АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 1

УДК 534.26

© 1991 г.

С. В. Бирюков

ЗАМЕДЛЕНИЕ ВОЛН ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ГОФРОЙ МАЛОЙ ВЫСОТЫ

Исследованы замедляющие свойства гофры прямоугольной формы с малой по сравнению со всеми другими размерами высотой для сдвиговых волн в акустическом и ТМ волн в электромагнитном случаях. Получено простое асимптотически точное дисперсионное уравнение этих волн, содержащее член с логарифмом малого параметра.

Хорошо известная в электродинамике [1—4] плоская задача распространения ТМ волн в свободном пространстве, ограниченном идеальной металлической гофрированной поверхностью, полностью аналогична задаче распространения сдвиговых волн в изотропном твердом теле со свободной от напряжений границей такой же формы. Так, если в качестве неизвестных переменных выбрать единственные отличные от нуля компоненты магнитного поля H в первом случае или смещений u — во втором, которые направлены вдоль оси y (рис. 1) и зависят от времени t и частоты ω по гармоническому закону $e^{-i\omega t}$, то они должны удовлетворять двумерному уравнению Гельмгольца с граничным условием равенства нулю их нормальной производной. Используя эту аналогию, в работах [5, 6] было теоретически предсказано существование сдвиговых поверхностных волн (СПВ) в твердом теле, распространяющихся вдоль неровной частопериодической поверхности в виде прямоугольных выступов.

Предполагая, что при $z>0$ в области каждого выступа (см. рис. 1) существует только одна основная мода, после приближенной сшивки при $z=0$ поля этой моды с полем в однородном полупространстве $z<0$ в [5, 6] выписаны известные в электродинамике [2, 3] дисперсионные уравнения для определения волнового числа p основной пространственной гармоники поля СПВ при $z<0$. В [6] при сшивке полей учитывалась только одна пространственная гармоника поля в области $z<0$, что приводит к простому дисперсионному уравнению

$$\sqrt{p^2-k^2}=\alpha k \operatorname{tg} kh, \tag{1}$$

где $\alpha=2a/b$ — параметр заполнения, $2a$ — ширина выступа, h — его высота, b — период структуры, $k=\omega/c$, c — скорость объемной сдвиговой волны (вещество выступов и полупространства — одинаково). В [5] учитывались все гармоники поля при $z<0$, что несколько усложняет и уточняет дисперсионное уравнение. Однако необходимыми условиями применимости обоих уравнений являются неравенства $pb\ll1$ (частопериодическая структура) и $h/a\gg1$ (глубокая гофра), как и в соответствующих электродинамических аналогах. Противоположный же случай распространения поверхностных волн вдоль гофры малой высоты ($ph\ll1$, $h/a\ll1$) не был детально исследован в электродинамике даже в строгих подходах, основанных на методах функций комплексного переменного [1, 4]. Это обстоятельство было обусловлено, с одной стороны, трудностями математического характера, связанными с необходимостью учитывать бесконечное число гармоник поля

во всей области, а с другой — отсутствием практической необходимости в исследовании, поскольку ясно, что замедление электромагнитных волн в такой гофре весьма мало.

Однако в последнее время значительно возрос интерес к исследованию СПВ [7] и использованию их в акустоэлектронных устройствах [8, 9]. Причем на практике по технологическим причинам реализуется случай гофры именно малой высоты и прямоугольной формы, а малость замедления в акустическом случае не имеет существенного значения. В теоретических же расчетах [9, 10] для упрощения форма неровной поверхности предполагалась пологой, что позволяло пересчитывать граничные условия с поверхностью гофры на плоскую поверхность подложки с помощью стандартных методов возмущений [11]. Так, в работе [10] в случае гофры трапециидальной формы получено, что величина $\sqrt{p^2-k^2}$ — обратной глубины

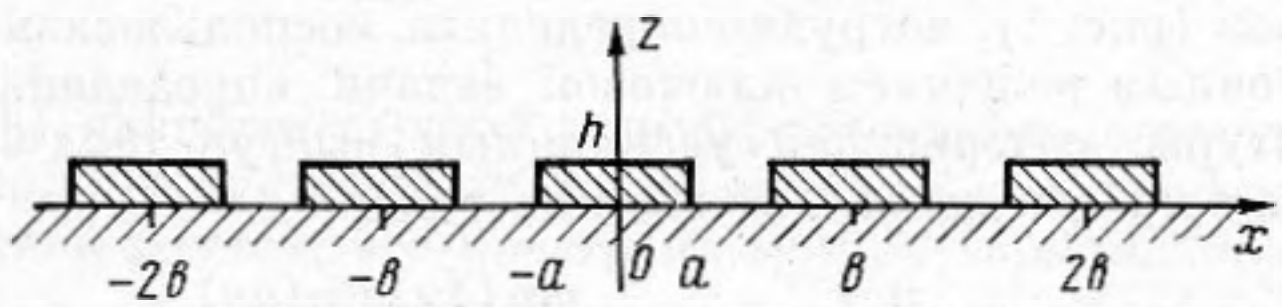

Рис. 1. Гофрированная поверхность. Область поля заштрихована

проникновения СПВ в подложку — квадратична по высоте неровности. Ясно, что и в случае прямоугольной гофры следует ожидать похожей зависимости. Однако формальный переход к вертикальным стенкам в конечных результатах работы [10] невозможен, так как приводит к расходящимся выражениям. Использование же для оценок уравнения (1) дает при $kh \ll 1$ значение $\sqrt{p^2-k^2} \sim hk^2$, т. е. линейную зависимость от высоты, что даже качественно не соответствует ожидаемой. Таким образом, задача о прямоугольной гофре малой высоты требует отдельного исследования, что и является целью данной работы.

Для анализа воспользуемся импедансным методом, развитым в работах [12—14] для задач распространения и рассеяния поверхностных волн в неоднородных средах. При этом будем исходить из строгих уравнений движения среды. Учитывая, что в реальных устройствах на СПВ высота h мала по сравнению со всеми другими характерными размерами ($h/a \ll 1$, $h/(b-2a) \ll 1$, $ph \ll 1$), уравнения движения можно рассмотреть в асимптотическом пределе $h \to 0$, удерживая старшие по h члены. Такой подход позволяет сильно упростить задачу и довести ее решение до аналитических результатов, не ограничиваясь при этом частопериодической структурой.

Для определенности ниже будем рассматривать акустическую задачу, но все полученные конечные результаты полностью соответствуют и электромагнитному случаю ТМ волн, если только под скоростью c понимать скорость света в вакууме.

Однородное $z<0$ и неоднородное $z>0$ полупространства в плоской задаче распространения сдвиговых волн можно охарактеризовать [13, 14] скалярными поверхностными импедансами соответственно $\zeta(\varkappa)$ и $\tilde{\zeta}(\varkappa, q)$, линейно связывающими при $z=0$ трансформанты Фурье по координате x упругих смещений

$$u(\varkappa) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(x) e^{-i\varkappa x} dx$$

и yz — компонент тензоров упругих напряжений для каждого из полупространств. Из непрерывности смещений и напряжений следует при $z=0$

интегральное уравнение для смещений

$$\zeta(\varkappa)u(\varkappa)=-\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\zeta}(\varkappa,q)u(q)\,dq. \tag{2}$$

Однородное полупространство $z<0$ имеет импеданс [15]

$$\zeta(\varkappa)=\begin{cases}-\mu\sqrt{\varkappa^2-k^2}, & \varkappa^2>k^2,\\ i\mu\sqrt{k^2-\varkappa^2}, & \varkappa^2<k^2,\end{cases} \tag{3}$$

где $\mu=\rho c^2$ — параметр Ламе вещества, а ρ — его плотность. Импеданс $\tilde{\zeta}(\varkappa, q)$ неоднородного полупространства $z>0$, состоящего из периодической системы выступов (рис. 1), нетрудно определить, воспользовавшись полученным в [15] точным решением ключевой задачи определения импеданса $\zeta(\varkappa; q)$ структуры, содержащей уединенный выступ $0<z\leqslant h$, $-a\leqslant x\leqslant a$. Этот импеданс в представлении Фурье имеет вид

$$\zeta(\varkappa,q)=\frac{\mu}{\pi a}\left\{k\,\mathrm{tg}(kh)\,\frac{\sin(a\varkappa)\sin(aq)}{\varkappa q}-\right.$$

$$\left.-\varkappa q\sum_{m=1}^{\infty}\beta_m\,\mathrm{th}(\beta_m h)\,\frac{\cos[a(\varkappa-q)]-(-1)^m\cos[a(\varkappa+q)]}{\left[\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2-\varkappa^2\right]\left[\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2-q^2\right]}\right\}, \tag{4}$$

где $\beta_m^2=\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2-k^2$ и связан с импедансом $\zeta(x, x')$ в координатном представлении соотношением

$$\zeta(\varkappa,q)=\frac{1}{2\pi}\int\int_{-a}^{a}\zeta(x,x')e^{-i\varkappa x+iqx'}dx\,dx'. \tag{5}$$

Интегрирование в (5) осуществляется в конечных пределах, поскольку в верхнем полупространстве вне области, занятой выступом, вещество отсутствует и $\zeta(x, x')\equiv 0$ при $x\overline{\in}[-a, a]$ или $x\overline{\in}[-a, a]$. Импеданс периодической структуры (рис. 1) в координатном представлении $\tilde{\zeta}(x, x')$ связан, очевидно, с импедансом $\zeta(x, x')$ единичного выступа соотношением $\tilde{\zeta}(x, x')=\zeta(x-bm, x'-bm)$ при $-a+bm\leqslant x, x'\leqslant a+bm$ $(m=\ldots-1, 0, 1\ldots)$ и тождественно равен нулю при всех других значениях x и x'. Преобразуя $\tilde{\zeta}(x, x')$ по Фурье, получаем для импеданса периодической структуры значение

$$\tilde{\zeta}(\varkappa,q)=\zeta(\varkappa,q)\sum_{m=-\infty}^{\infty}e^{i(q-\varkappa)bm}=2\pi\zeta(\varkappa,q)\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta[(q-\varkappa)b-2\pi m],$$

подстановка которого в уравнение для смещений (2) приводит к уравнению

$$\zeta(\varkappa)u(\varkappa)=-Q\sum_{m=-\infty}^{\infty}\zeta(\varkappa,\varkappa+Qm)u(\varkappa+Qm), \tag{6}$$

где $Q=2\pi/b$. Представив далее решение для смещений при $z=0$ в обычной форме [16] в виде ряда по пространственным гармоникам

$$u(x)=e^{ipx}\sum_{m=-\infty}^{\infty}u_m e^{iQmx}, \tag{7}$$

после вычисления от (7) преобразования Фурье и подстановки его в уравнение (6) приходим к бесконечной системе однородных линейных алгебраических уравнений для определения амплитуд гармоник u_m и постоянной распространения p:

$$\zeta(p+Qm)u_m=-Q\sum_{l=-\infty}^{\infty}\zeta(p+Qm,p+Ql)u_l,\quad m=\ldots-1,0,1\ldots \tag{8}$$

Система (8) является строгой с коэффициентами, определяемыми точными выражениями для импедансов (3) и (4). Будем интересоваться чисто поверхностной волной, все пространственные гармоники которой затухают при $z\to-\infty$ по экспоненциальному закону $\exp[z\sqrt{(p+Qm)^2-k^2}]$, т. е. их постоянные затухания $\sqrt{(p+Qm)^2-k^2}$ действительны. Последнее возможно только при выполнении условий

$$k<p<Q/2, \tag{9}$$

означающих, что длина волны $2\pi/p$ основной пространственной гармоники поля ($m=0$) должна быть больше полупериода структуры $b/2$, а ее фазовая скорость $v=\omega/p$ — меньше скорости объемной волны c в бесконечной среде.

В предельном случае отсутствия выступов ($h=0$) правые части системы (8), как это видно из (4), обращаются в нуль, а ее решение есть $u_0\neq0$, $u_m=0$ ($m\neq0$) при $p=k$. Иначе говоря, поле представляет собой объемную волну, не затухающую вглубь среды. Ясно, что при не равной нулю, но достаточно малой высоте выступов значения p и k близки между собой, а амплитуды гармоник поля $|u_m|\ll|u_0|$. В пределе же $h\to0$ имеем, очевидно, $p\to k$, а $|u_m|/|u_0|\to0$.

Найдем теперь решение системы (8) с учетом всех гармоник поля лишь в предположении, что доминирует гармоника с амплитудой u_0. Это означает, что в правых частях всех уравнений системы (8) с $m\neq0$ можно положить $u_l=0$ для $l\neq0$ и сразу получить решение для амплитуд гармоник

$$u_m=-Q\frac{\zeta(p+Qm,p)}{\zeta(p+Qm)}u_0,\quad m\neq0. \tag{10}$$

Подстановка этих амплитуд в уравнение системы (8) с $m=0$ дает дисперсионное уравнение для определения волнового числа p:

$$\zeta(p)+Q\zeta(p,p)-Q^2\sum_{l=-\infty}^{\infty}{}'\frac{\zeta^2(p+Ql,p)}{\zeta(p+Ql)}=0, \tag{11}$$

где штрих при знаке суммы означает отсутствие члена с $l=0$.

Отметим, что уравнение (11) справедливо и в предположении $p/Q\to0$ ($pb\to0$) при фиксированной высоте выступа h и условии $h/2a\geqslant1$, соответствующих глубокой частопериодической гофре, в которой также доминирует нулевая гармоника поля. В частности, если в (11) пренебречь членами порядка p/Q при $p/Q\to0$, то получим уравнение (1), которое, очевидно, не может рассматриваться при сколь угодно малых h.

Вернемся, однако, к более сложному для исследования случаю малых h и упростим уравнение (11), находя асимптотику входящих в него членов при $h \to 0$ и определяя при этом, в чем заключаются условия малости высоты выступов. Прежде всего найдем условия малости всех гармоник поля в периодической структуре по сравнению с нулевой. Для этого воспользуемся асимптотическим выражением для импеданса $\zeta(\varkappa, q)$ из (4), полученным в [15] при kh, $\varkappa h$, qh, $h/a \ll 1$:

$$\zeta(\varkappa, q) = \mu h (k^2 - \varkappa q) \frac{\sin[a(\varkappa - q)]}{\pi(\varkappa - q)}. \tag{12}$$

Подставив это выражение в (10) и положив, чтобы не превышать точность расчетов, $p=k$, находим с учетом (3) для относительной величины амплитуды m-й гармоники выражение

$$\frac{u_m}{u_0} = -\frac{hk \sin(\pi \alpha m)}{\pi |m| \sqrt{1+2f/m}}, \quad m \neq 0. \tag{13}$$

где $f = k/Q$ — безразмерная частота. Из (13) видно, что при $hk/|m| \ll 1$ амплитуда m-й гармоники мала по сравнению с нулевой. Исключение составляет случай гармоники с $m=-1$, для которого условием малости будет более сильное неравенство $hk/\sqrt{1-2f} \ll 1$, отражающее тот факт, что при приближении f к 1/2 (как следует из (9), всегда $f<1/2$) осуществляются условия брэгговского резонанса для этой гармоники и ее амплитуда нарастает.

Найдем теперь асимптотику второго и третьего членов в (11) при $h \to 0$ с точностью до квадратичных членов. Непосредственно из (4) нетрудно получить при ph, kh, $h/a \ll 1$ выражение

$$\zeta(p, p) = \frac{\mu a h}{\pi}(k^2 - p^2) + \mu \left(\frac{ph}{\pi}\right)^2 C_1, \tag{14}$$

где для константы C_1 [15] можно выписать несколько представлений:

$$C_1 = 2\int_0^\infty \frac{x - \operatorname{th} x}{x^3} dx = 2\int_0^\infty \frac{\operatorname{sh} x}{x \operatorname{ch}^3 x} dx = \int_0^\infty \left(\frac{\operatorname{th} x}{x}\right)^2 dx \simeq 1{,}705.$$

Вычисление асимптотики третьего члена в (11) представляет наибольшую трудность. Обозначим

$$I(k) = \sum_{l=-\infty}^{\infty}{}' \frac{\zeta^2(p+Ql, p)}{\zeta(p+Ql)}, \tag{15}$$

где волновое число k в правую часть входит через значения импедансов (3) и (4). Нетрудно видеть, что если в (15) формально подставить асимптотическое выражение для импеданса (12), т. е. осуществить почленный переход к пределу при $h \to 0$, то получим ряд, логарифмически расходящийся на бесконечности. Поэтому представим $I(k)$ в более удобном виде $I(k) = I_1(k) + I(0)$, где $I_1(k) = I(k) - I(0)$. В $I_1(k)$ почленный переход осуществим и приводит при ph, kh, $h/a \ll 1$ к результату

$$I_1(k) = -\frac{\mu}{Q}\left(\frac{hk}{\pi}\right)^2 \Phi(\alpha, f), \tag{16}$$

в котором после вычисления асимптотики положено $p=k$ и введена зависящая от безразмерной частоты f и параметра заполнения α функция

$$\Phi(\alpha, f)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{\sin^2(\pi\alpha l)}{l}\left[\frac{1}{\sqrt{1-2f/l}}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\sqrt{1+2f/l}}-2\right]. \qquad (17)$$

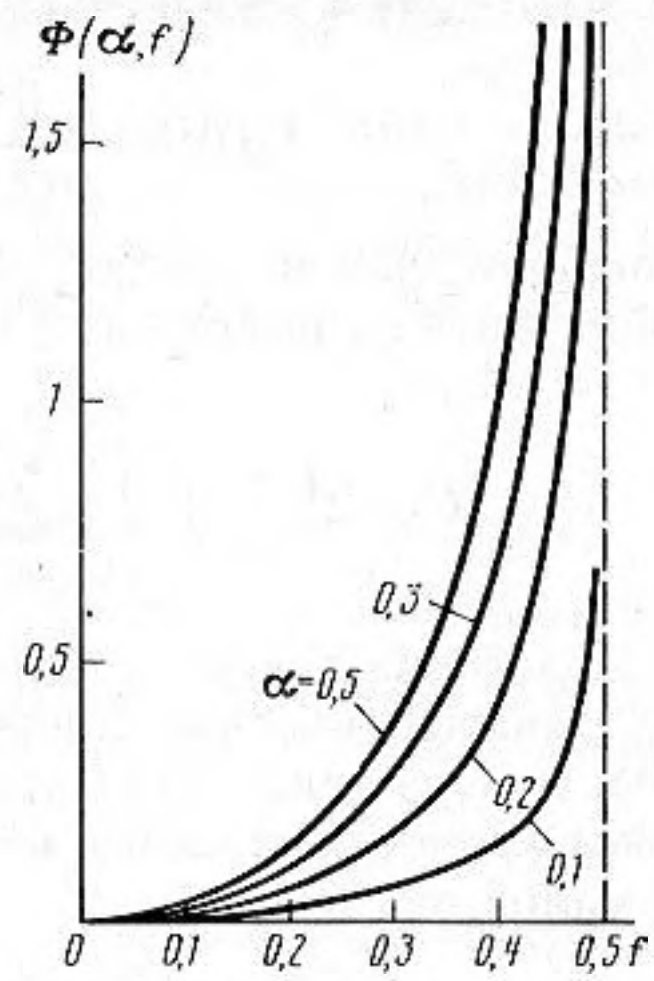

Рис. 2. Частотная зависимость функции $\Phi(\alpha, f)$

График этой функции показан на рис. 2. Из (17) легко видеть, что $\Phi(1-\alpha, f)=\Phi(\alpha, f)$, поэтому кривые построены лишь для значений $\alpha\leqslant 1/2$. При $\alpha=1/2$, т. е. в случае, когда ширина выступов равна промежуткам между ними, функция $\Phi(\alpha, f)$ — максимальна.

Величина $I(0)$ имеет, как это следует из (3), (4) и (15), вид

$$I(0)=-\mu\left(\frac{pa^2}{\pi^4}\right)^2\sum_{l=-\infty}^{\infty}{}' \; |q|\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2}\operatorname{th}\left(\frac{\pi h}{2a}n\right)\times\right.$$
$$\left.\times\frac{\cos[a(p-q)]-(-1)^n\cos(a(p+q))}{\left[\left(\frac{n}{2}\right)^2-\left(\frac{ap}{\pi}\right)^2\right]\left[\left(\frac{n}{2}\right)^2-\left(\frac{aq}{\pi}\right)^2\right]}\right\}^2, \qquad (18)$$

где $q=p+Ql$. Воспользовавшись теорией вычетов применительно к суммированию рядов [17], ряд, стоящий в фигурных скобках, можно представить в более удобном виде:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2}\operatorname{th}\left(\frac{\pi h}{2a}n\right)\frac{\cos[a(p-q)]-(-1)^n\cos[a(p+q)]}{\left[\left(\frac{n}{2}\right)^2-\left(\frac{ap}{\pi}\right)^2\right]\left[\left(\frac{n}{2}\right)^2-\left(\frac{aq}{\pi}\right)^2\right]}=$$
$$=\pi^3[\operatorname{th}(ph)+\operatorname{th}(qh)]\frac{\sin[a(p-q)]}{a^2(p^2-q^2)}-\left(\frac{4h}{a}\right)^2\sum_{m=1}^{\infty}\times$$
$$\times\frac{(2m-1)\left[\cos(ap)\cos(aq)\operatorname{th}\frac{\pi a(2m-1)}{2h}+\sin(ap)\sin(aq)\operatorname{cth}\frac{\pi a(2m-1)}{2h}\right]}{\left[(2m-1)^2+\left(\frac{2ph}{\pi}\right)^2\right]\left[(2m-1)^2+\left(\frac{2qh}{\pi}\right)^2\right]}. \qquad (19)$$

В этом представлении, точном при любых значениях входящих в него параметров, основные особенности стоящего слева ряда хорошо учитываются записанным в конечном виде первым членом, который является старшим при малых h. Если воспользоваться представлением (19), то вычисление асимптотики $I(0)$ из (18) не будет представлять больших сложностей. Поэтому опустим все промежуточные выкладки, отметив лишь использованную в расчетах асимптотическую формулу для ряда

$$\sum_{l=1}^{\infty}\frac{\operatorname{th}^2(\gamma l)}{l^3}=\gamma^2[-\ln\gamma+C+C_2+O(\gamma)], \qquad \gamma\ll 1$$

$$C_2=-\int_0^{\infty}\ln x\left(\frac{\operatorname{th}^2 x}{x^2}\right)' dx\approx 0{,}1357,$$

полученную с помощью преобразования Абеля [18], где штрих означает производную, а $C\approx 0{,}5722$ — постоянная Эйлера. В результате при ph, kh, h/a, $h/(b-2a)\ll 1$ имеем выражение

$$I(0)=-\frac{\mu}{Q}\left(\frac{kh}{\pi}\right)^2\left[-\ln\frac{\pi h}{b\sin(\pi\alpha)}+C+C_2+C_3\right], \qquad (20)$$

в котором, как и выше, после вычисления асимптотики положено $p=k$, а константа C_3 имеет вид [15]

$$C_3=2\left(\frac{2}{\pi}\right)^4\int\limits_0^\infty\left\{\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{(2m-1)[(2m-1)^2+x]}\right\}^2 dx\approx 0{,}4420.$$

Подставив теперь в уравнение (11) выражение для импеданса $\zeta(p)$ из (3), асимптотическое значение ряда (15), найденное с помощью (16) и (20), и выражение (14) для $\zeta(p, p)$, в котором очевидно, нужно также положить $p=k$, получаем в конечном виде дисперсионное уравнение для гофры малой высоты

$$\sqrt{p^2-k^2}=\frac{2(kh)^2}{\pi b}\left[-\ln\frac{\pi h}{b\sin(\pi\alpha)}+\tilde{C}+\Phi(\alpha,f)\right], \qquad (21)$$

где константа $\tilde{C}=C+C_1+C_2+C_3\simeq 2{,}86$. Уравнение является асимптотически точным и им можно пользоваться при малости высоты h по сравнению со всеми характерными размерами, т. е. kh, h/a, $h/(b-2a)\ll 1$. Отметим, что два последних неравенства запрещают в (21) предельные переходы $\alpha\to 0$ (отсутствие выступов) и $\alpha\to 1$ (бесконечно малые промежутки между выступами), при которых появляется логарифмическая расходимость. Однако исследование этих случаев не представляет трудностей. Для этого сначала нужно в исходном уравнении (11) положить $a=0$ ($\alpha=0$) или $a=b/2$ ($\alpha=1$), а затем уже находить асимптотические выражения его членов при $h\to 0$. Тогда в первом случае сразу получаем очевидное уравнение $\sqrt{p^2-k^2}=0$, а во втором (после преобразований), аналогичных проведенным выше, более простое дисперсионное уравнение

$$\sqrt{p^2-k^2}=\frac{2(kh)^2}{\pi b}[C_1+2C_3],$$

не содержащее логарифмического члена ($C_1+2C_3\simeq 2{,}59$).

Возвращаясь к уравнению (21), можно заключить, что зависимость от высоты выступов обратной глубины проникновения СПВ в подложку $\sqrt{p^2-k^2}$ отличается от чисто квадратичной наличием логарифмического члена. Этот член становится доминирующим при уменьшении высоты h. Действительно, функция $\Phi(\alpha, f)$ из (17) (рис. 2) при частоте $f<0{,}4$ не превышает 1 при любых α, а для частопериодических структур ($f\ll 1$) всегда $\Phi(\alpha, f)\sim f^2\ll 1$ и ей можно пренебрегать. Логарифмический же член, например для $\alpha=1/2$, превосходит значение $\tilde{C}$ с уменьшением h, начиная с отношения $h/2a\approx 0{,}03$.

Фазовая скорость основной гармоники поверхностной волны $v=\omega/p$, как это следует из (21), имеет вид

$$v=c\left\{1-2\left(\frac{\omega h^2}{\pi bc}\right)^2\left[-\ln\frac{\pi h}{b\sin(\pi\alpha)}+\tilde{C}+\Phi(\alpha,f)\right]^2\right\}.$$

Иначе говоря, относительное замедление волны $(c-v)/c$ близко к зависимости, пропорциональной четвертой степени высоты выступов и квадрату частоты. Это замедление весьма мало. Например, для $\alpha=1/2$, $h/2a=0{,}1$ и

$f=1/4$ получаем $(c-v)/c\simeq 7{,}7\cdot 10^{-5}$. При этом глубина проникновения волны в подложку $(p^2-k^2)^{-1/2}\simeq 13\lambda$, где $\lambda=2\pi/k$ – длина волны. Для частот порядка 500 МГц и характерной для твердых тел скорости c порядка 3 км/с глубина проникновения составит тогда $\sim 0{,}1$ мм.

Поскольку глубина проникновения СПВ в подложку велика по сравнению, например, со случаем волн Рэлея, то следует ожидать слабой зависимости свойств волны от различных дефектов поверхности гофры, что весьма привлекательно для разработки высокочастотных и высокоточных устройств обработки сигналов на этих волнах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вайнштейн Л. А.* Теория дифракции и методы факторизации. М.: Сов. радио, 1966. 432 с.
2. *Каценеленбаум Б. З.* Высокочастотная электродинамика. М.: Наука, 1966. 240 с.
3. *Тараненко З. И., Трохименко Я. К.* Замедляющие системы. Киев: Техника, 1965. 308 с.
4. *Нефедов Е. И., Сивов А. Н.* Электродинамика периодических структур. Н.: Наука, 1977. 209 с.
5. *Auld B. A., Gagnepain J. J., Tan M.* Horizontal shear surface waves on corrugated surfaces // Electron. Letters. 1976. V. 12. № 24. P. 650–652.
6. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Медленные поверхностные акустические волны в твердых телах // Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3. № 5. С. 220–223.
7. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Распространение поверхностных акустических волн в периодических структурах // УФН. 1989. Т. 157. Вып. 1. С. 85–127.
8. *Анисимкин В. И., Магомедов М. А., Федосеев В. И.* Резонаторы на сдвиговых поверхностных волнах // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. № 1. С. 56–61.
9. *Wilcox J. Z., Yen K. H.* Horizontal stear acoustic waves on layered surface with sinucoidal corrugation // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. № 4. P. 2862–2870.
10. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П., Тен Ю. А.* К теории сдвиговых поверхностных волн на периодически неровной поверхности упругого тела // Радиотехн. и электроника. 1984. Т. 29. № 7. С. 1301–1305.
11. *Бреховских Л. М.* О распространении поверхностных рэлеевских волн вдоль неровной границы упругого тела // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 3. С. 282–289.
12. *Бирюков С. В.* Обобщенный импеданс в теории поверхностных волн в пьезоэлектриках // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 9. С. 1175–1184.
13. *Бирюков С. В.* Уравнение для поверхностного импеданса неоднородной упругой среды // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 3. С. 296–302.
14. *Бирюков С. В.* Метод импеданса в теории упругих поверхностных волн // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 5. С. 583–590.
15. *Бирюков С. В.* Квадратичные эффекты при рассеянии поверхностных акустических волн горизонтальной поляризации прямоугольным выступом // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 1. С. 13–18.
16. *Элаши Ш.* Волны в активных и пассивных периодических структурах. Обзор // ТИИЭР. 1976. Т. 64. № 12. С. 22–59.
17. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 832 с.
18. *Федорюк М. В.* Асимптотика: Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.

Радиотехнический институт
им. А. Л. Минца
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
19.03.90

S. V. Biryukov

WAVE SLOWDOWN BY A RECTANFULAR CORRUGATION OF A SMALL HEIGHT

Slowing-down properties of a rectangular form corrugation with a small height in comparison with all other sizes for shear waves in an acoustic case and TH waves in an electromagnetic one are investigated. A simple asymptotically accurate dispersion equation for these waves, which contains a term with a logarithm of the small parameter, is obtained.