddot{D}_1^2 \sin^4 \theta + \ddot{D}_2^2 \cos^4 \theta + 2\ddot{D}_1 \ddot{D}_2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta), \quad (10)$$

где

$$D_1 \equiv D_1(t) = \pi \int_0^z \int_0^{r(z)} [\rho(r, z, t) v_r^2(r, z, t) + 2p(r, z, t)] r dr dz,$$

$$D_2 \equiv D_2(t) = 2\pi \int_0^z \int_0^{r(z)} [\rho(r, z, t) v_z^2(r, z, t) + p(r, z, t) - \rho g z] r dr dz. \quad (11)$$

Остальные интегралы вида (11) обращаются в нуль в силу осевой симметрии движения жидкости.

Выполняя в (10) интегрирование по всем направлениям, получаем выражение для полной мощности акустического излучения:

$$W = W(t) = \frac{1}{4\pi\rho_0 c^5} \left( \frac{8}{15} \ddot{D}_1^2 + \frac{3}{15} \ddot{D}_2^2 + \frac{4}{15} \ddot{D}_1 \ddot{D}_2 \right). \quad (12)$$

На основании формул (10)—(12) было рассчитано акустическое излучение коллапсирующего пятна. В качестве функций, характеризующих акустическое излучение в рассматриваемом случае, определялась диаграмма направленности излучения (зависимость мощности излучения от угла  $\theta$  (10)) и закон убывания полной мощности излучения со временем (12). Входящие в (12) функции  $D_1$  и  $D_2$  рассчитывались по известным квадратурным формулам прямоугольников [11], а вторые производные аппроксимировались центральными разностями [12].

Радиус пятна  $R_0$  и частота Брента — Вяйсяля  $N$  изменялась в характерных для океана пределах [13]:  $40 \text{ м} < R_0 < 90 \text{ м}$ ,  $4 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1} < N < 9 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$  (по порядку величины  $R_0$  совпадает с глубиной залегания скачка плотности в океане [13], т. е. имеет смысл вертикального масштаба, на котором сосредоточена основная энергия внутренних волн [9, 13]). Это в свою очередь приводило к изменению чисел Фруда и Рейнольдса:  $10^{-2} < Fr < 4 \cdot 10^{-2}$ ,  $2,4 \cdot 10^6 < Re < 2,2 \cdot 10^7$ , и позволяло исследовать влияние каждого из этих параметров на акустическое излучение. Для остальных величин выбирались следующие значения:  $c = 1500 \text{ м/с}$ ,  $3 \cdot 10^{-2} \text{ пуаз} < \mu < 3 \cdot 10^{-1} \text{ пуаз}$ .

На рис. 2 приведены диаграммы направленности акустического излучения пятна в полярных координатах при фиксированном числе Рейнольдса и различных числах Фруда в различные моменты времени. Вдоль радиуса отложено значение параметра

$$\eta = 10 \lg \left[ \frac{dW}{d\sigma} \frac{\rho_0 c}{R_0^2 p_*^2} \right], \quad (13)$$

где  $dW/d\sigma$  определено в (10),  $p_* = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}$  — стандартный уровень давления.

Видно, что излучение пятна направлено в основном горизонтально, что находится в соответствии с имеющимися теоретическими результатами об излучении звука разбегающимися точечными возмущениями в стратифицированной среде [6, 7]. Для частных значений числа Фруда и в некоторые моменты времени (см. рис. 2, б) возможно небольшое излучение в вертикальном направлении. Однако и в этом случае акустическое излучение в горизонтальном направлении все равно будет преобладающим. Следует отметить, что с увеличением числа Фруда (т. е. с возрастанием частоты Брента — Вяйсяля) мощность акустического излучения возрастает.

На рис. 3 приведены аналогичные графики эволюции диаграмм направленности, но уже при фиксированном числе Фруда и различных числах Рейнольдса. Акустическое излучение, как и в предыдущем случае, всегда направлено горизонтально. Поскольку структура гидродинамического течения, порождаемого коллапсом пятна (и, следовательно, его акустическое излучение) в начальный момент времени определяется только числом Фруда (число Рейнольдса характеризует закон вязкой диссипации пятна на больших временах), то диаграмма направленности излучения пятна при фиксированном числе Фруда и различных числах Рейнольдса при  $Nt = 1$  практически совпадают, поэтому на рис. 3, а они не приведены.

На рис. 4 приведены графики эволюции акустической мощности пятна за десять моментов времени при различных числах Фруда и Рейнольд-

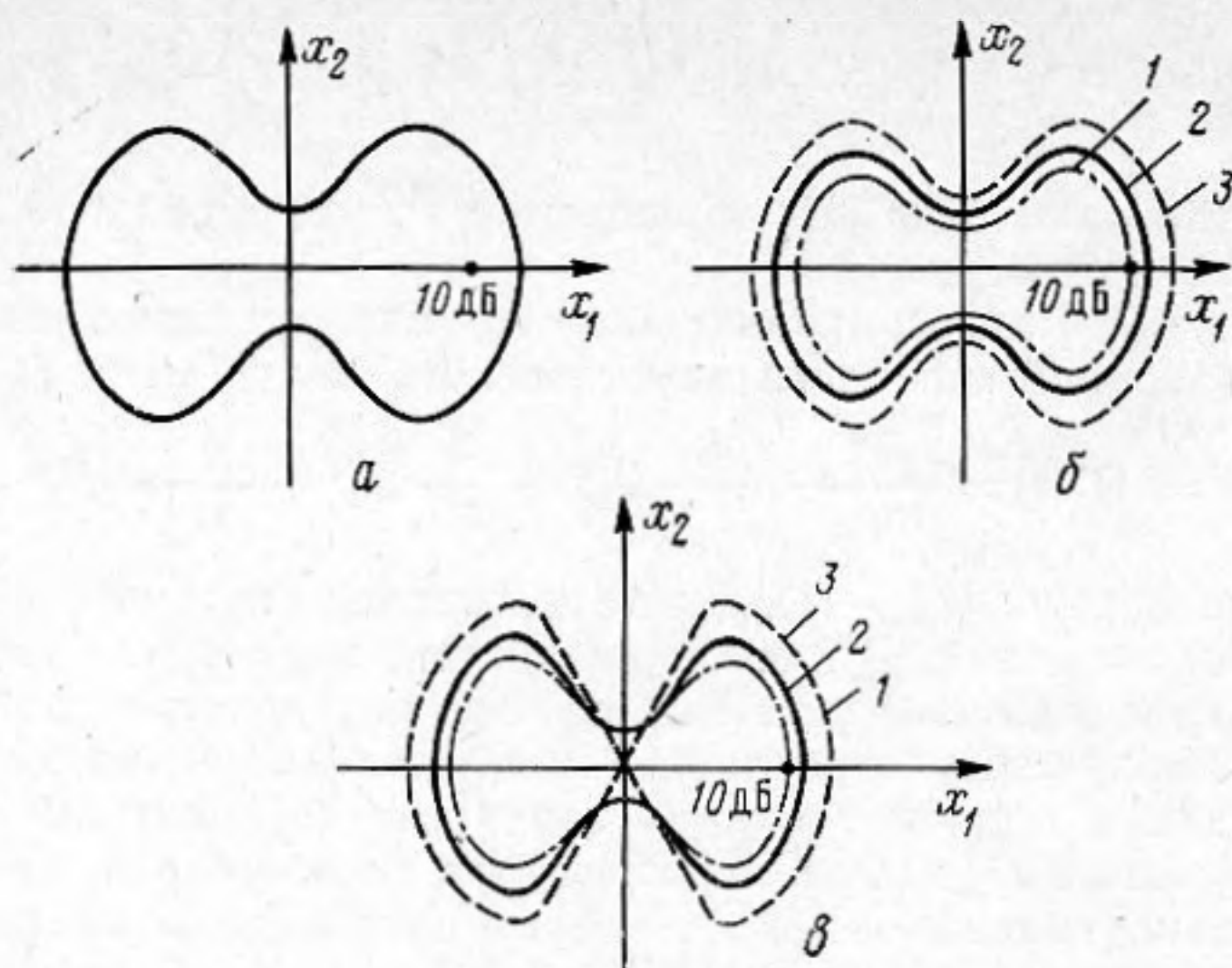


Рис. 3. Диаграммы направленности акустического излучения пятна (13) при фиксированном числе Фруда ( $Fr = 2 \cdot 10^{-2}$ ) и для различных чисел Рейнольдса: 1 —  $Re = 2,4 \cdot 10^6$ , 2 —  $Re = 7,2 \cdot 10^6$ , 3 —  $Re = 2,16 \cdot 10^7$ . а —  $Nt = 1$ , б —  $Nt = 5$ , в —  $Nt = 10$

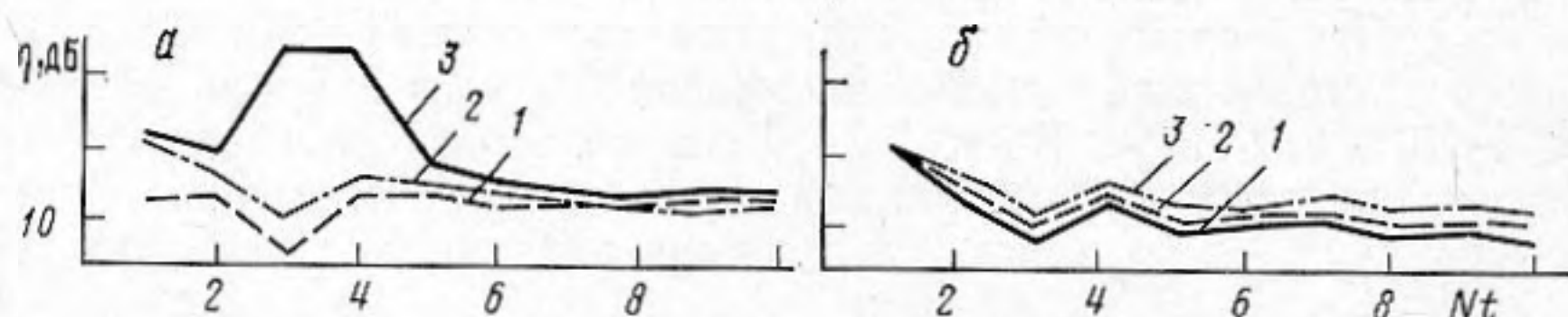


Рис. 4. График эволюции акустической мощности пятна (14): а — при фиксированном числе Рейнольдса ( $Re = 7,2 \cdot 10^6$ ) и для различных чисел Фруда: 1 —  $Fr = 1,25 \cdot 10^{-2}$ , 2 —  $Fr = 2 \cdot 10^{-2}$ , 3 —  $Fr = 3,2 \cdot 10^{-2}$ , б — при фиксированном числе Фруда ( $Fr = 2 \cdot 10^{-2}$ ) и для различных чисел Рейнольдса: 1 —  $Re = 2,4 \cdot 10^6$ , 2 —  $Re = 7,2 \cdot 10^6$ , 3 —  $Re = 2,16 \cdot 10^7$

са. По оси ординат отложена величина акустической мощности  $W(t)$  в логарифмическом масштабе:

$$\eta = 10 \lg \left[ W(t) \frac{\rho_0 c}{R_0^2 p_*^2} \right], \quad (14)$$

по оси абсцисс — «безразмерное время»  $\tau = Nt$ .

Существенно, что для некоторых режимов коллапса возможно значительное возрастание мощности акустического излучения пятна на начальном этапе (примерно на 30 дБ; рис. 4). Это находится в соответствии с теоретическими результатами работ [6, 7].

Если предположить, что акустическая мощность пятна спадает по закону  $W(t) \sim t^{-\alpha}$ , то на основании результатов, приведенных на рис. 4, можно оценить коэффициент  $\alpha$ . Оказывается, что для рассмотренного выше диапазона чисел Фруда и Рейнольдса коэффициент  $\alpha$  заключен в пределах  $0,1 \leq \alpha(Fr, Re) \leq 1, 2$ , т. е. мощность акустического излучения при коллапсе пятна убывает очень медленно. С уменьшением числа Рейнольдса (с увеличением вязкости) величина  $\alpha$  возрастает (см. рис. 4), что связано с демпфирующим действием вязкости на гидродинамические характеристики пятна. Отметим, что мощность акустического излучения разбегающихся точечных возмущений в стратифицированной среде убывает гораздо быстрее ( $\alpha = 14/3$  [6, 7]).

Таким образом, исследован один из возможных механизмов генерации низкочастотных шумов в океане, связанный с возбуждением акустических колебаний коллапсирующим возбуждением плотности в стратифицированной вязкой жидкости. На основе численных расчетов проанализировано влияние чисел Фруда и Рейнольдса на акустическое излучение в рассматриваемом случае.

Авторы выражают благодарность В. А. Гушину за предоставленную программу расчета гидродинамических характеристик коллапсирующего пятна.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фурдуйев А. В. Шумы океана // Акустика океана / Под ред. Бреховских Л. М. М.: Наука, 1974. С. 615—692.
2. Баренблат Г. И. Динамика турбулентных пятен и интрузий в устойчиво стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1978. Т. 14. № 2. С. 195—205.
3. Мадерич В. С., Нимешов В. И., Стеценко А. Т. Динамика внутреннего перемешивания в стратифицированной среде. Киев: Наук. думка, 1988. 237 с.
4. Гушин В. А. Метод расщепления для решения задач динамики неоднородной вязкой несжимаемой жидкости // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1981. Т. 21. № 4. С. 1003—1017.
5. Белоцерковский С. О., Гушин В. А. Моделирование некоторых течений вязкой жидкости: Препринт ВЦ АН СССР, 1982. 66 с.
6. Лямшев Л. М., Скворцов А. Т. Излучение звука трехмерными вихревыми особенностями (вортонами) // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 6. С. 843—844.
7. Лямшев Л. М., Скворцов А. Т. Излучение звука локализованными вихрями в слабосжимаемой среде (обзор) // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 5. С. 769—790.
8. Lighthill M. J. On sound generated aerodynamically. II. Turbulence as a source of sound // Proc. Roy. Soc. (London) A. 1954. V. 222. P. 1—32.
9. Бреховских Л. М., Гончаров В. В. Введение в механику сплошных сред. М.: Наука, 1982. 335 с.
10. Голдстейн М. Е. Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981. 294 с.
11. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1970. 664 с.
12. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616 с.
13. Физика океана / Под ред. Дорониной Ю. П. Л.: Гидрометеиздат, 1978. 294 с.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
31.03.89

*A. N. Kopysov, L. M. Lyamshev, A. T. Skvortsov*

#### ON A SOUND RADIATION BY A COLLAPSE OF LOCALISED DENSITY PERTURBATION IN A STRATIFIED FLUID

The problem of a sound radiation by a collapse (flattening in vertical direction) of spherical density perturbation in a stratified fluid is investigated as a model of low — frequency dynamic ocean noise generation. The characteristics of sound radiation for various Frude and Reynolds numbers are calculated numerically on basis of Lighthill's theory.