УДК 534.23

С. А. Герасименко, Б. П. Шарфарец

ОТКЛИК НАПРАВЛЕННОЙ АНТЕННЫ НА ПОЛЕ ПРЕЛОМЛЕННЫХ ВОЛН В СЛУЧАЕ СОПРЯЖЕНИЯ ДВУХ ОДНОРОДНЫХ ПОЛУПРОСТРАНСТВ

Рассмотрена задача прохождения звука через плоскую границу раздела двух различных сред в случае, когда излучающая и приемная антенны, являясь направленными, находятся по разные стороны границы раздела. Получены выражения для отклика приемной антенны за вычетом поля боковой волны в виде асимптотического ряда по обратным степеням волнового параметра, коэффициенты которого зависят от произведения диаграммных функций антенн. При этом в асимптотическом разложении используется не фактический геометрооптический ряд по длине рефрагированного луча, а ряд по длине луча между геометрическим центром излучающей антенны и проекцией геометрического центра приемной антенны на границу раздела (точкой эффективного приемника). Показано, что точка эффективного приемника является, вообще говоря, произвольной и выбирается из соображений упрощения вычислений. Полученная асимптотика позволяет эффективно проводить соответствующие вычисления. В случае, когда источник и приемник точечные, формулы сводятся к выражениям, описывающим прохождение сферической волны через плоскую границу раздела.

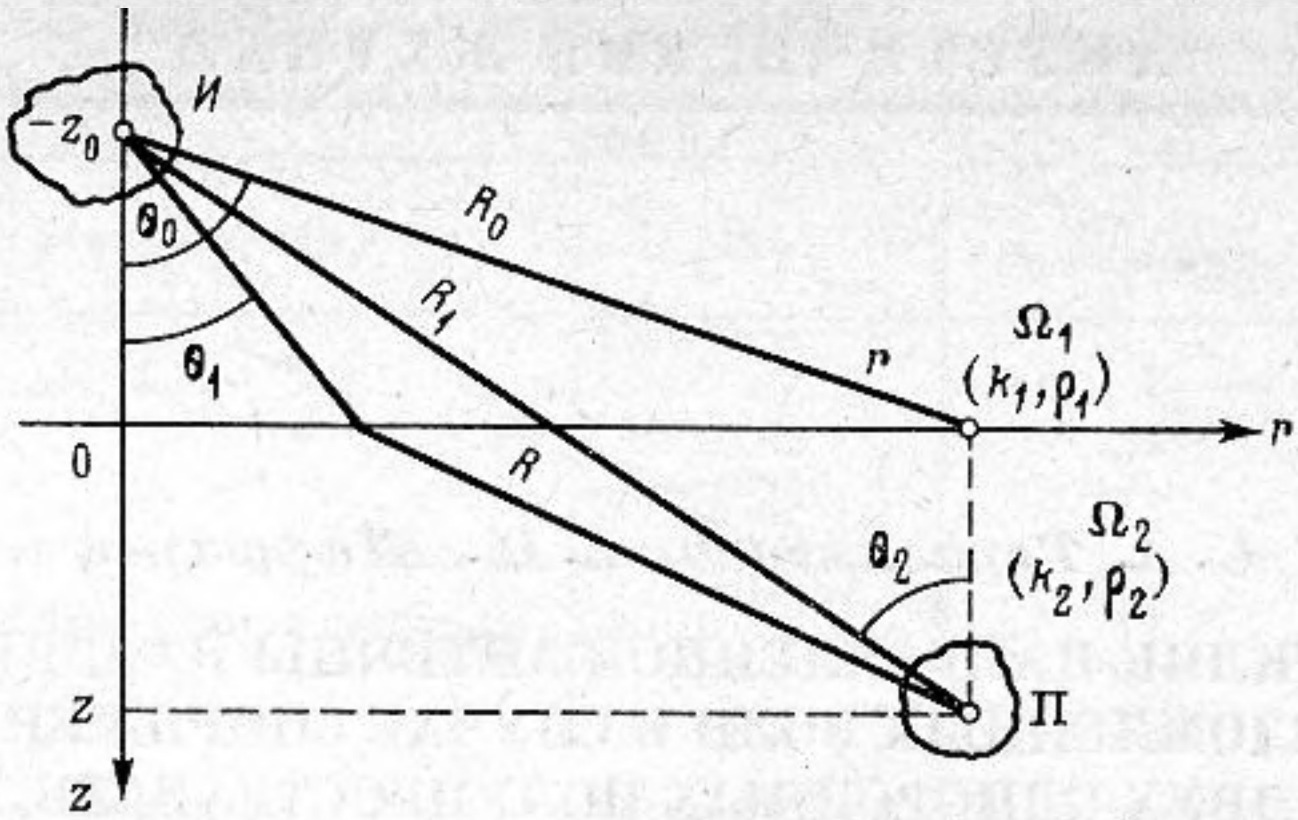
В задачах акустики атмосферы и океана зачастую излучающая и приемная антенны находятся по разную сторону границы раздела сред с различным акустическим сопротивлением (например, случай воздух — вода). В работе [1] исследована задача преломления сферической волны на плоской границе раздела двух жидких либо упругих однородных полупространств в случае точечного ненаправленного излучателя. В настоящей работе рассматривается обобщение этой задачи для случая, когда направленные излучающая и приемная антенны находятся по разные стороны границы раздела двух жидких однородных полупространств.

Пусть направленный излучатель, координаты геометрического центра которого $\mathbf{r}=0$, $z=-z_0$, находится в однородном полупространстве Ω_1 (волновое число k_1, плотность среды ρ_1) и имеет диаграммную функцию $Д_{иi}\cdot(\boldsymbol{\xi})$, $i=1, 2$; $\boldsymbol{\xi}=(k_x, k_y)$ [2]. Здесь $\boldsymbol{\xi}$ — проекция волнового вектора $\mathbf{k}_1$ на плоскость k_xOk_y. Пусть, далее, приемная антенна с диаграммной функцией $Д_{пi}(\boldsymbol{\xi})$, $i=1, 2$ и координатами геометрического центра $\mathbf{x}=(r, \varphi, z)$ находится в однородном полупространстве Ω_2 (волновое число k_2, плотность среды ρ_2) (см. рисунок). Необходимо вычислить отклик приемной антенны на воздействие направленным излучателем в указанном случае.

Выпишем поле давления, создаваемое излучателем (падающую волну) в полупространстве Ω_1 [2]

$$P_{\text{пад}}(\mathbf{x})=\frac{j}{2\pi}\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{Д_{и2}(\boldsymbol{\xi})\,e^{j\alpha_1(z+z_0)}e^{j\boldsymbol{\xi}\mathbf{r}}}{\alpha_1}\,d^2\xi. \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{x}=(\mathbf{r}, z)$, $\mathbf{x}\in\Omega_1$; $\alpha_1=(k_1^2-\xi^2)^{1/2}$; $\xi=|\boldsymbol{\xi}|$, $j=\sqrt{-1}$. Доходя до границы $z=0$ между полупространствами Ω_i, $i=1, 2$, плоские волны отражаются обратно в Ω_1 и преломляются в Ω_2. Пусть коэффициент прозрачности по давлению равен $W(\xi)$. Известна его связь с коэффициентом отражения $V(\xi)$ от полупространства Ω_2 [1]: $W(\xi)=1+V(\xi)$. Поле, прошедшее в



Взаимное расположение излучающей И и приемной П антенн в полупространствах с различными волновыми сопротивлениями

Ω_2, легко теперь записать в виде

$$P_{\text{прош}}(\mathbf{x}) = \frac{j}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{Д_{и2}(\xi)}{\alpha_1} e^{j\alpha_1 z_0} (1 + V(\xi))\, e^{j\alpha_2 z} e^{j\xi \mathbf{r}}\, d^2\xi. \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{x}=(\mathbf{r}, z)$, $\mathbf{x}\in\Omega_2$; $\alpha_2=(k^2-\xi^2)^{1/2}\xi=|\xi|$. Если учесть, что диаграммная функция приемной антенны численно равна откликам антенны на плоские волны единичной амплитуды и нулевой фазы, приходящие с различных направлений (см., например, работу [3]), то, учитывая выражение (2), отклик приемной антенны запишется в виде

$$O = \frac{j}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{Д_{и2}(\xi)\, Д_{п1}(\xi)\, (1 + V(\xi))}{\alpha_1} e^{j\alpha_2 z} e^{j\alpha_1 z_0} e^{j\xi \mathbf{r}}\, d^2\xi. \tag{3}$$

Здесь $Д_{и(п)i}(\xi)$, $i=1, 2$ определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} Д_{и(п)1}(\xi) &= Д_{и(п)}(\pi-\theta_i', \varphi') \\ Д_{и(п)2}(\xi) &= Д_{и(п)}(\theta_i', \varphi') \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} &\theta_i\in[0, \pi/2-j\infty) \\ &\varphi\in[0, 2\pi] \end{aligned}$$

$Д_{и(п)i}(\theta, \varphi)$ — диаграммные функции источника (приемника) в сферических координатах, совпадающие в области видимости (т. е. $\theta\in[0, \pi]$, $\varphi\in[0, 2\pi]$) с обычной диаграммой направленности излучателя (приемника); θ_i', φ' — сферические координаты волновых векторов $\mathbf{k}_j$, $i=1, 2$, причем θ_i' связаны соотношением $k_1 \sin\theta_1'=k_2 \sin\theta_2'$. Для вычисления интеграла (3) применим метод перевала. Для этого перейдем в (3) к сферическим координатам

$$O = \frac{jk_1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_0^{\pi/2-j\infty} Д_{и}(\theta_1', \varphi')\, Д_{п}(\pi-\theta_2'(\theta_1'), \varphi+\pi)\, (1+V(\theta_1'))\times$$

$$\times e^{jk_2 \cos\theta_2'(\theta_1') z} e^{jk_1 \cos\theta_1' z_0} e^{j\xi r \cos(\varphi-\varphi')} \sin\theta_1'\, d\theta'\, d\varphi'. \tag{4}$$

Здесь $\theta_2'(\theta_1')$ — зависимость угла падения в Ω_2 от угла падения в Ω_1. Выражение (4) можно переписать в виде

$$O = \frac{jk_1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_0^{\pi/2-j\infty} Д(\theta_1', \varphi') \exp(jk_1 R_0 \sin\theta_0 \sin\theta_1' (\varphi-\varphi') +$$

$$+\cos\theta_0 \cos\theta_1') \sin\theta_1'\, d\theta_1'\, d\varphi'. \tag{5}$$

Здесь (R_0, θ_0, φ) — сферические координаты точки относительно геометрического центра излучающей антенны (см. рисунок):

$$\text{Д}(\theta_1', \varphi') = \text{Д}_{\text{и}}(\theta_1', \varphi')\text{Д}_{\text{п}}(\pi - \theta_2'(\theta_1'), \varphi' + \pi) \times \times (1 + V(\theta_1')) e^{jk_2 \cos\theta_2'(\theta_1')z}. \quad (6)$$

Делая в интеграле (5) замену углов θ_1', φ' на углы u, v относительно оси, соединяющей точку ($z=-z_0$, $r=0$) с точкой ($z=0$, r, φ), переходя к переменной по перевальному пути и используя тот факт, что получающийся асимптотический ряд по обратным степеням параметра k_1R_0 удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца, получаем следующую оценку интеграла (5) за вычетом поля боковой волны:

$$O = \frac{e^{jk_1R_0}}{R_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{Д}_n(\theta_0, \varphi)}{(k_1R_0)^h}, \quad (7)$$

где $\text{Д}_0(\theta_0, \varphi) = \text{Д}(\theta_0, \varphi)$;

$$\text{Д}_{n+1}(\theta_0, \varphi) = \frac{(\Delta_{\theta,\varphi} + n(n+1))\text{Д}_{\text{п}}(\theta_0, \varphi)}{2j(n+1)}, \quad (8)$$

$\Delta_{\theta,\varphi} \sin^{-1}\theta\partial/\partial\theta(\sin\theta\partial/\partial\theta) + \sin^{-2}\theta\partial^2/\partial\varphi^2$ — оператор Бельтрами на сфере.

Как видно из ряда (7), в асимптотическом разложении фигурирует не фактическая длина преломленного луча R (см. рисунок), а длина луча R_0 между геометрическим центром излучающей антенны и точкой (r, φ, 0) проекции геометрического центра приемника на плоскость $z=0$ (точка фиктивного приемника). Кроме того, в (7) фигурирует не угол θ_1 падения геометрического луча R в Ω_1, соединяющего геометрические центры антенн, а угол θ_0 луча R_0.

Известно, что ряд вида (7) сходится абсолютно и равномерно [4], что позволяет с любой заданной точностью вычислить соответствующий отклик при любом $R_0 \neq 0$.

Отклик направленной антенны на поле боковых волн может быть получен аналогично, следуя вышеизложенной методике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 344 с.
2. *Алексеев Г. В., Бурштейн А. Б., Шарфарец Б. П.* О некоторых свойствах диаграммных функций направленных излучателей // Электромагнитные и акустические процессы в океане. Владивосток: Изд-во ДВГУ, 1987. С. 130–141.
3. *Кинбер Б. Е., Цейтлин В. Б.* Измерение диаграмм направленности акустических антенн в зоне Френеля // Акуст. журн. 1967. Т. 13. № 3. С. 391–396.
4. *Колтон Д., Кресс Р.* Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987. 311 с.

Поступила в редакцию
04.08.89

S. A. Gerasimenko, B. D. Sharfarets

A RESPONSE OF A DIRECTED ARRAY ON A FIELD OF REFRACTED WAVES IN THE CASE OF TWO CONJUGATE HOMOGENEOUS HALF—SPACES

A problem of a sound passing through a flat interface of two different media in the case, when radiating and receiving directed arrays are placed on different sides of the interface, is discussed. Expressions for the receiving array response disregarding a lateral wave field are obtained in the form of asymptotic series on inverse degrees of a wave parameter. Series coefficients depend on a product of array diagram functions. It is pointed out, that in an asymptotic expansion not an actual geometrooptical series on a refracted ray length is used but series on a ray length between the radiating array geometry center and a projection of the receiving array geometry center on the interface (an effective receiver point). The effective receiver point is shown to be, generally speaking, arbitrary and may be chosen according to computation simplification considerations. The asymptotic obtained ensures an effective computation process. In the case of the point source and point receiver the expressions obtained describe the passing of a spherical wave through a flat interface.