АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 36 1990 Вып. 3

УДК 534.833

© 1990 г.

Г. С. Любашевский, А. И. Орлов, Б. Д. Тартаковский, М. С. Чувильчиков

О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ АДАПТИВНОГО ПРОЦЕССА ГАШЕНИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ОДНОМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ

Исследуется скорость сходимости адаптивного процесса гашения широкополосных колебаний в одномерных структурах, например плоских волн в трубах, в зависимости от спектральной плотности звукового давления в падающей волне. Показано, что для волны, представляющей собой сумму гармонической и шумовой компонент, скорость сходимости существенно снижается. Рассматривается один из путей повышения скорости сходимости в этом случае.

Активные системы гашения широкополосных колебаний в одномерных структурах путем создания противофазных колебаний в заданной области неоднократно рассматривались в научно-технической литературе. В последние годы вследствие внедрения микропроцессорной техники управления интерес исследователей смещается в направлении адаптивных систем гашения. Такие системы становятся инвариантными к нестабильности параметров распространения колебаний в структуре и параметров преобразователей, а также к медленным изменениям спектральной плотности источника возбуждения колебаний структуры, позволяя в асимптотике достичь максимальной эффективности. Среди многочисленных работ этого направления последних лет отметим работы Росса [1, 2] и Рура [3], теоретически и экспериментально исследовавших адаптивные алгоритмы и эффективность гашения систем, а также работы Свинбенкса [4] и Эриксона [5], предложивших новые схемы построения адаптивных систем. Особо следует отметить фундаментальные исследования Уидроу и др. [6], создавших алгоритмическую основу адаптивных систем, работающих во временной области. Однако ни в одном из известных исследований не рассматривается скорость сходимости адаптивного процесса — одного из основных параметров, определяющих динамические характеристики качества системы.

В настоящей работе анализируется адаптивная система гашения широкополосных колебаний в одномерной структуре, например плоских волн в трубе. Анализируются такие основные параметры системы, как эффективность гашения и скорость сходимости адаптивного процесса, а также обсуждаются требования к электрическому преобразователю в электрическом канале, в зависимости от спектральной плотности звукового давления в падающей волне. Для упрощения анализа аналогично [7] предполагается отсутствие обратной связи по структуре между излучателем и первичным приемником, достигаемое путем использования однонаправленных излучателя и приемника [8, 9] или путем введения в систему дополнительного электрического канала [5].

Типичная адаптивная система гашения колебаний в одномерной структуре (рис. 1) включает первичный приемник *1* звукового давления в падающей акустической волне и контрольный приемник *2* звукового давления на выходе системы, допустим, с одинаковыми передаточными функциями $P(\omega)$, вторичный излучатель *3* с передаточной функцией $I(\omega)$, электрический преобразователь *4* с передаточной функцией $H(\omega)$ и устройство управления *5* параметрами преобразователя *4*.

Обозначив спектральную плотность сигнала приемника *1* как $G_{11}(\omega)$, получим, что мощность сигнала контрольного приемника *2* (сигнала на

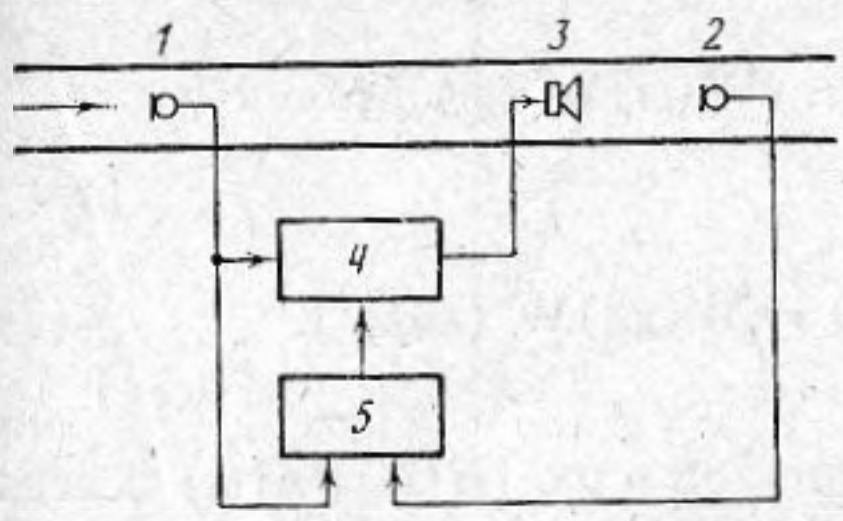

Рис. 1

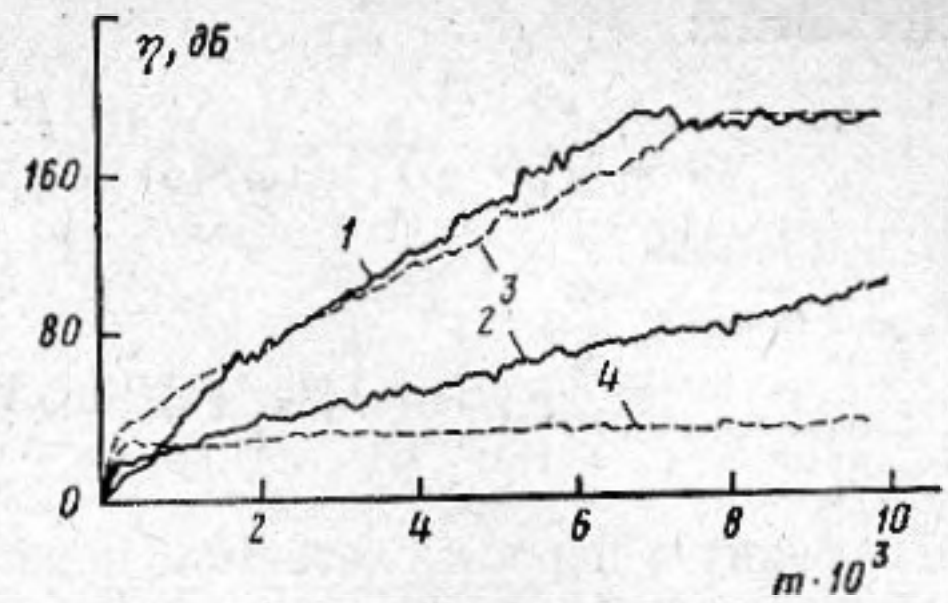

Рис. 2

Рис. 1. Адаптивная однокаскадная система гашения колебаний в одномерной структуре; *1* – первичный приемник; *2* – контрольный приемник, *3* – вторичный излучатель, *4* – электрический преобразователь, *5* – устройство управления параметрами преобразователя

Рис. 2. Эффективность гашения в однокаскадной (*1* – гашение шума, *2* – $p=6$ дБ) и двухкаскадной (*4* – в первом каскаде, *3* – во втором каскаде; $p=26$ дБ) системах

выходе системы) имеет вид:

$$L=2\int_0^\infty |Q(\omega)+P(\omega)H(\omega)I(\omega)D(\omega)|^2 G_{11}(\omega)\,d\omega, \qquad (1)$$

где $Q(\omega)$ – передаточная функция акустического канала между точками расположения приемников *1* и *2*, $D(\omega)$ – между точками расположения излучателя *3* и приемника *2*.

Передаточная функция преобразователя *4* в виде нерекурсивного фильтра N-го порядка

$$H(\omega)=\mathbf{W}^{\mathrm{T}}(\omega)\mathbf{h}, \qquad (2)$$

где $\mathbf{h}=\{h_1,\ h_2,\ldots,\ h_N\}^{\mathrm{T}}$ – вектор управляемых параметров, $\mathbf{W}(\omega)=\{1,\ e^{-j\omega\tau},\ldots,\ e^{-j(N-1)\omega\tau}\}^{\mathrm{T}}$, τ – длительность элемента задержки (интервала дискретизации), т – символ транспонирования. После подстановки (2) в (1) и дифференцирования по $\mathbf{h}$ получим уравнение

$$A\mathbf{h}_{\text{опт}}=\mathbf{C}, \qquad (3)$$

где

$$A=\int_0^\infty |B(\omega)|^2 G_{11}(\omega)\,[\mathbf{W}(\omega)\mathbf{W}^*(\omega)+\{\mathbf{W}(\omega)\mathbf{W}^*(\omega)\}^{\mathrm{T}}]\,d\omega, \qquad (4)$$

$$\mathbf{C}=-2\int_0^\infty \mathrm{Re}[Q^*(\omega)B(\omega)\mathbf{W}(\omega)]\,d\omega \qquad (5)$$

и $B(\omega)=P(\omega)I(\omega)D(\omega)$, относительно оптимального вектора управляемых параметров $\mathbf{h}_{\text{опт}}$, соответствующего минимальной мощности на выходе системы и, следовательно, максимальной ее эффективности.

Запишем спектральную плотность $G_{11}(\omega)$ в виде суперпозиции спектральных плотностей широкополосного стационарного шума $n(\omega)>0$ в полосе $0<\omega\leqslant\pi/\tau$ и конечного ряда гармонических колебаний с амплитудами a_i:

$$G_{11}(\omega)=n(\omega)+\sum_{i=1}^{K} a_i^2\delta(\omega-\omega_i). \qquad (6)$$

При подстановке (6) в (4) матрица A представляет собой сумму двух

слагаемых:

$$A=\int_0^\infty |B(\omega)|^2 n(\omega)[\mathbf{W}(\omega)\mathbf{W}^*(\omega)+\{\mathbf{W}(\omega)\mathbf{W}^*(\omega)\}^\mathrm{T}]d\omega+$$

$$+\sum_{i=1}^{K}|B(\omega_i)|^2 a_i^2[\mathbf{W}(\omega_i)\mathbf{W}^*(\omega_i)+\{\mathbf{W}(\omega_i)\mathbf{W}^*(\omega_i)\}^\mathrm{T}]. \qquad (7)$$

Поскольку в первом слагаемом подынтегральное ядро $|B(\omega)|^2 n(\omega)$ всегда положительная функция, согласно теореме Бохнера [10] детерминант первого слагаемого всегда положителен. Ранг матрицы во втором слагаемом равен $2K$ и, следовательно, детерминант второго слагаемого не равен нулю только при $N\leqslant 2K$. Таким образом, $\det A\neq 0$ и уравнение (3) имеет единственное решение

$$\mathbf{h}_{\text{опт}}=A^{-1}\mathbf{C} \qquad (8)$$

независимо от порядка нерекурсивного фильтра. Невырожденность матрицы A и единственность решения (3) можно трактовать как результат регуляризации воздействия шума.

Подставив (2) в (1) с учетом решения (8), получим окончательное выражение для минимальной мощности $L_{\text{мин}}$ на выходе системы гашения:

$$L_{\text{мин}}=2\int_0^\infty |Q(\omega)+B(\omega)\mathbf{W}^\mathrm{T}(\omega)A^{-1}\mathbf{C}|^2 G_{11}(\omega)d\omega. \qquad (9)$$

Эффективность гашения η определим отношением мощности на выходе системы при $\mathbf{h}=0$ к мощности $L_{\text{мин}}$:

$$\eta=10\lg\frac{\int_0^\infty |Q(\omega)^2|G_{11}(\omega)d\omega}{\int_0^\infty |Q(\omega)+B(\omega)\mathbf{W}^\mathrm{T}(\omega)A^{-1}\mathbf{C}|^2 G_{11}(\omega)d\omega}. \qquad (10)$$

Для оценки достигаемой эффективности гашения и скорости сходимости адаптивного процесса проводилось машинное моделирование системы гашения широкополосных колебаний в трубе с передаточной функцией в виде задержки $Q(\omega)=e^{-4j\omega\tau}$ и нерекурсивным фильтром 16-го порядка $H(\omega)=\sum_{i=1}^{16} h_i e^{-j\omega(i-1)\tau}$. При таком выборе $Q(\omega)$ на множестве передаточных функций нерекурсивного фильтра (2) имеется такая $H(\omega)=-Q(\omega)$, при которой достигается полное гашение колебаний[1]. Этой передаточной функции соответствует вектор управляемых параметров $\mathbf{h}_{\text{опт}}=\{0, 0, 0, 0, -1, \ldots, 0\}^\mathrm{T}$. Для упрощения расчетов принято $P(\omega)=1$, $I(\omega)=1$, $D(\omega)=1$.

Звуковое давление в падающей волне моделировалось функцией в виде суммы гармонической и шумовой компонент с различным соотношением мощностей:

$$X(m)=\sqrt{2}a\sin(0{,}3\pi m)+\sqrt{3}b\xi(m), \qquad (11)$$

где $m=t/\tau$, $-1\leqslant\xi(m)\leqslant 1$ – псевдослучайный центрированный шум с равномерной спектральной плотностью $n(\omega)=(\tau/\pi)b^2$ в пределах полосы

[1] При более сложных передаточных функциях $Q(\omega)$ эффективность гашения ограничена точностью аппроксимации $Q(\omega)$ передаточной функцией нерекурсивного фильтра $H(\omega)$.

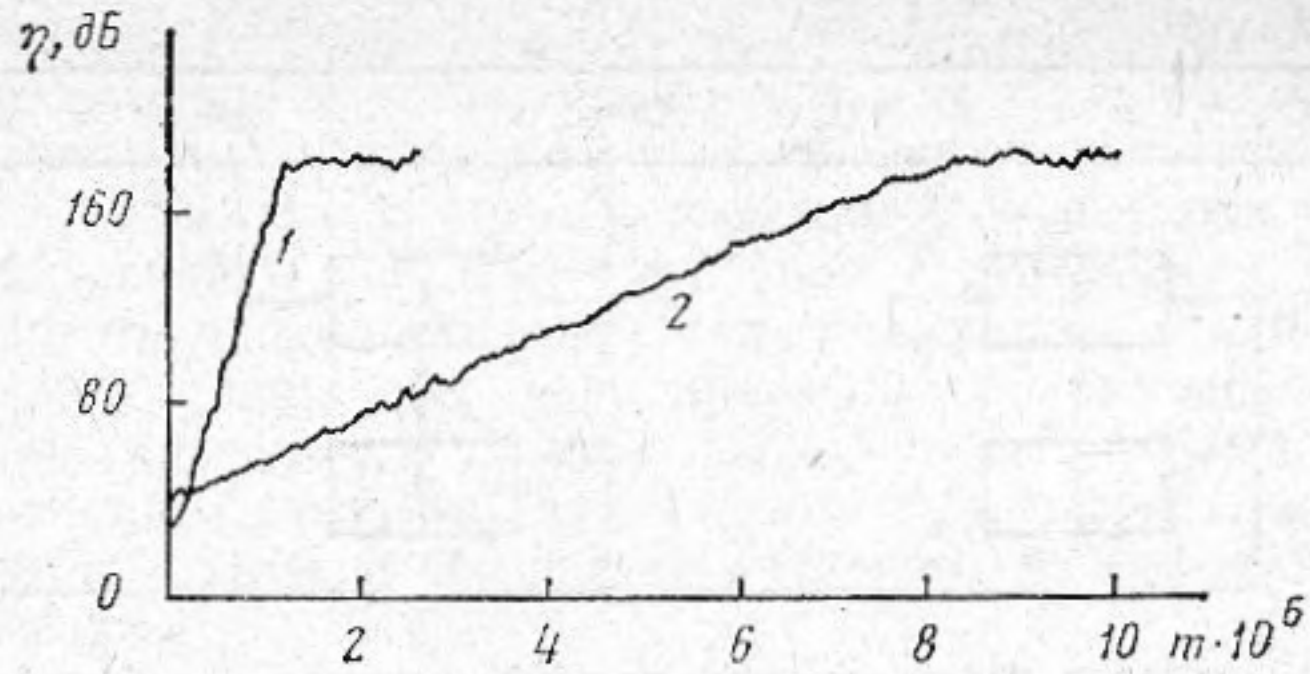

Рис. 3. Эффективность гашения в однокаскадной системе:
(*1* – p=26 дБ, *2* – p=40 дБ)

$0<\omega\leqslant\pi/\tau$, a и b – масштабные коэффициенты. Нормирующие множители в (11) выбраны так, чтобы при $a=1$ и $b=1$ мощности гармонической и шумовой компонент звукового давления в падающей волне были равны единице. Обозначим отношение мощностей гармонической и шумовой компонент коэффициентом $p=20\lg a/b$.

В качестве адаптивного алгоритма управления нерекурсивным фильтром использован известный рекуррентный алгоритм Уидроу – Хоффа во временной области [6]:

$$\mathbf{h}(m+1)=\mathbf{h}(m)-2\alpha Y(m)\mathbf{X}(m), \tag{12}$$

где $\mathbf{X}(m)=\{X(m), X(m-1), \ldots, X(m-N+1)\}^{\mathrm{T}}$, $Y(m)$ – значение сигнала на выходе системы в момент $t=\tau m$, $\alpha=0{,}01$ – константа, близкая к предельной оценке [6].

На рис. 2 и 3 даны результаты моделирования системы при различных спектральных плотностях звукового давления в падающей волне. Установившееся состояние системы во всех случаях характеризуется эффективностью гашения $\eta\sim180$ дБ (ограниченной лишь конечной разрядностью чисел в ЭВМ), что подтверждает сделанный вывод о сходимости адаптивного процесса к минимальной мощности сигнала на выходе системы. Однако скорость сходимости и сам характер адаптивного процесса существенно зависят от параметра p.

При гашении только шумовой компоненты происходит монотонное увеличение η до установившегося предельного значения с почти постоянной скоростью ($\sim25\times10^{-3}$ дБ/m), близкой к предельно достижимой скорости сходимости. В случаях же гашения колебаний, представляющих собой сумму гармонической и шумовой компонент, адаптивный процесс имеет существенно иной вид. После начального участка быстрого (скачкообразного в приведенном масштабе) изменения η на величину p происходит монотонное увеличение η. Скорость сходимости при этом оказывается малой и сильно зависящей от p ($\sim9\times10^{-3}$, $\sim180\times10^{-6}$ и $\sim20\times\times10^{-6}$ дБ/m в случаях p=6,26 и 40 дБ соответственно).

Подобный вид адаптивного процесса, неожиданный с первого взгляда, вполне объясним результатами проведенного анализа. При гашении только шумовой компоненты движение системы в пространстве управляемых параметров нерекурсивного фильтра ничем не ограничено. Однако при гашении суммы гармонической и шумовой компонент на начальном участке движение системы определяется гармонической компонентой, мощность которой превалирует в мощности сигнала на выходе, почти до полного ее гашения. Отметим, что найденное при этом решение не единственное, поскольку порядок нерекурсивного фильтра (N=16) значительно превышает требуемый (N=2). В дальнейшем процесс адаптации на участке монотонного увеличения η движение с постоянной скоростью происходит в пространстве управляемых параметров, связанных двумя уравнениями, по траекториям, представляющим собой геометрическое место решений, соответствующих полному гашению гармонической компоненты.

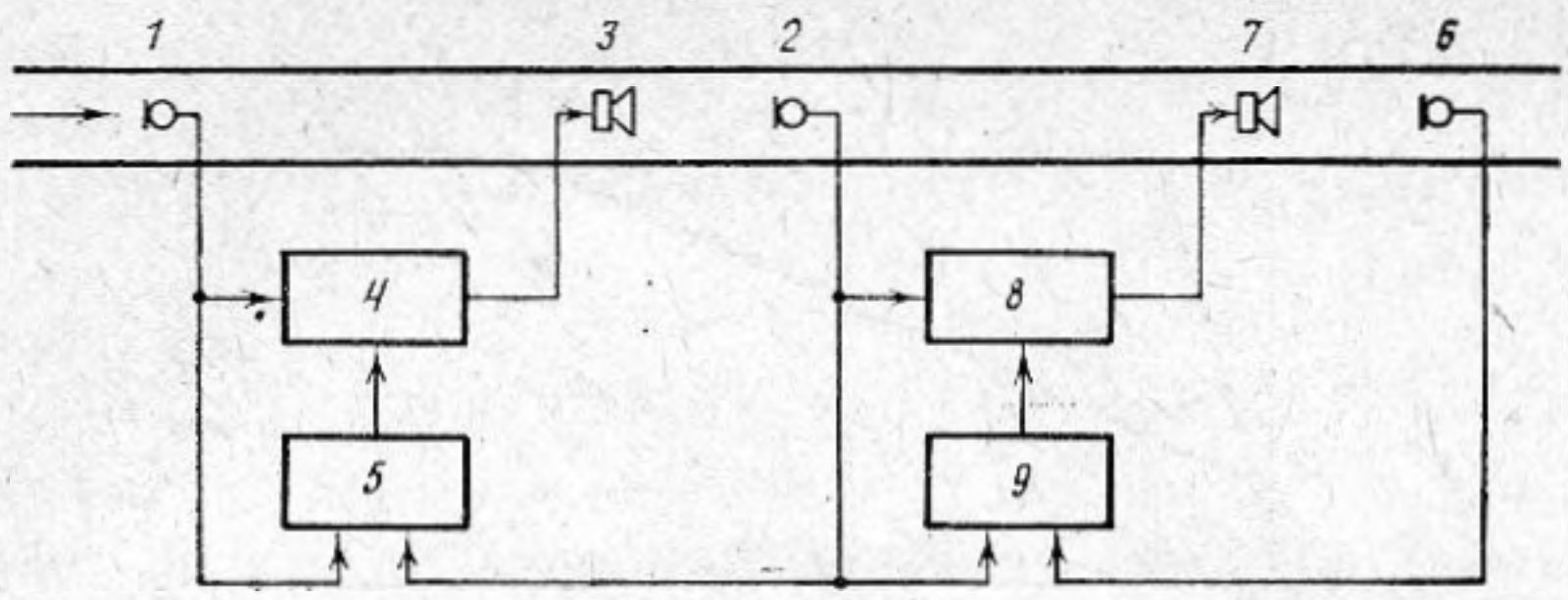

Рис. 4. Адаптивная двухкаскадная система гашения колебаний в одномерной структуре: *1* – первичный приемник, *2* и *6* – контрольные приемники, *3* и *7* – вторичные излучатели, *4* и *8* – электрические преобразователи, *5* и *9* – устройства управления параметрами преобразователей

Скорость сходимости снижается, оказываясь тем меньшей, чем больше начальное отношение мощностей гармонической и шумовой компонент.

Таким образом, при большом отношении мощностей гармонической и шумовой компонент достижение эффективного гашения шумовой компоненты в системе может оказаться невозможным вследствие требуемых больших затрат времени и/или присущей реальным колебаниям нестационарности.

На рис. 4 приведена адаптивная двухкаскадная система гашения широкополосных колебаний, лишенная указанного недостатка. Данная система состоит из двух идентичных последовательно соединенных каскадов с независимо управляемыми нерекурсивными фильтрами *4* и *8*, имеющими передаточные функции $H_1(\omega)=\sum_{i=1}^{16} h_{1i}e^{-j\omega(i-1)\tau}$ и $H_2(\omega)=\sum_{i=1}^{16} h_{2i}e^{-j\omega(i-1)\tau}$ соответственно. При гашении широкополосных колебаний в виде суммы гармонической и шумовой компонент в такой двухкаскадной системе происходит раздельное гашение гармонической компоненты в первом каскаде и затем шумовой компоненты во втором каскаде.

Моделирование двухкаскадной системы (рис. 4) проводилось при $Q_1(\omega)=e^{-4j\omega\tau}$, $Q_2(\omega)=e^{-3j\omega\tau}$, где $Q_2(\omega)$ – передаточная функция акустического канала между точками расположения приемников *2* и *6*, $B_1(\omega)=B_2(\omega)=1$. В качестве адаптивного алгоритма управления нерекурсивными фильтрами *4* и *8*, как и ранее, использовался алгоритм Уидроу – Хоффа:

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{h}_1(m+1)&=\mathbf{h}_1(m)-2\alpha Y_1(m)\mathbf{X}(m)\\ \mathbf{h}_2(m+1)&=\mathbf{h}_2(m)-2\alpha\frac{a}{b}Y_2(m)\mathbf{Y}_1(m)\end{aligned}\right\},\qquad(13)$$

где $\mathbf{Y}_1(m)=\{Y_1(m),\ Y_1(m-1),\ldots,\ Y_1(m-N+1)\}^{\mathrm{T}}$, $Y_1(m)$ и $Y_2(m)$ – значения сигналов приемников *2* и *6* в момент $t=m\tau$ соответственно.

Результаты моделирования двухкаскадной системы приведены на рис. 2. Основное отличие двухкаскадной системы от однокаскадной состоит в том, что адаптивный процесс гашения суммы гармонической и шумовой компонент в двухкаскадной системе (кривая *3*) практически не отличается от процесса гашения только шумовой компоненты в однокаскадной системе (кривая *1*). Таким образом, введение второго каскада в систему позволяет достигнуть предельной скорости сходимости, равной $\sim 20\times10^{-3}$ дБ/m и практически не зависящей от спектральных характеристик акустического давления в падающей волне.

В результате анализа и машинного моделирования показано, что в адаптивной системе гашения широкополосных колебаний в одномерной структуре процесс сходится к наилучшему (винеровскому) решению, соответствующему достижению минимальной мощности на выходе систе-

мы. Эффективность гашения при этом определяется наилучшей аппроксимацией передаточной функции нерекурсивного фильтра конечного порядка в электрическом канале с учетом передаточных функций преобразователей. При гашении исходных колебаний, представляющих собой сумму гармонической и шумовой компонент, наблюдается существенное снижение скорости сходимости адаптивного процесса, тем большее, чем выше отношение мощностей гармонической и шумовой компонент. В двухкаскадной системе достигается предельно возможная скорость сходимости адаптивного процесса, не зависящая от отношения мощностей гармонической и шумовой компонент звукового давления в падающей акустической волне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ross C. F.* An algorithm for designing a broadband active sound control system // J. Sound and Vibration. 1982. V. 80. № 3. P. 373–380.
2. *Ross C. F.* An adaptive digital filter for broadband active sound control // J. Sound and Vibration. 1982. V. 80. № 3. P. 381–388.
3. *Roure A.* Self-adaptive broadband active sound control system // J. Sound and Vibration. 1985. V. 101. № 3. P. 429–441.
4. *Swinbanks M. A.* Attenuation of sound waves. Пат. США № 4596033, НКИ кл. 381/71, 1986.
5. *Eriksson L. J.* Active attenuation system with on-line modeling of speaker, error path and feedback pack. Пат. США 4677676, НКИ кл. 381/71, 1987.
6. *Уидроу Б., Гловер Д., Маккул Д. и др.* Адаптивные компенсаторы помех. Принципы построения и применение // Тр. ИИЭР. 1975. Т. 63. № 12. С. 69–98.
7. *Burgess J. C.* Active adaptive sound control in a duck: a computer simulation // J. Acoust. Soc. Amer. 1981. V. 70. № 3. P. 715–726.
8. *Mangiante G.* Active sound absorbers in an air duck // J. Sound and Vibration. 1972. V. 23. № 3. P. 383–390.
9. *Мазанников А. А., Тютекин В. В.* Исследование активных автономных систем гашения акустических полей в одномодовых волноводах // Акуст. журн. 1976. Т. 22. № 5. С. 729–734.
10. *Гельфанд И. М., Виленкин Н. Я.* Обобщенные функции. Вып. 4. Некоторые применения гармонического анализа, оснащенные гильбертовы пространства. М.: Физматгиз, 1961.

Акустический институт им.
Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
04.04.89

G. S. Lubashevskii, A. I. Orlov, B. D. Tartakovskii, M. S. Chuvil'chikov

ON A CONVERGENCE VELOCITY OF AN ADAPTED PROCESS OF WIDE—RANGE NOISE DAMPING IN ONE-DIMENSIONAL STRUCTURES

A convergence velocity of an adapted process of wide-range noise damping in one-dimensional structures, for example plane waves in ducts, in dependence of a spectral density of a sound pressure in an incident wave is investigated. In the presence of harmonic components in an incident wave convergence velocity is shown to reduce essentially. One way of increasing convergence velocity in that case is examined.