

Подставим (12) в (11). Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \Pi + 2v_n \frac{\partial \nabla \Pi}{\partial t} \right) + 2c_0^2 \nabla \cdot [(\nabla \Pi \nabla) v_n] - \\ - \nabla \cdot \left[v_n \left(v_n \frac{\partial \nabla \Pi}{\partial t} \right) \right] + 2 \nabla \cdot [(\nabla \psi \nabla) v_n] = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Это уравнение (без двух последних слагаемых, имеющих более высокий порядок малости по отношению к другим) полностью совпадает с аналогичными уравнениями работ [3, 4] в приближении $\rho_0 = \text{const}$ и $c_0 = \text{const}$.

Проведенное сопоставление приближений уравнения (8) с результатами работ [2-4] позволяет надеяться на его справедливость (в рамках заданной модели среды) при описании звуковых волн высокой интенсивности в условиях движущейся среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2. Изд. 2-е, испр. и доп. М.: Наука, 1973. 584 с.
2. Кузнецов В. П. Уравнения нелинейной акустики // Акуст. журн. 1970. Т. 16. № 4. С. 548-553.
3. Абдуллаев С. С., Остаев В. Е. О распространении звуковых волн в трехмерно-неоднородной (случайно-неоднородной) движущейся среде // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1988. Т. 24. № 4. С. 417-426.
4. Годин О. А. Волновое уравнение для звука в среде с медленными течениями // Докл. АН СССР. 1987. Т. 293. № 1. С. 63-67.

Институт оптики атмосферы
Сибирского отделения АН СССР

Поступило в редакцию
19.12.88

УДК 539.3

© 1990 г.

А. В. Сергеев

О НАХОЖДЕНИИ ЧАСТОТНЫХ ДИАПАЗОНОВ РАССЕЯННОГО ПОЛЯ, СОДЕРЖАЩИХ ИНФОРМАЦИЮ О ТОЛЩИНЕ УПРУГИХ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК

При решении обратных задач теории рассеяния для упругих тел необходимо знать информативные диапазоны частот каждого параметра рассеивателя, определяемые по частотной зависимости поля, рассеянного исследуемым телом. Используемые в [1, 2] для нахождения толщины оболочек частотные диапазоны были обусловлены возбуждением в оболочках нулевой антисимметричной волны типа Лэмба, что имеет место при частотах, удовлетворяющих следующему соотношению [3]:

$$\kappa = (0,5 \div 2,5) R/h, \quad (1)$$

где κ — безразмерная частота, R — радиус внешней поверхности оболочки, h — толщина. Однако для тонкостенных оболочек условие (1) не всегда удается реализовать, так как в этом случае информативный диапазон оказывается в высокочастотной области. В этой связи в [4] была рассмотрена возможность использования в качестве информативного значения частоты, соответствующего положению первого максимума в частотной зависимости рассеянного поля. Тем не менее наличие всего лишь одного информативного значения частоты приводит к низкой помехоустойчивости при решении обратной задачи рассеяния. Поэтому для повышения помехоустойчивости необходимо выявить дополнительные значения частот, при которых рассеянное поле содержит информацию о толщине тонкостенных оболочек. Решение этой задачи и является целью данной статьи.

Дальнейшее изложение будет относиться к упругим сферическим или цилиндрическим тонкостенным оболочкам, заполненным воздухом и изготовленным из материала, характеризуемого плотностью ρ_2 , а также скоростями продольных и поперечных волн c_l , c_t . Оболочки находятся в акустической среде с плотностью ρ_1 и скоростью звука c_1 . Под частотной зависимостью рассеянного поля будем понимать зависимость амплитуды давления от частоты κ облучающей плоской гармонической волны, падающей в случае цилиндрической оболочки перпендикулярно образующей, на расстоянии r_0 от центра оболочки в направлении назад. Наша задача состоит в том, чтобы выделить в диапазоне $0 < \kappa \leq 20$ значения частот, на которых поле, рассеянное тонкостенными оболочками с $R/h = 500$, содержит информацию о толщине оболочки. В интересующем нас диапазоне частот можно выделить две характерные области:

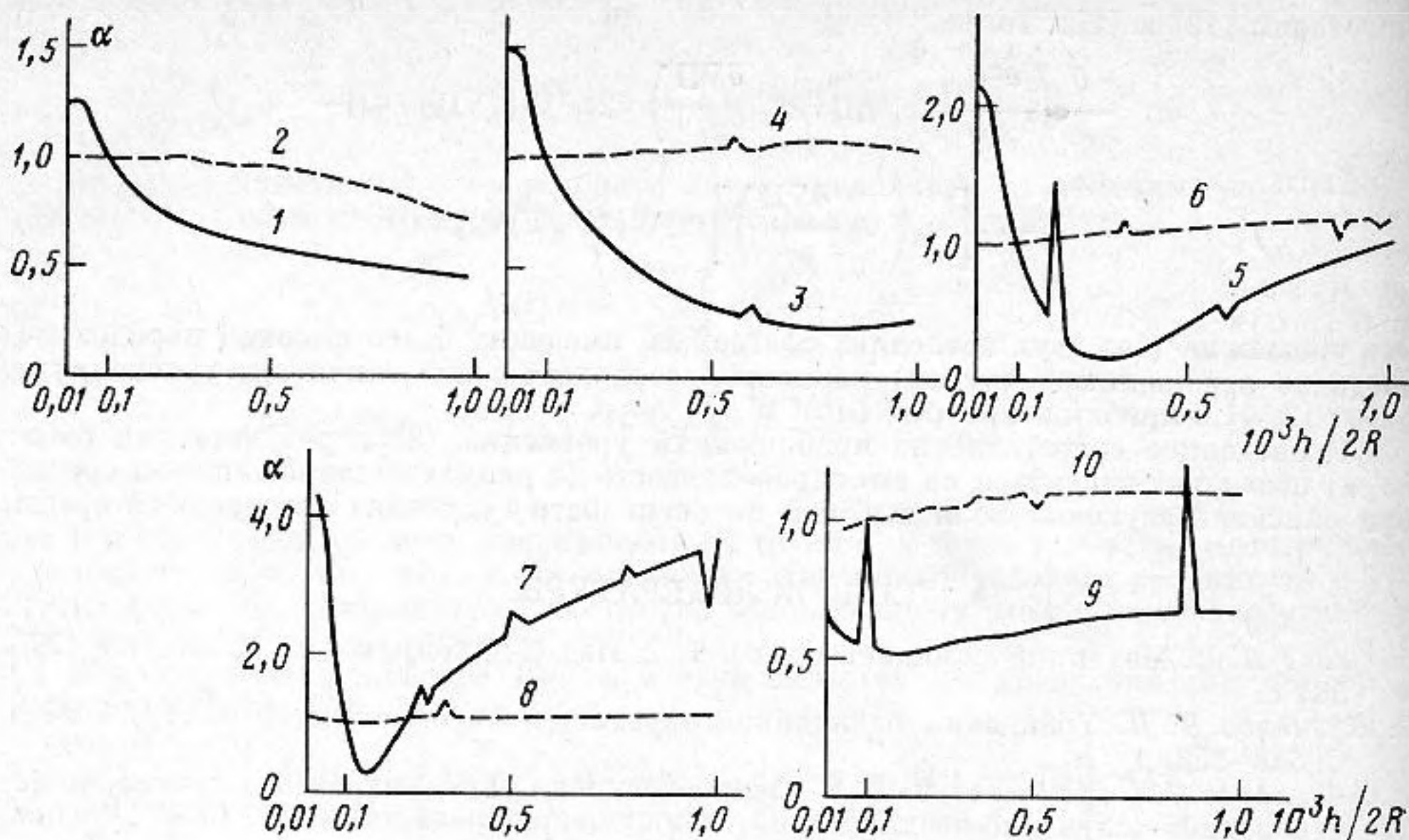


Рис. 1. Зависимость ИКТ от толщины при различных частотах для сферических оболочек: 1 - $\kappa_r^{(1)} = 4,19$; 2 - $\kappa_{nr}^{(1)} = 2,4$; 3 - $\kappa_r^{(2)} = 8,29$; 4 - $\kappa_{nr}^{(2)} = 6,6$; 5 - $\kappa_r^{(3)} = 12,06$; 6 - $\kappa_{nr}^{(3)} = 10,2$; 7 - $\kappa_r^{(4)} = 15,74$; 8 - $\kappa_{nr}^{(4)} = 13,8$; 9 - $\kappa_r^{(5)} = 19,31$; 10 - $\kappa_{nr}^{(5)} = 18,0$

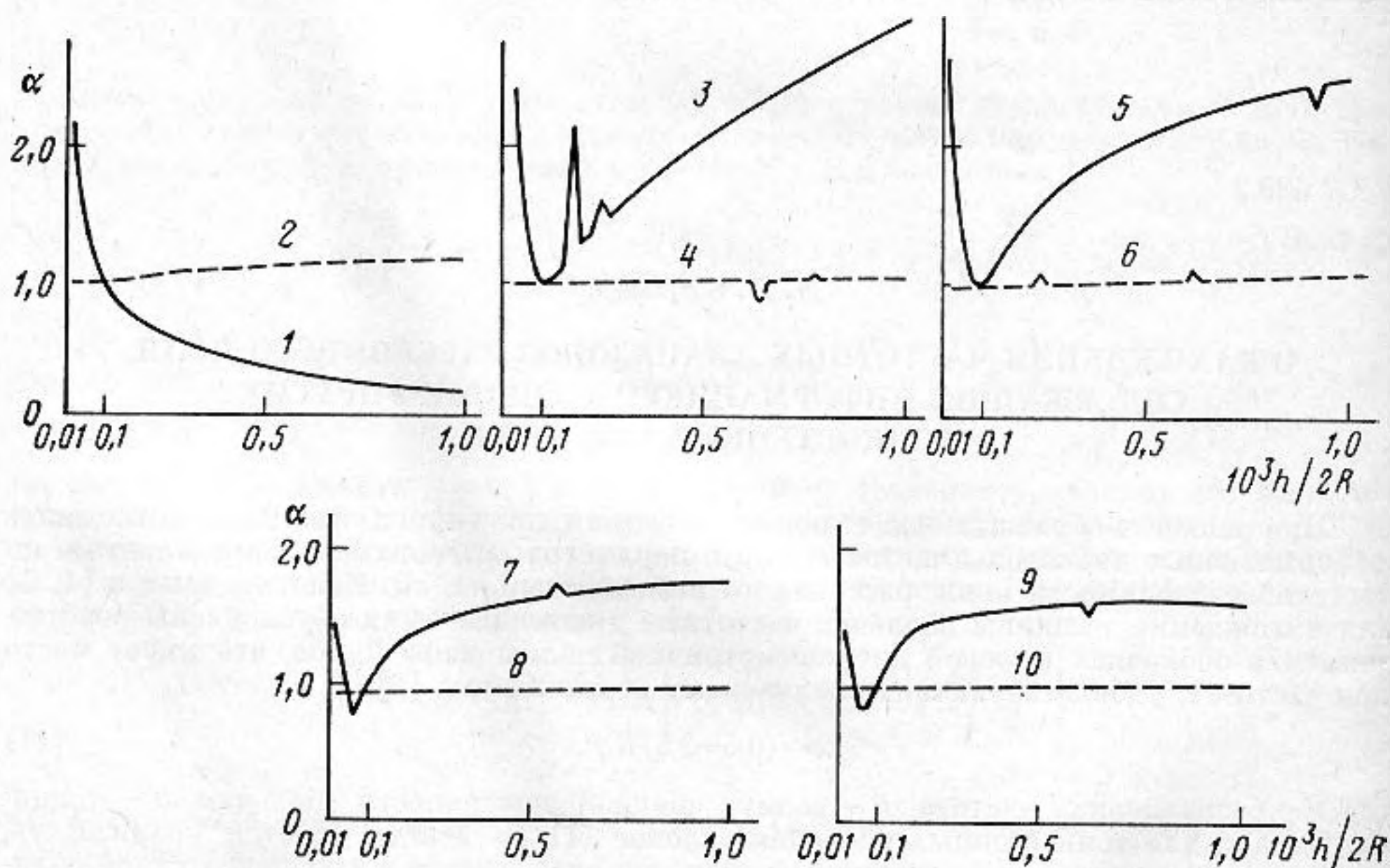


Рис. 2. Зависимость ИКТ от толщины при различных частотах для цилиндрических оболочек: 1 - $\kappa_r^{(1)} = 3,58$; 2 - $\kappa_{nr}^{(1)} = 4,2$; 3 - $\kappa_r^{(2)} = 7,15$; 4 - $\kappa_{nr}^{(2)} = 6,0$; 5 - $\kappa_r^{(3)} = 10,73$; 6 - $\kappa_{nr}^{(3)} = 8,4$; 7 - $\kappa_r^{(4)} = 14,3$; 8 - $\kappa_{nr}^{(4)} = 12,0$; 9 - $\kappa_r^{(5)} = 17,88$; 10 - $\kappa_{nr}^{(5)} = 16,2$

область резонансных частот $\kappa_r^{(i)}$ нулевой симметричной волны типа Лэмба; $i=1, N$, N - количество резонансов в диапазоне частот $0 < \kappa \leq 20$, которое как в случае сферических, так и цилиндрических оболочек равно пяти;

область нерезонансных частот определяемых следующим образом:

$$\kappa_{nr}^{(i)} \in (\kappa_r^{(i-1)}, \kappa_r^{(i)}), \quad \text{где } \kappa_r^{(0)} = 0, \kappa_r^{(6)} = 20, i = \overline{1, 6}.$$

Очевидно, что выделенные области частот будут информативными относительно толщины оболочек, если при значениях частот κ , принадлежащих этим областям, выполняется следующее соотношение $\partial A(\kappa, h) / \partial h \neq 0$, где $A(\kappa, h)$ - амплитуда поля, рассеянного оболочкой толщины h на частоте κ .

Для сравнительной оценки информативности выделенных диапазонов частот введем в рассмотрение информативный коэффициент толщины (ИКТ), определенный

как $\alpha(x, h) = A(x, h)/A(x, h_0)$, где h_0 — фиксированная толщина тонкостенной оболочки, при которой определены резонансные частоты $\kappa_r^{(i)}$, h — переменная толщина, значения которой изменяются в интервале $h_1 \leq h \leq h_2$.

С помощью ЭВМ были рассчитаны ИКТ для сферических и бесконечных цилиндрических тонкостенных оболочек, изготовленных из алюминия ($\rho_2 = 2700$ кг/м³, $c_t = 6420$ м/с; $c_l = 3040$ м/с), заполненных воздухом ($\rho_3 = 1,29$ кг/м³, $c_3 = 343$ м/с) и погруженных в воду ($\rho_1 = 1000$ кг/м³, $c_1 = 1500$ м/с) при $h_0/R = 2 \cdot 10^{-4}$, $h_1/R = 4 \cdot 10^{-5}$, $h_2/R = 2 \cdot 10^{-3}$. Значения резонансных частот $\kappa_r^{(i)}$ оболочек были рассчитаны с помощью резонансной теории рассеяния [5]. Частоты в нерезонансной области выбирались произвольно. На рис. 1 и 2 представлены результаты расчетов ИКТ для сферических и цилиндрических оболочек соответственно. Сплошными линиями обозначены ИКТ на резонансных частотах оболочек, пунктирными — на нерезонансных. Для зависимостей, изображенных на рис. 1, 2, характерны следующие соотношения:

$$|\alpha'(\kappa_r^{(i)})| > |\alpha'(\kappa_{nr}^{(i)})| \approx 0 \quad \text{при } h_1 < h < h_2; \quad (2)$$

$$|\alpha'(\kappa_r^{(i)})| \gg |\alpha'(\kappa_{nr}^{(i)})| \quad \text{при } h \rightarrow h_1; \quad (3)$$

$$|\alpha'(\kappa_r^{(i)})| \rightarrow |\alpha'(\kappa_{nr}^{(i)})| \rightarrow 0 \quad \text{при } h \rightarrow h_2, \quad (4)$$

где

$$\alpha'(x) = \partial \alpha(x, h) / \partial h.$$

Из соотношений (2) и (3) следует, что в диапазоне $0 < x \leq 20$ в качестве информативных частот для тонкостенных оболочек следует брать резонансные частоты. Соотношение (4) показывает, что с увеличением толщины оболочек происходит уменьшение информативности резонансных частот. Это явление можно объяснить тем, что с ростом толщины оболочки происходит изменение ее резонансных частот, и поэтому те существенные изменения амплитуд рассеянного поля, которые имели место для частот $\kappa_r^{(i)}$ при h , близких к h_0 , уже не наблюдаются при $h \rightarrow h_2$, в результате чего зависимость амплитуды рассеянного поля от толщины оболочки проявляется слабо. И наоборот, при $h \rightarrow h_1$ при переходе к более тонкостенным оболочкам резонансные частоты изменяются мало, и поэтому наблюдается сильная зависимость амплитуд рассеянного поля от толщины.

Итак, проведенное исследование показывает, что в диапазоне умеренных частот $0 < x \leq 20$ на резонансных частотах амплитуда рассеянного поля содержит информацию о толщине упругих тонкостенных оболочек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Метсавээр Я. А., Нигул У. К. Определение толщины и радиуса сферической оболочки по эхосигналам // Изв. АН СССР. МТТ. 1972. № 6. С. 60–66.
2. Векслер Н. Д. Информационные проблемы гидроупругости. Таллинн: Валгус, 1982. 246 с.
3. Метсавээр Я. А., Нигул У. К. Влияние деформативности объекта и нелинейных эффектов на акустические эхосигналы // Тр. VII Всесоюз. шк.-сем. по статистической гидроакустике. Новосибирск: СО АН СССР, 1977. С. 132–139.
4. Векслер Н. Д., Корсунский В. М. Акустическая спектроскопия круговых цилиндрических оболочек // Тез. докл. IV Всесоюз. симпоз. по физике акусто-гидродинамич. явлений и оптоакустике с секциями молек. акустики и геоакустики. Ашхабад: Изд-во АН Туркм. ССР. 1985. С. 51.
5. Flax L., Gaunaurd G. C., Uberall H. Theory of resonance scattering // Physical Acoustics/Ed. Mason W. P. and Thurston R. N. N. Y.: Acad. Press. 1981. V. 15. P. 191–294.

Научно-исследовательский институт
прикладных физических проблем
им. А. Н. Севченко
при Белорусском государственном
университете им. В. И. Ленина

Поступило в редакцию
31.01.89