

УДК 534.26

© 1990 г.

В. Д. Лукьянов, Г. Л. Никитин

РАССЕЯНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА УПРУГОЙ ПЛАСТИНЕ, РАЗДЕЛЯЮЩЕЙ ДВЕ РАЗЛИЧНЫЕ ЖИДКОСТИ В ВОЛНОВОДЕ

Рассмотрено рассеяние акустических волн на тонкой пластинке, разделяющей две различные жидкости в плоском бесконечном волноводе с абсолютно жесткими стенками. Получены точные аналитические выражения для элементов матрицы рассеяния. Проведено численное исследование коэффициентов прохождения, отражения и трансформации нормальных волн.

Прохождение акустических волн через тонкую упругую перегородку в плоском или цилиндрическом волноводе исследовалось в работах [1—6]. Во всех перечисленных исследованиях перегородка разделяла две одинаковые акустические среды. В статьях [1, 2] было получено точное решение задачи с использованием обращения бесконечной матрицы. В работе [3] задача была сведена к бесконечной системе алгебраических уравнений, которая решалась методом последовательных приближений. В работах [4, 5] методом Винера—Хопфа получены точные решения задачи, причем в [4] упругими были и боковые стенки волновода. В статье [6] выписан окончательный результат, но метод решения не приводится.

Ниже описывается точное решение задачи дифракции акустических волн на упругой перегородке, разделяющей две различные акустические среды. Сложность, которую приходится преодолевать при построении точного решения этой задачи (так же, как и в случае одинаковых жидкостей), связана с тем, что метод Фурье в его обычной формулировке не срабатывает, поскольку в граничном условии на пластинке переменные не разделяются. Тем не менее, следуя методу Фурье, можно получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений, матрица которой имеет достаточно простую структуру: диагональная матрица плюс матрица конечного ранга. Используемый метод построения решения позволяет наиболее просто учесть эту особенность задачи.

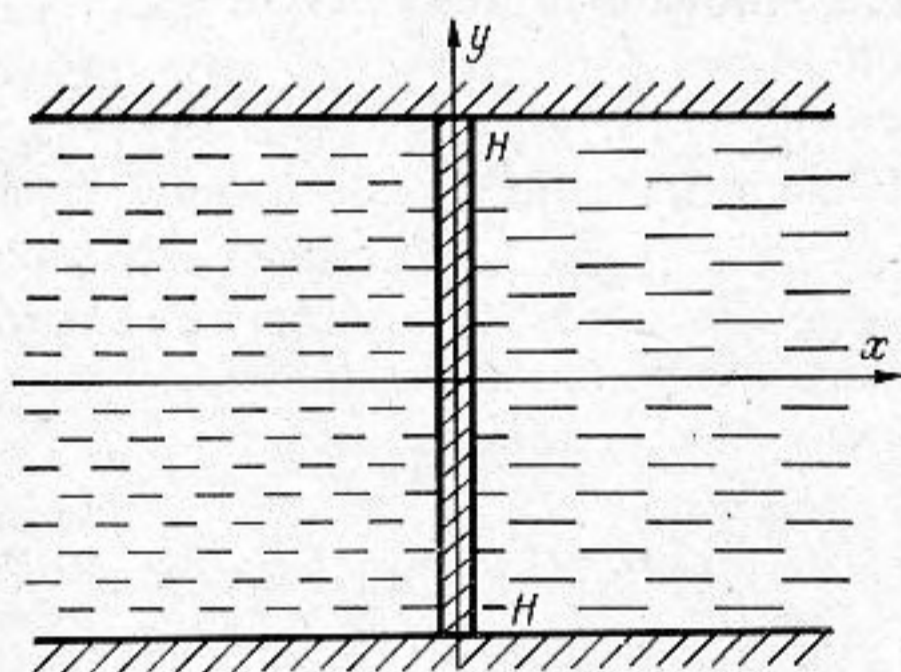


Рис. 1. Система координат в волноводе

Пусть плоский бесконечный волновод с абсолютно жесткими стенками заполнен двумя идеальными сжимаемыми жидкостями (рис. 1). В правой части волновода ($x > 0$) находится жидкость, имеющая плотность ρ_1 , а скорость распространения звука в ней равна c_1 . Соответствующие параметры для жидкости в левой части волновода ($x < 0$) равны ρ_2 и c_2 . Акустические среды отделены одна от другой тонкой упругой пластинкой, расположенной перпендикулярно оси волновода при $x = 0$, $|y| \leq H$.

Акустическое давление в каждой из двух сред описывается уравнением Гельмгольца

$$(\Delta + k_j^2) P_j(x, y) = 0, \quad j = 1, 2. \tag{1}$$

Условие отсутствия смещения стенок волновода приводит к граничным

условиям

$$\frac{\partial P_j}{\partial y}(x, \pm H) = 0. \quad (2)$$

Пластина, разделяющая акустические среды, предполагается способной только к изгибным колебаниям, которые условимся описывать уравнением Кирхгофа с учетом контакта пластины с жидкостями

$$g \left(\frac{d^4 u}{dy^4} - \kappa^4 u \right) = P_2(0, y) - P_1(0, y). \quad (3)$$

Условия неразрывности смещений жидкостей и пластины, а также отсутствия симметричных колебаний пластины имеют вид

$$2\omega^2 u(y) = \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P_1}{\partial x}(0, y) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P_2}{\partial x}(0, y), \quad (4)$$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P_1}{\partial x}(0, y) = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P_2}{\partial x}(0, y). \quad (5)$$

Выше использовались следующие обозначения: Δ — оператор Лапласа, $k_j = \omega/c_j$ — волновые числа в акустических средах, ω — круговая частота (множитель $\exp(-i\omega t)$, задающий зависимость процессов от времени, всюду опущен), $u = u(y)$ — изгибные смещения пластины, g — цилиндрическая жесткость пластины, $\kappa^4 = m\omega^2/g$, m — поверхностная плотность пластины.

Для однозначной разрешимости задачи следует указать дополнительные гранично-контактные условия, задающие механический режим на концах пластины. Будем предполагать, что концы пластины жестко заделаны в стенки волновода, т. е. не смещаются и не поворачиваются

$$u = (\pm H) = 0, \quad u'(\pm H) = 0. \quad (6)$$

Колебания в среде возбуждаются одной из нормальных волноводных волн давления правого волновода, симметричной по переменной y и набегающей со стороны положительных значений x :

$$P_0(x, y) = f_l(y) \exp(-i\lambda_l x), \quad \text{где } f_l(y) = \cos p_l y, \quad p_l = \frac{\pi l}{H}, \quad \lambda_l = \sqrt{k_1^2 - p_l^2}.$$

Случай антисимметричных волн по переменной y рассматривается аналогично. Разность давлений $P_1 - P_0$ и P_2 должны удовлетворять принципу предельного поглощения. В окрестности точек сочленения пластины с волноводом должно быть выполнено условие Майкснера.

Решение задачи будем искать в виде суммы $P_1 = V_1 + W_1$, $P_2 = V_2 + W_2$, $u = v + w$. Проведем его в три этапа. На первом этапе найдем частное решение неоднородной задачи V_1, V_2, v , удовлетворяющее всем условиям (1)–(5), кроме гранично-контактных условий (6). На втором этапе ищется общее решение однородной задачи W_1, W_2, w , которое также удовлетворяет всем условиям задачи, кроме гранично-контактных, и содержит конечное число произвольных постоянных (равное порядку дифференциального уравнения пластины (3)). И наконец, на третьем этапе сумма полученных на первых двух этапах решений (общее решение неоднородной задачи) подставляется в гранично-контактные условия (6), в результате чего находятся значения произвольных постоянных, что и завершает построение решения:

$$V_1 = f_l(y) e^{-i\lambda_l x} + A_l f_l(y) e^{i\lambda_l x}, \quad x > 0, \quad (7)$$

$$V_2 = B_l f_l(y) e^{-i\mu_l x}, \quad x < 0, \quad (8)$$

$$v(y) = C_l f_l(y), \quad (9)$$

где $\mu_l = \sqrt{k_2^2 - p_l^2}$.

Подставляя (7)–(9) в условия (3)–(5), получим неоднородную систему

линейных алгебраических уравнений для нахождения A_l, B_l, C_l :

$$-A_l + B_l - g(p_l^4 - \kappa^4) C_l = 1,$$

$$\frac{i\lambda_l}{\rho_1} A_l - \frac{i\mu_l}{\rho_2} B_l - 2\omega^2 C_l = \frac{i\lambda_l}{\rho_1},$$

$$\frac{i\lambda_l}{\rho_1} A_l + \frac{i\mu_l}{\rho_2} B_l = \frac{i\lambda_l}{\rho_1},$$

откуда

$$A_l = \frac{1}{\Delta_l} \left[\frac{i\lambda_l}{\rho_1} \frac{i\mu_l}{\rho_2} \frac{g(p_l^4 - \kappa^4)}{\omega^2} + \frac{i\lambda_l}{\rho_1} - \frac{i\mu_l}{\rho_2} \right],$$

$$B_l = \frac{2}{\Delta_l} \frac{i\lambda_l}{\rho_1}, \quad C_l = \frac{2}{\Delta_l} \frac{i\lambda_l}{\rho_1} \frac{i\mu_l}{\rho_2} \frac{1}{\omega^2},$$

где

$$\Delta_l = \frac{i\lambda_l}{\rho_1} \frac{i\mu_l}{\rho_2} \frac{g(p_l^4 - \kappa^4)}{\omega^2} + \frac{i\lambda_l}{\rho_1} + \frac{i\mu_l}{\rho_2}.$$

Общее решение однородной задачи будем искать в виде разложения по нормальным волнам волновода, а в выражение для смещения пластины w добавим общее решение однородного уравнения Кирхгофа (3):

$$W_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n f_n(y) e^{i\lambda_n x}, \quad x > 0, \quad (10)$$

$$W_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n f_n(y) e^{-i\mu_n x}, \quad x < 0, \quad (11)$$

$$w = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n f_n(y) + D_l \operatorname{ch} \kappa y + E_l \cos \kappa y. \quad (12)$$

Здесь учтено, что в силу симметрии модели четные и нечетные по переменной y акустические поля и смещения пластины не взаимодействуют друг с другом, поэтому четное (нечетное) по переменной y падающее поле P_0 возбуждает только четные (нечетные) поля давлений и смещение пластины.

Подставляя (10)–(12) в граничные условия (3)–(5), получим систему линейных алгебраических уравнений относительно искомых величин $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$:

$$-\alpha_n + \beta_n - g(p_n^4 - \kappa^4) \gamma_n = 0,$$

$$\frac{i\lambda_n}{\rho_1} \alpha_n - \frac{i\mu_n}{\rho_2} \beta_n - 2\omega^2 \gamma_n = 2\omega^2 [D_l q_n^{(1)} + E_l q_n^{(2)}],$$

$$\frac{i\lambda_n}{\rho_1} \alpha_n + \frac{i\mu_n}{\rho_2} \beta_n = 0,$$

где $q_n^{(1)}$ и $q_n^{(2)}$ — коэффициенты Фурье функций $\operatorname{ch} \kappa y$ и $\cos \kappa y$

$$\operatorname{ch} \kappa y = \sum_{n=0}^{\infty} q_n^{(1)} f_n(y), \quad \cos \kappa y = \sum_{n=0}^{\infty} q_n^{(2)} f_n(y).$$

Таким образом, бесконечное число неизвестных $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ выражается через две произвольные постоянные D_l и E_l :

$$\alpha_n = \frac{i\mu_n g(p_n^4 - \kappa^4)}{\rho_2 \Delta_n} [D_l q_n^{(1)} + E_l q_n^{(2)}],$$

$$\beta_n = -\frac{i\lambda_n g(p_n^4 - \kappa^4)}{\rho_1 \Delta_n} [D_l q_n^{(1)} + E_l q_n^{(2)}], \quad (13)$$

$$\gamma_n = -\frac{1}{\Delta_n} \left(\frac{i\lambda_n}{\rho_1} + \frac{i\mu_n}{\rho_2} \right) [D_l q_n^{(1)} + E_l q_n^{(2)}].$$

Общее решение неоднородной задачи, удовлетворяющее условиям (1)–(5), есть сумма двух найденных решений: частного решения неоднородной задачи V_1, V_2, v и общего решения однородной W_1, W_2, w (последнее содержит две произвольные постоянные D_l и E_l). Для определения гранично-контактных постоянных D_l и E_l из условий (6) получим

$$C_l f_l(H) + \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n f_n(H) + D_l \operatorname{ch} \kappa H + E_l \cos \kappa H = 0, \quad (14)$$

$$C_l f_l'(H) + \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n f_n'(H) + \kappa D_l \operatorname{sh} \kappa H - \kappa E_l \sin \kappa H = 0. \quad (15)$$

Учитывая, что $f_n'(H) = 0$, из (15) получим $D_l \operatorname{sh} \kappa H - E_l \sin \kappa H = 0$. В соответствии с этим положим

$$D_l \operatorname{ch} \kappa y + E_l \cos \kappa y = F_l \left(\frac{\operatorname{ch} \kappa y}{\operatorname{sh} \kappa H} + \frac{\cos \kappa y}{\sin \kappa H} \right). \quad (16)$$

Следовательно, $D_l q_n^{(1)} + E_l q_n^{(2)} = F_l q_n$, где

$$q_n = \frac{1}{H \varepsilon_n} \int_{-H}^H \left(\frac{\operatorname{ch} \kappa y}{\operatorname{sh} \kappa H} + \frac{\cos \kappa y}{\sin \kappa H} \right) f_n(y) dy = \frac{(-1)^n \kappa^3}{H \varepsilon_n (\kappa^4 - p_n^4)},$$

$\varepsilon_0 = 2, \varepsilon_n = 1$ при $n \geq 1$.

Константу F_l найдем из уравнения (14) с учетом (13) и (16): $F_l = \omega^2 C_l f_l(H) / gQ$, где

$$Q = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon_n \Delta_n} \frac{i \lambda_n}{\rho_1} \frac{i \mu_n}{\rho_2}.$$

Приведем окончательные выражения для акустического давления в двух средах и смещения пластинки. Для получения симметричных по индексам l и n формул заменим ненормированные функции $f_n(y)$ на $\varphi_n(y) = \sqrt{\rho_1 / \varepsilon_n \lambda_n} f_n(y)$ при $x > 0$ и на $\psi_n(y) = \sqrt{\rho_2 / \varepsilon_n \mu_n} f_n(y)$ при $x < 0$, при этом распространяющиеся нормальные волны $\varphi_n(y) \exp(\pm i \lambda_n x)$ и $\psi_n(y) \exp(\pm i \mu_n x)$ будут переносить одинаковые потоки энергии через поперечное сечение волновода. Итак

$$P_1 = \varphi_l(y) e^{-i \lambda_l x} \sum_{n=0}^{\infty} r_{nl} \varphi_n(y) e^{i \lambda_n x}, \quad x > 0,$$

$$P_2 = \sum_{n=0}^{\infty} t_{nl} \psi_n(y) e^{-i \mu_n x}, \quad x < 0,$$

где r_{ll}, t_{ll} — коэффициенты отражения и прохождения падающей волны $\varphi_l(y) \exp(-i \lambda_l x)$, а r_{nl} и t_{nl} — коэффициенты трансформации этой волны в нормальную волну с номером n для правого и левого волновода соответственно,

$$r_{nl} = \delta_{nl} R_l + \frac{2i}{Q} \frac{(-1)^{l+n}}{\varepsilon_l \varepsilon_n \Delta_l \Delta_n} \sqrt{\frac{\lambda_l}{\rho_1} \frac{\lambda_n}{\rho_1} \frac{i \mu_l}{\rho_2} \frac{i \mu_n}{\rho_2}}, \quad (17)$$

$$t_{nl} = \delta_{nl} T_l - \frac{2i}{Q} \frac{(-1)^{l+n}}{\varepsilon_l \varepsilon_n \Delta_l \Delta_n} \sqrt{\frac{\lambda_l}{\rho_1} \frac{\lambda_n}{\rho_1} \frac{i \mu_l}{\rho_2} \frac{i \lambda_n}{\rho_1}}, \quad (18)$$

R_l, T_l — коэффициенты отражения и прохождения плоской волны через бесконечную пластину, δ_{nl} — символ Кронекера, $R_l = A_l, T_l = B_l \sqrt{\rho_1 \mu_l / \lambda_l \rho_2}$.

Выражение для смещения пластины $u(y)$ имеет вид

$$u(y) = C_l f_l(y) - F_l \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\Delta_n} \left(\frac{i \lambda_n}{\rho_1} + \frac{i \mu_n}{\rho_2} \right) q_n f_n(y) + F_l \left(\frac{\operatorname{ch} \kappa y}{\operatorname{sh} \kappa H} + \frac{\cos \kappa y}{\sin \kappa H} \right).$$

Отметим, что в силу теоремы взаимности $r_{ln} = r_{nl}$, а t_{nl} переходит в себя при одновременной замене l на n , а параметров ρ_1, c_1 на ρ_2, c_2 и наоборот.

Для анализа решения удобно привлечь S -матрицу (матрицу оператора рассеяния). Если падающее поле в правом волноводе задается

в виде $P_{1i} = \sum_{l=0}^{N_1} a_l \varphi_l(y) \exp(-i\lambda_l x)$, а в левом соответственно $P_{2i} =$

$= \sum_{l=0}^{N_2} b_l \varphi_l(y) \exp(i\mu_l x)$, то рассеянное от перегородки поле в дальней зоне

($|x| \gg 1$) имеет асимптотику $P_{1s} = \sum_{l=0}^{N_1} c_l \varphi_l(y) \exp(i\lambda_l x)$, $P_{2s} =$

$= \sum_{l=0}^{N_2} d_l \varphi_l(y) \exp(-i\mu_l x)$, причем амплитуды нормальных волн рассеянных

полей находятся из матричного соотношения $U_s = S U_i$, где $U_i =$

$= \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$, $U_s = \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$ — матрицы-столбцы размера $(N_1 + N_2) \times 1$, $A = \|a_l\|$, $B = \|b_l\|$, $C = \|c_l\|$, $D = \|d_l\|$, $N_1 = [k_1 H/\pi] + 1$, $N_2 = [k_2 H/\pi] + 1$, $[z]$ — целая часть числа z .

Матрица рассеяния состоит из коэффициентов отражения, прохождения и трансформации распространяющихся (для которых $\text{Im } \lambda_n = 0$, $\text{Im } \mu_n = 0$, при $\text{Im } k = 0$) нормальных волн

$$S = \begin{pmatrix} R_1 & T_2 \\ T_1 & R_2 \end{pmatrix}.$$

Здесь $R_1 = \|r_{nl}\|$ и $T_1 = \|t_{nl}\|$ — матрицы коэффициентов отражения и прохождения (17), (18) распространяющихся нормальных волн правого волновода, набегающих со стороны положительных значений x . Матрицы R_2 и T_2 коэффициентов отражения и прохождения нормальных волн левого волновода получаются, если в формулах (17), (18) заменить параметры ρ_1, c_1 на ρ_2, c_2 и наоборот. Матрицы S унитарна и симметрична. Унитарность является следствием закона сохранения энергии, а симметричность — следствием инвариантности уравнений, описывающих данную модель, относительно обращения времени.

Физический анализ решения, основанный на алгебраических и аналитических свойствах S -матрицы и численных результатах, целесообразно проводить в сравнении со случаем, когда в левом и в правом волноводах находятся одинаковые жидкости. Соответствующий анализ решения для цилиндрического волновода с одинаковыми жидкостями проведен в работе [5]. При сравнении обнаруживается как много общих черт, так и различий.

Первое отличие от случая одинаковых жидкостей заключается в размерах блоков S -матрицы, оно появляется, если скорости звука в акустических средах различны. Так, порядки квадратных матриц R_1 и R_2 равны N_1 и N_2 соответственно. Матрицы T_1 и T_2 , вообще говоря, прямоугольные, их размеры равны $N_1 \times N_2$ и $N_2 \times N_1$ соответственно.

Укажем некоторые общие черты со случаем одинаковых жидкостей. Как и в [5], каждый блок S -матрицы представляет собой сумму двух слагаемых: диагональной матрицы и матрицы ранга единица. Диагональные матрицы монотонно зависят от частоты и описывают рассеяние на бесконечной пластине. Все вторые слагаемые ранга один содержат в знаменателе быстроменяющуюся функцию $Q(\omega)$. Аналитические особенности $Q(\omega)$ определяют наиболее интересные с точки зрения физики явления. Выделим особо следующие частоты: частоты зарождения нормальных волн — это частоты, на которых нераспространяющиеся моды волноводов превращаются в распространяющиеся, частоты совпадения — здесь происходит совпадение волновых векторов поверхностной пластинной

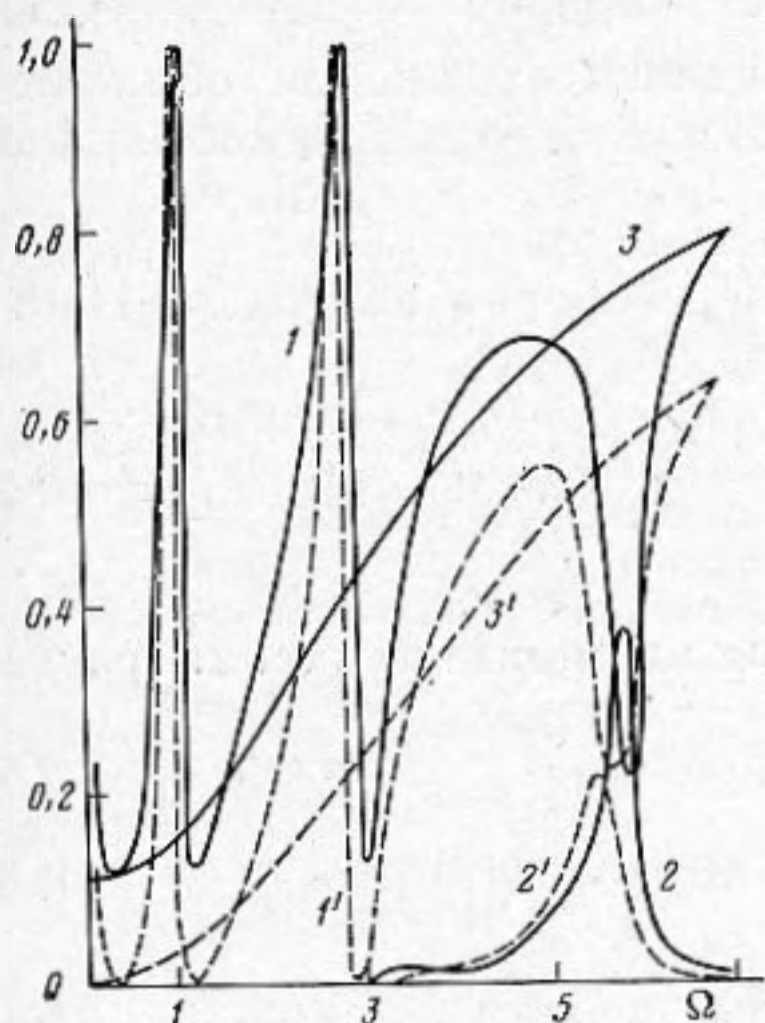


Рис. 2

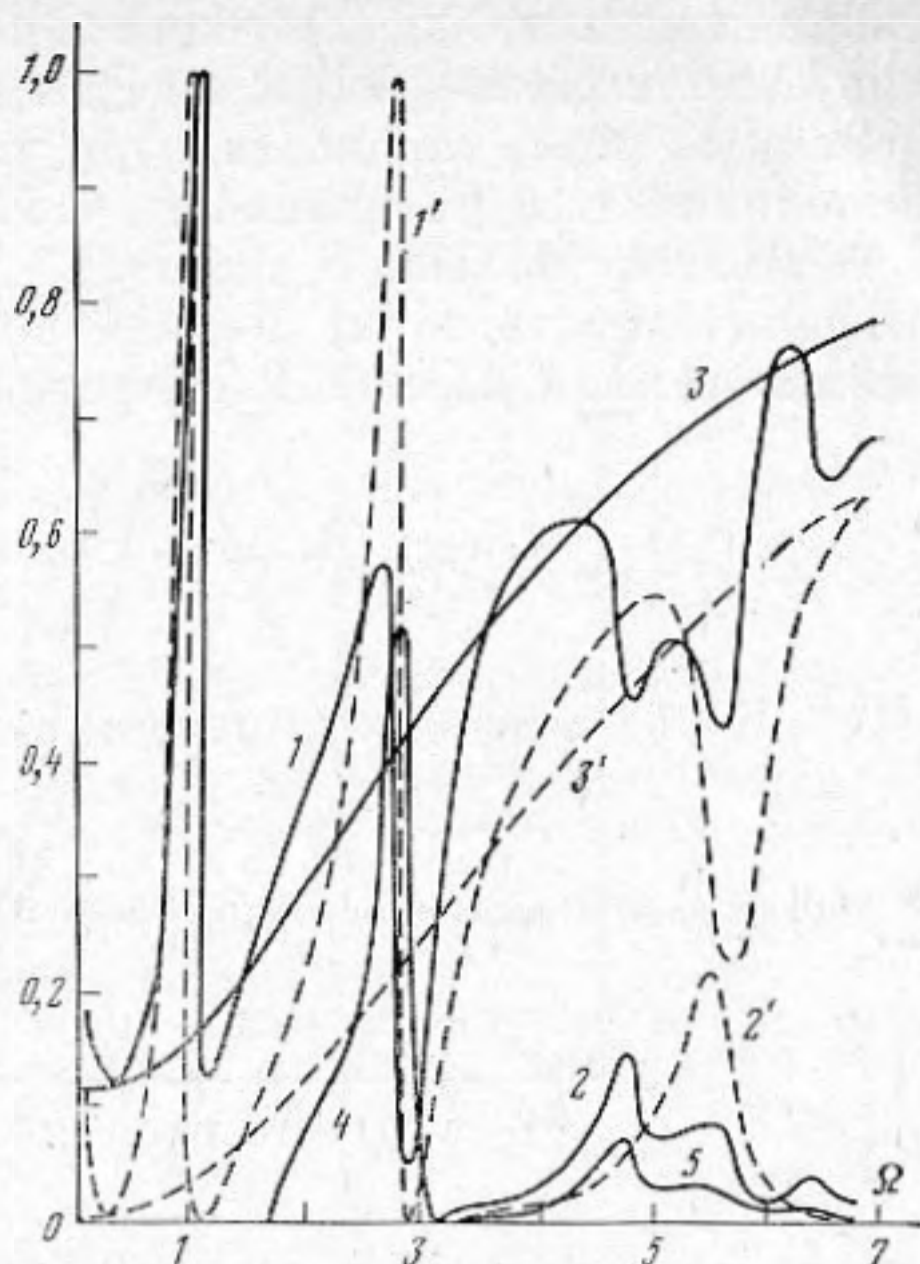


Рис. 3

Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения по энергии $|r_{00}|^2 - 1$ и коэффициента трансформации по энергии поршневой волны в первую симметричную моду $|r_{10}|^2 - 2$ от безразмерной частоты $\Omega = k_1 H$. Для сравнения приведена зависимость коэффициента отражения по энергии нормально падающей плоской волны от бесконечной пластины — 3. Здесь везде справа от пластины — вода, слева — акустическая среда, скорость звука в которой равна скорости звука в воде, но плотность вдвое меньше плотности воды. Кривые 1, 2, 3 — соответствующие зависимости для случая, когда пластина разделяет воду

Рис. 3. Зависимость коэффициентов отражения и трансформации по энергии от безразмерной частоты $\Omega = k_1 H$. Справа от пластины — вода, слева — акустическая среда с той же плотностью, но вдвое меньшей скоростью звука. Обозначения выбраны такими же, что и на рис. 2. Кривые 4 и 5 показывают зависимость от величины Ω коэффициентов трансформации вперед $|t_{10}|^2$ и $|t_{20}|^2$

волны и одной из нераспространяющейся нормальных волн волновода, и собственные частоты, при которых существует собственный процесс в волноводе, локализованный вблизи упругой пластины и экспоненциально убывающий на бесконечности. Функция $Q(\omega)$ на частотах зарождения имеет точки ветвления, на частотах совпадения — полюсы, а на собственных частотах — нули. Все нули функции $Q(\omega)$ комплексные и расположены в нижней полуплоскости комплексной переменной ω , им соответствуют квазисобственные частоты. При рассмотрении волновых полей, нечетных по переменной y , обнаруживается возможность существования настоящих собственных частот на интервале от нуля до первой частоты зарождения $0 < \omega < \pi c_j / 2H$. Достаточным условием существования собственных колебаний является наличие двух частот совпадения на указанном интервале.

Характерные особенности поведения данных рассеяния в зависимости от частоты обнаруживаются при анализе численных данных. Рассмотрим ситуацию, когда волновод перекрыт пластинкой из стали $\sigma = 0,3$; $E = 1,96 \cdot 10^{11}$ н/м², а правая половина волновода заполнена водой. Пусть вторая акустическая среда имеет такую же скорость распространения звука, как и вода $c_2 = c_1$, но вдвое меньшую плотность $\rho_2 = \rho_1/2$. Результаты вычислений по формуле (17) квадрата модуля коэффициента отражения поршневой волны $|r_{00}|^2$ и коэффициента трансформации по энергии поршневой волны в первую симметричную моду $|r_{10}|^2$ в зависимости от безразмерной частоты $k_1 H$ показана на рис. 2. При этом толщина пластины и полуширина волновода принимались равными $h = 0,05$ м и $H = 1$ м.

Небольшое смещение второго максимума на кривой 1 в сторону больших частот можно объяснить из простых физических соображений.

Влияние жидкости на колебания пластины, погруженной в жидкость, можно приближенно учесть, введя в уравнение колебаний пластины присоединенную массу жидкости. При уменьшении плотности жидкости присоединенная масса уменьшается, что приводит к смещению всех максимумов в область больших частот.

Ограниченность снизу модуля коэффициента отражения объясняется рассогласованием волновых сопротивлений $\rho_1 c_1$ и $\rho_2 c_2$ жидкостей в вол-

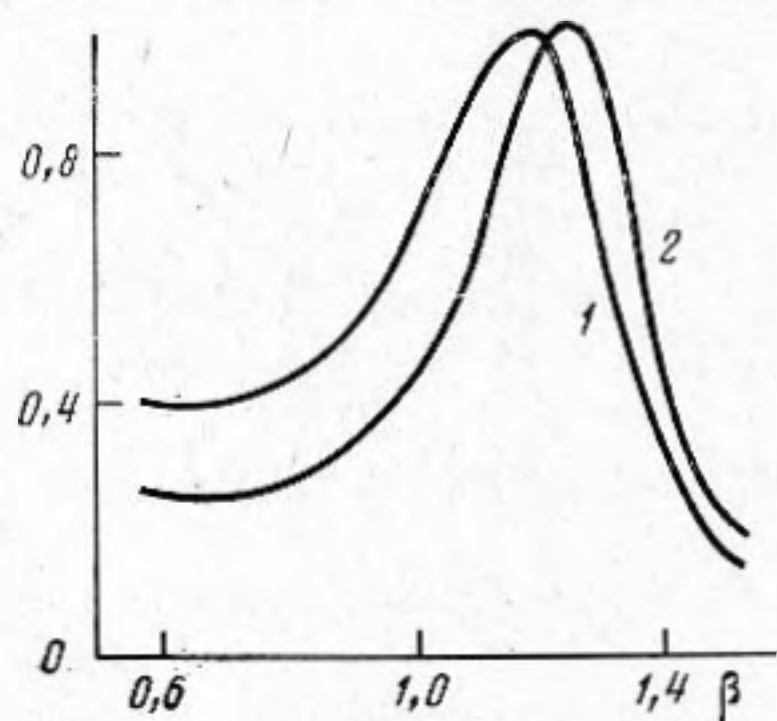


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения поршневой волны по энергии $|r_{00}|^2$ от величины β при фиксированной частоте, которая выбрана вблизи первого максимума на рис. 2. 1 — $\beta = c_2/c_1$ при $\rho_1 = \rho_2$, 2 — $\beta = \rho_2/\rho_1$, $c_1 = c_2$

новодах. Действительно, коэффициент прохождения t_{00} можно преобразовать (выделяя реальные и мнимые части соответствующих выражений) к виду

$$t_{00} = \frac{1}{(1/2)(\sqrt{\rho_1 c_1/\rho_2 c_2} + \sqrt{\rho_2 c_2/\rho_1 c_1}) - iS_1},$$

где

$$S_1 = \sqrt{k_1 k_2 / \rho_1 \rho_2} (g\kappa^4 / 2\omega^2 - 1/8Q_1),$$

$$Q_1 = - \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \mu_n / \Delta_n \rho_1 \rho_2.$$

Пока в волноводах распространяющимися являются только поршневые нормальные волны ($0 < k_1 H < \pi$), величина S_1 остается вещественной и максимальная доля прошедшей энергии не превосходит

$$|t_{00}|_{\max}^2 = \frac{2}{1 + (1/2)(\rho_1 c_1/\rho_2 c_2 + \rho_2 c_2/\rho_1 c_1)} \quad (19)$$

и равняется единице только при $\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$. В целом изменение плотности одной из жидкостей при одинаковых скоростях звука меняет характер зависимости данных рассеяния от частоты незначительно.

Аналогичные вычисления проводились для случая, когда в левом волноводе находится среда у которой плотность такая же, как у воды, но скорость распространения звука вдвое меньше: $c_2 = c_1/2$. Соответствующие зависимости приведены на рис. 3.

Существенное изменение зависимости $|r_{00}|^2$ от $k_1 H$ вблизи $k_1 H \approx 2$ во втором случае, когда $c_2 \neq c_1$ по сравнению с первым случаем $\rho_2 \neq \rho_1$ объясняется тем, что в первом случае частоты зарождения нормальных волн правого и левого волноводов совпадают, а во втором случае при $k_1 H = \pi/2$ в левом волноводе зарождается первая симметричная нормальная волна и появляется дополнительный канал рассеяния, что приводит к перераспределению энергии. Прежде всего это приводит к тому, что максимум коэффициента отражения уменьшается почти вдвое. Другое интересное следствие появления нового канала рассеяния заключается в том, что минимум коэффициента отражения оказывается меньше величины $|r_{00}|_{\min}^2 = 1 - |t_{00}|_{\max}^2$, которая является точной нижней границей на интервале $[0, \pi/2]$, здесь $|t_{00}|_{\max}^2$ вычисляется по формуле (19).

Зависимость коэффициента отражения поршневой волны в правой

половине волновода от плотности и скорости звука в левой половине при фиксированной частоте приведена на рис. 4. Акустическая среда в правой половине — вода.

[СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ]

1. Romilly N. Transmission of Sound through a Stretched Ideal Membrane // JASA. 1964. V. 36. № 6. P. 1104—1109.
2. Romilly N. Sound transmission through a thin plate under tension // Acustica. 1969/1970. V. 22. № 3. P. 183—186.
3. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
4. Коузов Д. П., Пачин В. А. О дифракции акустических волн в плоском полубесконечном волноводе с упругими стенками // ПММ. 1976. Т. 40. Вып. 1. С. 104—111.
5. Коузов Д. П., Никитин Г. Л. О прохождении акустических волн сквозь тонкую перегородку в цилиндрическом волноводе // Вести. Ленингр. ун-та. 1984. № 4. С. 24—30.
6. Schoch A. Zum Einfluß der seitlichen Begrenzung auf die Schalldurchlässigkeit einfacher Wände // Acustica. 1954. V. 4. № 1. P. 288—290.

Ленинградское высшее военное
инженерное строительное училище
им. А. Н. Комаровского

Поступила в редакцию
22.05.89

V. D. Luk'yanov, G. L. Nikitin

SCATTERING OF ACOUSTIC WAVES BY AN ELASTIC PLATE SEPARATING TWO DIFFERENT FLUIDS IN A WAVEGUIDE

Scattering of acoustic waves by a thin plate separating two different fluids in a plane infinite waveguide with absolutely rigid walls is considered. The plate is placed normally to the waveguide axis and overlaps its canal. Edges of a plate are pinched by waveguide walls. Flexural vibrations of a plate are taken into account only. An exact solution of the problem is obtained by use of the Fourier method modification.