АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 1

УДК 534.23
© 1991 г.

А. В. Генералов

АКУСТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ МУЛЬТИПОЛЬНОГО ИСТОЧНИКА N-ПОРЯДКА ВБЛИЗИ ТОНКОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЫ

Проведено теоретическое исследование дискретного спектра звукового поля монополя, диполя и квадруполя вблизи тонкой пластины. Показано существенное влияние акустических свойств нижней среды и порядка мультиполя на изучение источника.

Решению задачи о звуковом поле точечного источника, расположенного вблизи тонкой бесконечной пластины, посвящено большое количество работ [1—3]. Однако в этих работах предполагается, что источник и приемник звука ненаправленные. Выберем в качестве направленного источника точечный мультиполь N-порядка. Звуковое поле, создаваемое мультипольным источником N-порядка, может быть выражено через функцию Грина:

$$P^{(N)}_{i_1,i_2,\ldots,i_N}=\frac{\partial^N G}{\partial y_{i_1}\partial y_{i_2}\ldots\partial y_{i_N}}\qquad i_1,i_2,\ldots,i_N=1,2,3. \tag{1}$$

Производные в (1) берутся по координатам точки $И(y_1, y_2, y_3)$, в которой расположен излучатель (рис. 1). Функцию Грина для пространства, ограниченного тонкой бесконечной пластиной, запишем в виде:

$$G=\frac{e^{ik_1r_1}}{4\pi r_1}+\frac{ik_1}{8\pi}\int\limits_{\gamma}\sin\alpha H_0^{(1)}(k_1r\sin\alpha)\,e^{ik_1(x_2+y_2-2d)\cos\alpha}\Gamma(\alpha)\,d\alpha, \tag{2}$$

где $r=\sqrt{(x_1-y_1)^2+(x_3-y_3)^2}$, $r_1=\sqrt{r^2+(x_2-y_2-d)^2}$, γ — контур интегрирования (рис. 2), $H_0^{(1)}(k_1r\sin\alpha)$ — функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, $k_1=\omega/c_1$ — волновое число в верхней среде; $M(x_1, x_2, x_3)$ — координаты точки приема звука. Коэффициент отражения плоских волн $\Gamma(\alpha)=K(\alpha)/B(\alpha)$, а $K(\alpha)$ и $B(\alpha)$ имеют вид

$$K(\alpha)=(2z_--z_1+z_2)(2z_\sim-z_1+z_2)-(z_1+z_2)^2, \tag{3}$$

$$B(\alpha)=(2z_-+z_1+z_2)(2z_\sim+z_1+z_2)-(z_1-z_2)^2, \tag{4}$$

где $z_1=\rho_1c_1/\cos\alpha$, $z_2=\rho_2\omega/\sqrt{k_2^2-k_1^2\sin^2\alpha}$ — нормальные импедансы в верхней и нижней полубесконечных средах; z_-, $z_\sim$ — импедансы тонкой пластины, соответствующие продольным и изгибным волнам [3], ρ_0 — плотность пластины, c_- — скорость распространения продольных волн в пластине, ρ_1, ρ_2 — плотность верхней и нижней среды, $k_2=\omega/c_2$ — волновое число в нижней среде.

Предполагая, что граница нижней полубесконечной среды обладает локально реагирующими свойствами (т. е. $z_2\approx\rho_2c_2$), звуковое поле муль-

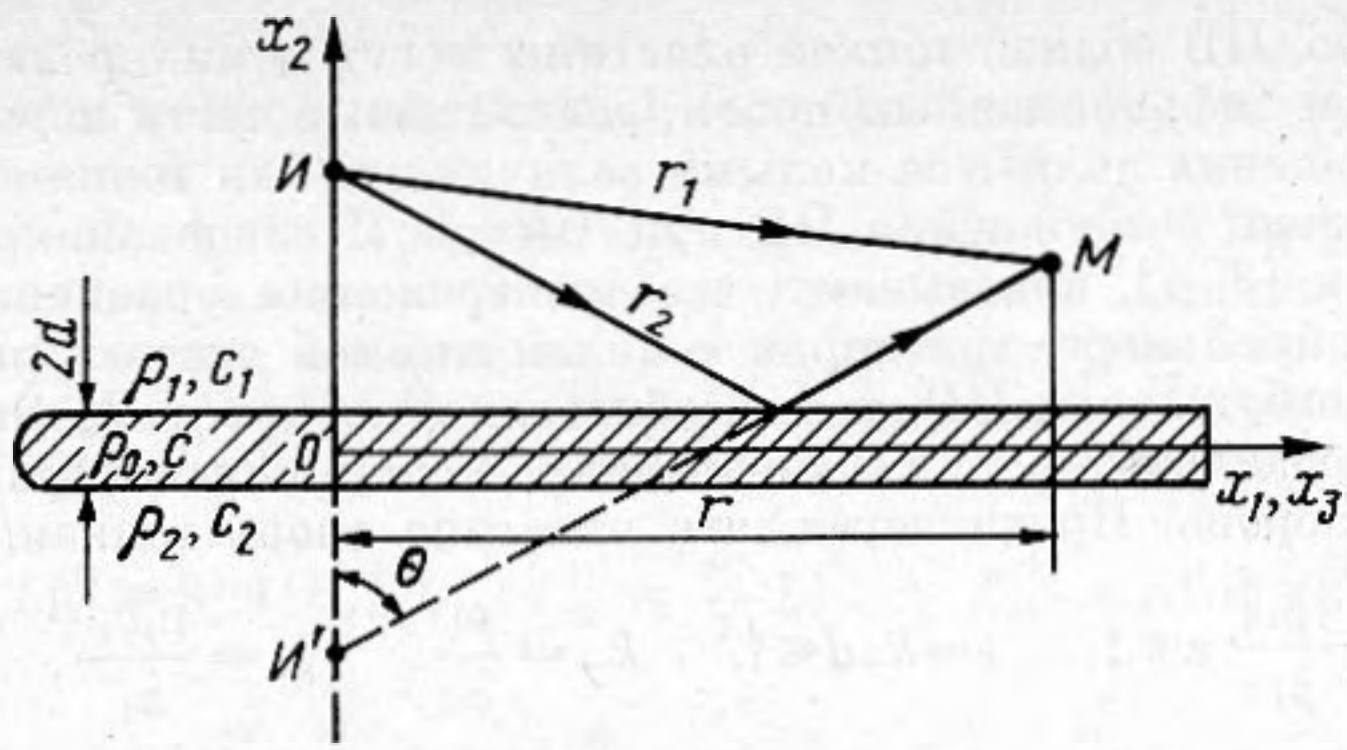

Рис. 1

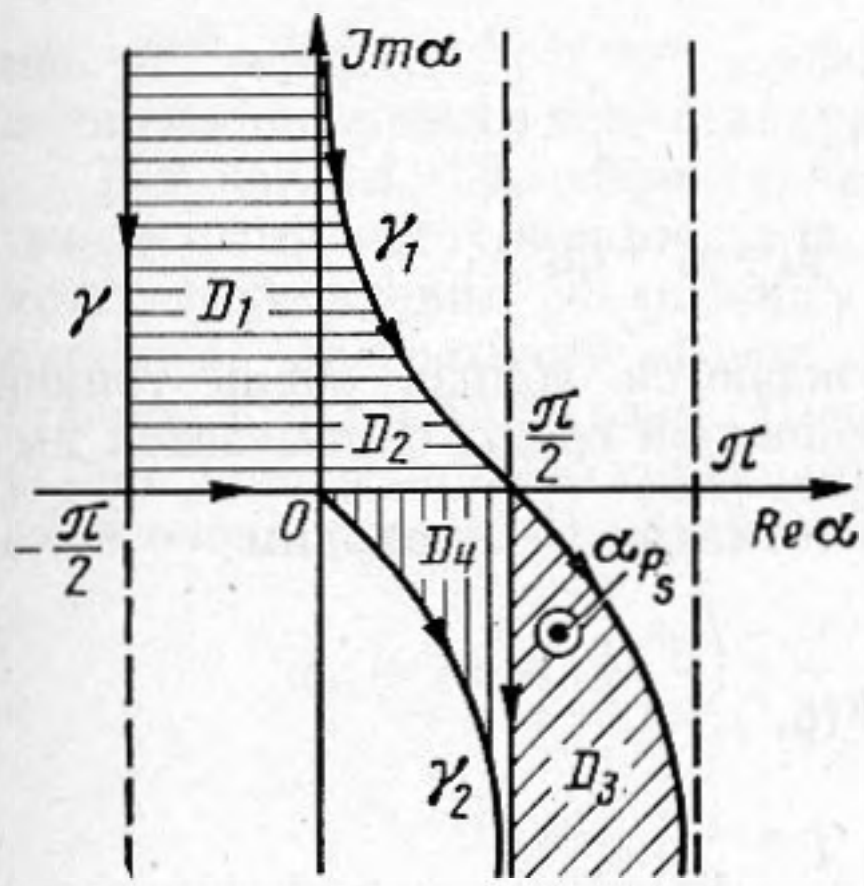

Рис. 2

Рис. 1. Схема распространения звуковых волн от точечного мультиполя вблизи тонкой бесконечной пластины: $И(0, y_2, 0)$ – месторасположения источника; $M(x_1, x_2, x_3)$ – месторасположения приемника

Рис. 2. Области возбуждения ПВ в плоскости α: γ – контур интегрирования; γ_2, γ_1 – контур наибыстрейшего спуска при $\theta=0, \frac{\pi}{2}$; α_{p_s} – полюс в плоскости α

типольного источника можно представить в виде [4]

$$P^{(N)}_{i_1, i_2, \ldots, i_N} = P^{(N)}_{Hi_1, i_2, \ldots, i_N} + \sum_{s=1}^{l} \varepsilon(\alpha_{p_s})\, \varphi^{(N)}_{p_s i_1, i_2, \ldots, i_N}, \tag{5}$$

$$\varphi^{(N)}_{p_s i_1, i_2, \ldots, i_N} = \frac{\partial^N \varphi^{(0)}_{p_s}}{\partial y_{i_1} \partial y_{i_2} \ldots \partial y_{i_N}}, \tag{6}$$

$$\varphi^{(0)}_{p_s} = -\frac{k_1}{4} \sin\alpha_{p_s} \frac{K(\alpha_{p_s})}{B'(\alpha_{p_s})} H_0^{(1)}(k_1 r \sin\alpha_{p_s})\, e^{ik_1(x_2+y_2-2d)\cos\alpha_{p_s}}, \tag{7}$$

где α_{p_s} – однократные корни дисперсионного уравнения $B(\alpha)=0$.

Функция $\varepsilon(\alpha_{p_s})$ определяется так:

$$\varepsilon(\alpha_{p_s}) = \begin{cases} U(\theta-\theta_{p_s}) & \text{если } \alpha_{p_s} \in D_1 \cup D_2 \cup D_3, \\ -U(\theta_{p_s}-\theta) & \text{если } \alpha_{p_s} \in D_4, \end{cases}$$

где $\alpha_{p_s}=u_{p_s}+iv_{p_s}$, $\theta_{p_s}=u_{p_s}-\arccos(\operatorname{sch} v_{p_s})$, $U(x)$ – функция Хевисайда, D_1, D_2, D_3, D_4 – области возбуждения ПВ (рис. 2).

Первый член в правой части (5) является непрерывным спектром звукового поля мультипольного источника и описывает геометрическое и дифракционное поле, а последний член определяет дискретный спектр, который состоит из поверхностных волн (ПВ) открытой системы. Из (6), (7) легко видеть, что ПВ мало затухают при $k_1 r_2 \operatorname{sh} v_{p_s} / \sin(u_{p_s}-\theta) / \leqslant 1$.

Следовательно, ПВ вблизи тонкой пластины могут доминировать над геометрическим и дифракционным полем, если мнимые части корней дисперсионного уравнения являются малыми величинами или точка наблюдения находится в зоне возбуждения ПВ при $\theta \approx u_{p_s}$. Исследования, проведенные в работах [3, 4], показывают, что дисперсионное уравнение $B(\alpha)=0$ имеет, по крайней мере, три корня с малой мнимой частью, расположенных в зоне возбуждения ПВ, т. е. в областях D_1, D_2, D_3, D_4. Это скользящие, квазипродольные и квазиизгибные корни. Рассмотрим вначале скользящий корень. Предполагая, что пластина очень тонкая,

$$\frac{|\beta_2|}{\beta_1}\varepsilon \ll 1, \quad \varepsilon = k_- d \ll 1, \quad k_- = \frac{\omega}{c_-}, \quad \beta_2 = \frac{\rho_1 c_1}{z_2},$$

$$\beta_1 = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_0 c_-},$$

для скользящего корня можем записать [4]

$$\alpha_{p_c} \approx \frac{\pi}{2} + \beta_2 + O(\beta_1^3), \quad \beta_2 = \beta_2' + i\beta_2''.$$

Следовательно, скользящие ПВ возбуждаются вблизи очень тонкой пластины, если граница нижней полубесконечной среды описывается импедансом упругого типа. При $\frac{|\beta_2|}{\beta_1}\varepsilon \gg 1$, согласно [4], находим

$$\alpha_{p_c} \approx \frac{\pi}{2} - i\delta + O(\beta_1^3),$$

$$\delta \approx \beta_1 \frac{\left(\frac{1}{3}\varepsilon^4 \frac{c_-^6}{c_1^6} + \varkappa^2\varepsilon^2 \frac{c_-^4}{c_1^4} + \frac{c_-^2}{c_1^2} - 1\right)}{\left(\frac{2}{3}\varepsilon^3 \frac{c_-^6}{c_1^6} - \frac{4}{3}\varepsilon^2 \frac{c_-^4}{c_1^4} - 2\varepsilon \frac{c_-^2}{c_1^2} - \varepsilon\right)}. \tag{8}$$

В этом случае скользящие ПВ возбуждаются независимо от знака мнимой части β_2. Запишем выражения для скользящих ПВ:

$$\varphi_c^{(0)} \approx -\frac{k_1}{2} A K_0, \quad \varphi_{cj}^{(1)} \approx \frac{k_1^2}{2} A \frac{\partial r}{\partial y_j} (1-A^2)^{1/2} K_1,$$

$$\varphi_{c2}^{(2)} \approx \frac{ik_1^2}{2} A^2 K_0,$$

$$\varphi_{cj2}^{(2)} \approx -\frac{ik_1^3}{2} A^3 (1-A^2)^{1/2} \frac{\partial r}{\partial y_j} K_1, \quad \varphi_{c13}^{(2)} \approx -\frac{k_1^2}{2} A (1-A^2)^{1/2} \left(\frac{\partial r}{\partial y_1}\right)\left(\frac{\partial r}{\partial y_3}\right) \times$$

$$\times \left[k_1 (1-A^2)^{1/2} K_2 + \frac{1}{r} K_1\right], \tag{9}$$

$$\varphi_{c22}^{(2)} \approx \frac{k_1^3}{2} A^3 K_0, \quad \varphi_{cjj}^{(2)} \approx -\frac{k_1^2}{2} A (1-A^2)^{1/2} \left(\frac{\partial r}{\partial y_j}\right)^2 \times$$

$$\times \left\{k_1 (1-A^2)^{1/2} K_2 - \frac{1}{r}\left[1 - \left(\frac{\partial r}{\partial y_j}\right)^{-2}\right] K_1\right\},$$

где $K_n = H_n^{(1)}(k_1 r\sqrt{1-A^2})\, e^{-ik_1 A(x_2+y_2-2d)}$

В случае очень тонкой пластины $A=\beta_2$ в формуле (9), а при $\frac{|\beta_2|}{\beta_1}\varepsilon\gg 1$ следует $A=-i\delta$, где δ определяется выражением (8). Нетрудно видеть, что скользящие волны мультипольных источников инициируются неоднородными волнами, которые падают на границу упругого слоя скользящим образом и принадлежат к типу замедленных ПВ. Используя (9), определим эффективность возбуждения скользящих волн:

$$L_{c2}^{(1)}\approx 3|A|^2L_c^{(0)},\quad L_{cj}^{(1)}\approx\frac{3}{2}L_c^{(0)},\quad L_{c22}^{(2)}\approx 5|A|^4L_c^{(0)},$$

$$L_{cj2}^{(2)}\approx\frac{15}{2}|A|^2L_c^{(0)},\quad L_{c13}^{(2)}\approx L_{cjj}^{(2)}\approx\frac{15}{8}L_c^{(0)},$$

где $L_c^{(0)}\approx 2\pi|A|e^{-2k_1|A|(y_2-2d)}$ — эффективность возбуждения скользящих волн монопольными источниками.

Так как $|A|<1$, эффективность возбуждения скользящих волн мультипольными источниками мала. Однако следует отметить, что эффективность возбуждения скользящих волн горизонтальными диполями и квадруполями превосходит эффективность возбуждения монополями соответственно в 3/2 и 15/8 раза. Перейдем к рассмотрению квазипродольного корня дисперсионного уравнения. Предположим вначале, что упругий слой очень тонкий и для квазипродольного корня может записать [4]

$$\alpha_{p_-}\approx\arcsin\left(\frac{c_1}{c_-}\right)+\frac{c_1}{c}\left(\frac{1}{2}-\frac{\beta_2''}{\beta}-\varepsilon+\frac{1}{2}\beta_2'\right)(\varepsilon\sigma_1)^2+$$

$$+i\left(\frac{\beta_2'}{\beta}\varepsilon+\frac{1}{2}\beta_2''\right)\frac{c_1}{c}(\varepsilon\sigma_1)^2+O(\beta_1\varepsilon^3),\qquad(10)$$

где σ_1 — коэффициент Пуассона пластины.

Следовательно, квазипродольный корень может располагаться в областях D_2 и D_4 в зависимости от акустических свойств нижней среды. Так, например, при $\beta_2''>0$ корень дисперсионного уравнения (10) располагается в области D_2 и квазипродольные ПВ принадлежат к типу вытекающих ПВ, которые экспоненциально затухают с увеличением расстояния от источника и возрастают при удалении от тонкой пластины (вплоть до максимального значения, отвечающему углу $\theta_-=u_{p_-}-\arccos(\operatorname{sch} v_{p_-})$. В дальнейшем амплитуда квазипродольной волны быстро спадает до нуля. В случае, когда граница нижней среды определяется импедансом упругого типа, может выполняться неравенство $\left(\frac{\beta_2'}{\beta}\varepsilon+\frac{1}{2}\beta_2''\right)<0$, и квазипродольный корень располагается в области D_4. Поэтому $\varepsilon(\alpha_{p_-})=-1$ в (5), и вблизи тонкой пластины возбуждаются квазипродольные волны, которые принадлежат к классу пространственных волн. При выполнении неравенства $\frac{|\beta_2|}{\beta_1}\varepsilon\gg 1$ формула (10) принимает вид

$$\alpha_{p_-}\approx\arcsin\left(\frac{c_1}{c_-}\right)+\frac{1}{4}\frac{c_1}{c}\frac{\beta_1}{\varepsilon}\frac{\beta_2''}{|\beta|^2}(\varepsilon\sigma_1)^2+$$

$$+\frac{i}{4}\frac{c_1}{c_-}\left[\frac{\beta_1}{\varepsilon}+\frac{\beta_1}{\varepsilon}\frac{\beta_2'}{|\beta_2|^2}\right](\varepsilon\sigma_1)^2+O(\beta_1^2\varepsilon^2).$$

Отсюда следует, что квазипродольный корень расположен в области D_2 независимо от акустических свойств нижней среды.

Запишем выражения для квазипродольных волн:

$$\varphi_{-}^{(0)} \approx -\frac{k_1}{4}\left(\frac{c_1}{c_-}\right) AK_0, \quad \varphi_{-j}^{(1)} \approx \frac{k_1^2}{4}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^2 \frac{\partial r}{\partial y_j} AK_1,$$

$$\varphi_{-2}^{(2)} \approx -\frac{ik_1^2}{4}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)\sqrt{1-\frac{c_1^2}{c_-^2}}\, AK_0,$$

$$\varphi_{-22}^{(2)} \approx \frac{k_1^3}{4}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)\left(1-\frac{c_1^2}{c_-^2}\right) AK_0, \quad \varphi_{-jj}^{(2)} \approx -\frac{k_1^3}{4}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^3 \left(\frac{\partial r}{\partial y_j}\right)^2 \times$$

$$\times A\left\{K_2 - \frac{1}{rK_-}\left[1-\left(\frac{\partial r}{\partial y_j}\right)^{-2}\right] K_1\right\}, \tag{11}$$

$$\varphi_{-j2}^{(2)} \approx \frac{ik_1^3}{4}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^2\sqrt{1-\frac{c_1^2}{c_-^2}}\, AK_1, \quad \varphi_{-13}^{(2)} \approx -\frac{k_1^3}{4}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^2 \times$$

$$\times\left(\frac{\partial r}{\partial y_3}\right) A\left[\left(\frac{c_1}{c_-}\right)K_2 + \frac{1}{rk_1}K_1\right],$$

где $K_n = \varepsilon(\alpha_{p-}) H_n^{(1)}(k_1 r \sin\alpha_{p-}) \exp[ik_1(x_2+y_2-2d)\cdot\cos\alpha_{p-}]$.

В случае очень тонкой пластины $A = \frac{c_1}{c_-}\frac{\beta_2}{(1+\beta_2)}(\varepsilon\sigma_1)^2$, а при $\frac{|\beta_2|}{\beta_1}\varepsilon \gg 1$ следует $A = \frac{1}{2} i \frac{\beta_1}{\varepsilon}\frac{c_1}{c_-}(\varepsilon\sigma_1)^2$. Вводя в формулу (11) нормирующие множители $(ik_1)^{-1}$, $(-k_1^2)^{-1}$, находим, что при $c_1/c_- \ll 1$ амплитуды квазипродольных волн монополей, вертикальных диполей и вертикальных продольных квадруполей совпадают между собой и значительно превосходят амплитуды квазипродольных волн горизонтальных диполей и квадруполей. Рассмотрим квазиизгибный корень дисперсионного уравнения. Предположим, что выполняется неравенство $\frac{|\beta_2|}{\beta_1}\varepsilon \gg 1$ и для квазиизгибного корня можем записать [4]

$$\alpha_{p-} \approx \arcsin\left\{\frac{c_1}{c_-}\frac{3^{1/4}}{\varepsilon^{1/2}}\left[1-\frac{1+3\varkappa^2}{4\sqrt{3}}\right]\right\} + \frac{\beta_1\beta_2''\left(1-\frac{c_1^2}{c_-^2}\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}\right)^{-2} c_1}{4\cdot 3^{1/4}\varkappa^2|\beta_2|^2 c_-} -$$

$$-i\frac{\beta_1\left(1-\frac{c_1^2}{c_-^2}\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}\right)^{-1} c_1}{8(2-\sqrt{3})\varepsilon^{3/2} c_-}\left[1-\frac{2(2-\sqrt{3})\beta_2'\varepsilon}{3^{1/4}|\beta_2|^2\varkappa^2}\sqrt{1-\frac{c_1^2}{c_-^2}\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}}\right] + \tag{12}$$

$$+O\left[\left(\frac{\beta_1}{\varepsilon}\right)^2\right],$$

где $\varkappa^2 = {}^2/_3(1+\sigma_1)/Q^2$, причем Q^2 является положительным корнем уравнения $4\sqrt{(1-Q^2)[1-{}^1/_2 Q^2(1-\sigma_1)]} = (2-Q^2)^2$, по модулю меньшим единицы.

Для квазиизгибной волны после подстановки (12) в (5)–(7) находим

$$\varphi_{\sim}^{(0)} \approx -\frac{k_1}{4}\frac{c_1}{c_-}\frac{3^{1/4}}{\varepsilon^{1/2}} AK_0, \quad \varphi_{\sim j}^{(1)} \approx \frac{k_1^2}{4}\frac{\partial r}{\partial y_j}\frac{c_1^2}{c_-^2}\frac{3^{1/2}}{\varepsilon} AK_1,$$

$$\varphi_{\sim 2}^{(1)} \approx -\frac{ik_1^2}{4}\frac{c_1}{c_-}\frac{3^{1/4}}{\varepsilon^{1/2}}\sqrt{1-\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}\frac{c_1^2}{c_-^2}}\, AK_0,$$

$$\varphi_{\sim j2}^{(2)} \approx \frac{ik_1^3}{4}\frac{\partial r}{\partial y_j}\frac{c_1^2}{c_-^2}\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}\sqrt{1-\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}\frac{c_1^2}{c_-^2}}\,AK_1,$$

$$\varphi_{\sim 22}^{(2)} \approx \frac{k_1^3}{4}\frac{c_1}{c_-}\frac{3^{1/4}}{\varepsilon^{1/2}}\left(1-\frac{c_1^2}{c_-^2}\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}\right)AK_0,$$

$$\varphi_{\sim 13}^{(2)} \approx -\frac{k_1^2}{4}\frac{\partial r}{\partial y_1}\frac{\partial r}{\partial y_3}\frac{c_1^2}{c_-^2}\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}A\left[k_1\frac{c_1}{c_-}\frac{3^{1/4}}{\varepsilon^{1/2}}K_2+\frac{1}{r}K_1\right], \tag{13}$$

$$\varphi_{\sim jj}^{(2)} \approx -\frac{k_1^3}{4}\left(\frac{\partial r}{\partial y_j}\right)^2\frac{c_1^3}{c_-^3}\frac{3^{3/4}}{\varepsilon^{3/2}}A\left\{K_2-\frac{1}{rk_-}\frac{\varepsilon^{1/2}}{3^{1/4}}\left[1-\left(\frac{\partial r}{\partial y_j}\right)^{-2}\right]K_1\right\},$$

где $K_n=\varepsilon(\alpha_{p\sim})H_n^{(1)}\ (k_1 r\sin\alpha_{p\sim})\exp[ik_1(x_2+y_2-2d)\cos\alpha_{p\sim}]$,

$$A=-i\beta_1\frac{c_1}{c_-}\left[4(2-\sqrt{3})\left(1-\frac{c_1^2}{c_-^2}\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}\right)\varepsilon^{3/2}-2\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^2\frac{\sqrt{3}}{\varepsilon^{1/2}}\left(\varepsilon-\frac{\sqrt{3}}{4}\frac{\beta_1}{i\beta_2}\right)-\right.$$

$$\left.-\sqrt{3}\,\beta_1\varepsilon^{1/2}\sqrt{1-\frac{c_1^2}{c_-^2}\frac{3^{1/2}}{\varepsilon}}\right]^{-1}.$$

Из (12) легко видеть, что если граница нижней среды определяется активной частью адмитанса $\frac{\beta_2''}{|\beta_2|^2}\ll 1$, то квазиизгибный корень располагается в области D_4 и $\varepsilon(\alpha_{p\sim})=-1$ в формулах (13). В этом случае квазиизгибные волны принадлежат к классу пространственных волн, которые затухают при удалении от поверхности и экспоненциально возрастают с увеличением расстояния r, вплоть до максимального значения, отвечающего углу $\theta_\sim=u_{p\sim}-\arccos(\operatorname{sch} v_{p\sim})$. В дальнейшем амплитуда пространственной волны быстро спадает до нуля. При $\frac{\beta_2'\varepsilon}{|\beta_2|^2}\gg 1$, когда реактивная часть адмитанса мала, квазиизгибный корень располагается в области D_2 и квазиизгибные волны принадлежат к типу вытекающих ПВ. Предположим далее, что пластина очень тонкая, т. е. $\frac{|\beta_2|\varepsilon}{\beta_1}\ll 1$. Тогда для квазиизгибного корня можем записать [4]

$$\alpha_{p\sim}\approx\frac{5}{8}\pi-\frac{1}{4}\operatorname{arctg}\left(\frac{\beta_2''}{\beta_2'}\right)-i\ln\left\{2\frac{c_1}{c_-}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{1/2}\left(\frac{3}{2}\frac{\beta_1}{\varepsilon|\beta_2|}\right)^{1/4}+\right.$$

$$+\frac{i}{4}\left[\left(\frac{3}{2}\frac{i}{\varepsilon}\frac{\beta_1}{\beta_2}\right)^{1/2}-\frac{4i\beta_2}{\beta_1}+(1+3\varkappa^2)\left(\frac{2}{3}\frac{\varepsilon\beta_2}{i\beta_1}\right)^{1/2}-\right.$$

$$-\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{4}\varkappa^2\right)\frac{i\beta_1}{\beta_2}+\frac{3}{4}\varkappa^2\left(\frac{\beta_1}{i\beta_2}\right)^2\left(\frac{2}{3}\frac{\varepsilon\beta_2}{\beta_1}\right)^{1/2}+\frac{c_-}{c_1}\left(\frac{2}{3}\frac{\varepsilon\beta_2}{i\beta_1}\right)^{1/2}+$$

$$\left.\left.+\frac{c_1}{c_-}\left(\frac{2}{3}\frac{i\beta_2\varepsilon}{\beta_1}\right)^{1/4}\left(\frac{\varepsilon}{i}\right)^{1/2}\beta_2\right]\varepsilon+O[\beta_2\varepsilon]. \tag{14}$$

Подставляя (14) в (5)—(7), получаем

$$\varphi_\sim^{(0)}\approx-\frac{ik_1}{8}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^2\beta_2K_0,\qquad \varphi_{\sim j}^{(1)}\approx\frac{i^{3/2}k_1^2}{8}\frac{\partial r}{\partial y_j}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^3\frac{\beta_2}{\varepsilon^{1/2}}A^{1/4}K_1,$$

$$\varphi_{\sim 2}^{(1)}\approx\frac{i^{3/2}k_1^2}{8}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^2\frac{\beta_2}{\varepsilon^{1/2}}A^{1/4}K_0,$$

$$\varphi^{(2)}_{\sim 13} \approx \frac{k_1^3}{8}\frac{\partial r}{\partial y_1}\frac{\partial r}{\partial y_3}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^4 \frac{\beta_2}{\varepsilon}\left\{K_2 + \frac{\varepsilon^{1/2}K_1}{A^{1/4} r k_-}\right\} A^{1/2}, \tag{15}$$

$$\varphi^{(2)}_{\sim j2} \approx \frac{k_1^3}{8}\frac{\partial r}{\partial y_j}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^4 \frac{\beta_2}{\varepsilon} A^{1/2} K_1, \qquad \varphi^{(2)}_{\sim 22} \approx \frac{k_1^3}{8}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^4 \frac{\beta_2}{\varepsilon} A^{1/2} K_0,$$

$$\varphi^{(2)}_{\sim jj} \approx \frac{k_1^3}{8}\left(\frac{\partial r}{\partial y_j}\right)^2\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^4 \frac{\beta_2}{\varepsilon}\left\{K_2 + \frac{\varepsilon^{1/2}}{A^{1/4} r k_-}\left[1 - \left(\frac{\partial r}{\partial y_j}\right)^{-2}\right] K_1\right\} A^{1/2},$$

где $A = \left(\frac{3}{2}\frac{1}{\varepsilon}\frac{i\beta_1}{\beta_2}\right)$, $K_n = \varepsilon(\alpha_{p\sim}) H_n^{(1)}(k_1 r \sin\alpha_{p\sim}) \exp[ik_1(x_2 + y_2 - 2d)\cos\alpha_{p\sim}]$.

Согласно формуле (14), квазиизгибный корень может располагаться в областях D_3, D_4 в зависимости от акустических свойств нижней среды. Так, например, для адмитанса массового типа, когда активная часть мала, $\beta_2' \approx 0$, $\alpha_{p\sim}$ располагается в области D_4 и квазиизгибная волна принадлежит к классу пространственных волн. В других ситуациях квазиизгибный корень располагается в области D_3 и квазиизгибные волны принадлежат к типу замедленных ПВ, которые убывают с удалением от тонкой пластины и с увеличением r. Вводя в (15) нормирующие множители $(ik_1)^{-1}$, $(-k_1^2)^{-1}$, находим, что амплитуды квазиизгибных волн квадруполей в направлении максимального излучения значительно превосходят амплитуды квазиизгибных волн диполей, а амплитуды квазиизгибных волн диполей больше амплитуды квазиизгибных волн монополей. Используя формулы (15), нетрудно получить соотношения для эффективности возбуждения квазиизгибных волн мультипольных источников. Так, например, для эффективности возбуждения квазиизгибных волн монопольных, дипольных и квадрупольных источников вблизи тонкой пластины, нагруженной на импедансную поверхность массового типа с малой активной частью $\frac{\beta_2'}{\beta_2''} \ll 1$, находим

$$L_2^{(1)} \approx 3\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^3 A^2 L^{(0)}, \qquad L_j^{(1)} \approx \frac{3}{2}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^3 A^2 L^{(0)},$$

$$L_{22}^{(2)} \approx 5\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^5 A^4 L^{(0)}, \tag{16}$$

$$L_{j2}^{(2)} \approx \frac{15}{2}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^5 A^4 L^{(0)}, \qquad L_{13}^{(2)} \approx L_{jj}^{(2)} \approx \frac{15}{8}\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^5 A^4 L^{(0)},$$

где $A = \varepsilon^{-1/2}\left(\frac{3}{2}\frac{\beta_1}{\rho R''}\right)^{1/4}$, $L^{(0)} \approx \frac{\pi}{8}\beta_2''^2\left(\frac{c_1}{c_-}\right)^3 A^{-1}\exp[-2k_-(y_2 - 2d)A]$ —

— эффективность возбуждения квазиизгибных волн монопольных источников. Отсюда следует, что эффективность возбуждения квазиизгибных волн возрастает при увеличении порядка мультиполя и приближении источника к тонкой пластине. Нетрудно видеть, что полный поток энергии в квазиизгибной волне монопольного источника значительно меньше мощности, излучаемой монополем в свободном пространстве. Так как в случае очень тонкой пластины $\frac{\beta_2''}{\beta_1}\varepsilon \ll 1$ из (16) следует, что полный поток энергии в квазиизгибной волне дипольного и квадрупольного источников значительно превосходят мощности, излучаемые теми же источниками в свободном пространстве. Следовательно, эффективность акустического излучения источника вблизи тонкой пластины, нагруженной на импедансную поверхность массового типа, значительно возрастает с увеличением порядка

мультиполя. Полученный результат легко объясняется переносом части реактивной энергии ближнего поля источника в дальнее поле квазиизгибными волнами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лямшев Л. М.* Отражение звука тонкими пластинами и оболочками в жидкости // М.: Наука, 1955.
2. *Красильников В. Н.* Влияние тонкого упругого слоя на распространение звука в жидком полупространстве // Акуст. журн. 1960. Т. 6. № 2.
3. *Куртепов В. М.* Звуковое поле точечного источника при наличии в среде тонкой бесконечной пластины (дискретный спектр) // Акуст. журн. 1969. Т. 15. № 4. С. 560–566.
4. *Генералов А. В.* Звуковое поле мультипольного источника *N*-порядка вблизи поверхности с искусственным покрытием // Тр. ЦИАМ. 1987. № 1226. С. 194–214.

Куйбышевское научно-производственное объединение «Труд»

Поступила в редакцию 19.03.90

A. V. Generalov

ACOUSTIC RADIATION OF A N-ORDER MULTIPOLE SOURCE NEAR A THIN INFINITE PLATE

Theoretical investigation of a sound field discrete spectrum for monopole, dipole and quadrupole near a thin plate is carried out. Significant effect of acoustic properties of a lower medium and a multipole order on the source radiation is shown.