АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 1

УДК 551.463.2
© 1991 г.

В. И. Голанд

О ВЛИЯНИИ МОДЕЛИ СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЫ НА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННУЮ СТРУКТУРУ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В АКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Численным моделированием и аналитически, методами теории возмущений решается задача Штурма – Лиувилля для подводного звукового канала со случайным профилем скорости звука. Показано, что учет конечного радиуса корреляции показателя преломления является принципиально важным для нормальных мод с высокими номерами. В частности, с ростом радиуса корреляции или номеров мод коэффициент корреляции между модами стремится к единице. Кроме того, отличие регулярного профиля скорости звука от константы, приводящее к появлению у низших мод точек поворота, обусловливает существование группы мод, периоды интерференции которых оказываются в среднем меньше невозмущенных. Это различие на частоте 100 Гц может достигать величины порядка 1 км и с ростом частоты возрастает. Номера мод, принадлежащих к указанной группе, определяются зависимостью от глубины интенсивности флуктуаций скорости звука.

Флуктуации амплитудно-фазовых характеристик звукового поля в океане с тонкой структурой описываются решением стохастической спектральной задачей

$$d^2\varphi/dz^2+\{\omega^2/c^2(z)\,[1+\varepsilon(z,\rho)]-\varkappa^2\}\varphi=0,$$
$$\varphi'(-H)=\varphi(0)=0, \tag{1}$$

где ω – циклическая частота, $\varkappa$ – волновое число, $c(z)$ – регулярный профиль скорости звука, а $\varepsilon(z,\rho)$ – флуктуационная компонента квадрата показателя преломления. Если $\varepsilon(z,\rho)$ обладает по продольной координате ρ свойством эргодичности, то в рамках адиабатического приближения можно получить следующее выражение для средней интенсивности поля:

$$\langle I(z,\rho)\rangle=\sum_{n,m} C_{0n}C_{0m}\varphi_{0n}(z)\varphi_{0m}(z)(\varkappa_{0n}\varkappa_{0m})^{-1/2}\cdot$$
$$\cdot\exp\left[i\rho\langle\beta_{nm}\rangle-\frac{1}{2}l_{nm}\rho\sigma^2_{\beta_{nm}}\right]\rho^{-1}, \tag{2}$$

где C_{0n}, $\varphi_{0n}(z)$ и $\varkappa_{0n}$ – амплитуды, собственные функции и волновые числа мод при $\varepsilon(z,\rho)=0$; $\beta_{nm}=\varkappa_n-\varkappa_m$, l_{nm} – радиусы корреляции функций $\beta_{nm}(\rho)$, определенные по формуле

$$\int_0^\rho d\rho\langle\beta_{nm}'(0)\beta_{nm}'(\rho)\rangle=\frac{1}{2}\sigma^2_{\beta_{nm}}l_{nm},$$

$$\beta_{nm}'=\beta_{nm}-\langle\beta_{nm}\rangle,\quad \sigma^2_{\beta_{nm}}=\langle\beta_{nm}'^2\rangle,\quad \rho\gg l_m.$$

Так как ρ входит в (1) лишь как параметр, то значения l_{nm} имеют тот же порядок, что и продольный радиус корреляции функции $\varepsilon(z, \rho)$. Кроме того, при фиксированном ρ случайное поле $\varepsilon(z, \rho)$ превращается в случайный процесс $\varepsilon(z)$, статистические характеристики которого полностью определяют величины $\langle\beta_{nm}\rangle$ и $\sigma^2_{\beta nm}$.

В формуле (2) в качестве предэкспоненциальных множителей взяты их невозмущенные значения, поскольку в адиабатическом приближении амплитуды мод локально зависят от неоднородностей среды и, следовательно, не подвержены их накапливающему влиянию.

В работе [1] было показано, что решение задачи (1) в первом порядке теории возмущений дает возможность на основе формулы, аналогичной (2), получить согласующиеся с экспериментальными данными оценки для декремента затухания когерентной составляющей интенсивности звукового поля. Более полный анализ (1) позволяет выявить и такой эффект, как отличие средних собственных чисел (1), а с ними и периодов интерференции мод от их невозмущенных значений [2, 3].

Для оценки влияния флуктуаций среды на интерференционную структуру поля очень важно выбрать адекватную модель среды, т. е. функции $c(z)$ и $\varepsilon(z)$. В работах [2—4] анализировалась простейшая модель $c=\text{const}$, а в качестве $\varepsilon(z)$ рассматривался гауссовый дельта-коррелированный процесс. Цель настоящей работы — выявить роль таких факторов, как регулярные неоднородности скорости звука, отличие от нуля радиуса корреляции случайных неоднородностей среды, изменение интенсивности флуктуаций скорости звука с глубиной.

Рассмотрим сначала модель, в которой $c(z)=\text{const}$ и $\varepsilon(z)$ — гауссовый случайный процесс с конечным радиусом корреляции:

$$\langle\varepsilon(z)\rangle=0,\ \langle\varepsilon(z)\varepsilon(z')\rangle=\sigma_\varepsilon^2\exp(-|z-z'|/l), \tag{3}$$

поскольку она допускает простой асимптотический анализ. В первом порядке теории возмущений

$$\varkappa_n^2-\varkappa_{0n}^2=\int\limits_{-H}^{0}\varphi_{0n}^2(\eta)V(\eta)d\eta,\qquad V(z)=\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(z), \tag{4}$$

где $\varphi_{0n}(z)=(2/H)^{1/2}\sin(\sqrt{\lambda_{0n}}z)$, $\lambda_{0n}=(n+1/2)^2\pi^2/H^2$,

$$\varkappa_{0n}^2=\frac{\omega^2}{c^2}-\lambda_{0n},$$

следовательно,

$$\langle(\varkappa_n^2-\varkappa_{0n}^2)^2\rangle\approx\frac{\sigma_V^2 l}{H(1+4\lambda_{0n}l^2)}\left(3+8\lambda_{0n}l^2-\frac{2l}{H}[4\lambda_{0n}l^2+3+(1+4\lambda_{0n}l^2)^{-1}]\right),$$

$$\sigma_V^2=\frac{\omega^4}{c^4}\sigma_\varepsilon^2. \tag{5}$$

Отличие $\langle\varkappa_n^2\rangle$ от $\varkappa_{0n}^2$ проявляется во втором порядке малости теории возмущений

$$\langle\varkappa_n^2\rangle-\varkappa_{0n}^2=-\sum_{\substack{m=0\\ m\neq n}}^{\infty}\frac{\langle J_{nm}^2\rangle}{\lambda_{0n}-\lambda_{0m}},\qquad J_{nm}=\int\limits_{-H}^{0}V(\eta)\varphi_{0n}(\eta)\varphi_{0m}(\eta)d\eta. \tag{6}$$

С точностью до членов порядка $0(l^2/H^2)$

$$\langle J_{nm}^2\rangle=\frac{\sigma_V^2 l}{H}\left[\frac{1}{1+\frac{l^2\pi^2}{H^2}(n+m+1)^2}+\frac{1}{1+\frac{l^2\pi^2}{H^2}(n-m)^2}\right].$$

Суммируя (6), найдем, что

$$\langle \varkappa_n^2 \rangle - \varkappa_{0n}^2 \approx - \frac{\sigma_V^2 l H}{\pi^2 (2n+1)} \left\{ - \frac{1}{2n+1} \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{l^2 \pi^2}{H^2} (2n+1)^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\frac{l\pi}{H}(2n+1)}{1 + \frac{l^2\pi^2}{H^2}(2n+1)^2} \left(\pi - \frac{2l\pi/H}{1 + \frac{l^2\pi^2}{H^2}(2n+1)} \right) \right\}. \qquad (7)$$

При выводе (5) и (7) мы пренебрегли членами, пропорциональными $\exp(-H/l)$. При стремлении к нулю величины $\gamma_n = 2\sqrt{\lambda_{0n}}\, l$ правые части этих формул переходят в соответствующие выражения, полученные в [3] для модели «белого шума», применимой, как и следовало ожидать, для мод, периоды осцилляций которых много больше радиуса корреляции $\varepsilon(z)$. В противном случае, т. е. для достаточно высоких мод, второе слагаемое в фигурных скобках (7) становится преобладающим, качественно меняя зависимость разности $\langle \varkappa_n^2 \rangle - \varkappa_{0n}^2$ от номера моды и радиуса корреляции по сравнению со случаем модели «белого шума».

Изменение краевых условий в (1) качественно ситуацию не меняет. Например, в случае симметричных условий $\varphi(-H) = \varphi(0) = 0$ вместо (7) получим

$$\langle \varkappa_n^2 \rangle - \varkappa_{0n}^2 \approx - \frac{\sigma_V^2 l H}{2n\pi^2} \left\{ - \frac{1}{2n} \left[\frac{4}{1 + \frac{l^2\pi^2 n^2}{H^2}} + 1 + \frac{1}{1 + \frac{4l^2\pi^2 n^2}{H^2}} \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{2nl\pi/H}{1 + 4n^2 l^2 \pi^2 / H^2} \left(\pi - \frac{2l\pi/H}{1 + 4n^2 l^2 \pi^2 / H^2} \right) \right\}. \qquad (8)$$

Вторые слагаемые в фигурных скобках (7) и (8) совпадают с точностью до замены $2n+1 \to 2n$.

Статистика поля и его интенсивности в значительной степени определяется корреляцией между собственными числами различных мод. С учетом (4) $C_{nm} = \langle (\varkappa_n - \varkappa_{0n})(\varkappa_m - \varkappa_{0m}) \rangle / \sigma_{\varkappa_n} \sigma_{\varkappa_m} = [(1 + 0{,}5/(1 + 4\lambda_{0n} l^2)) \times (1 + 0{,}5/1 + 4\lambda_{0m} l^2))]^{-1/2}$. С ростом n и m коэффициенты корреляции C_{nm} стремятся к единице. Это приводит к тому, что флуктуации разности фаз этих мод оказываются много меньше, чем флуктуации фаз самих мод. При $m = n \pm 1$

$$C_{nm} \approx \frac{2 + 2\gamma_n^2}{3 + 2\gamma_n^2} = 1 - \frac{1}{2} \gamma_n^{-2} + 0(\gamma_n^{-4}),$$

$$\sigma_{\beta_{nm}} \approx \sigma_{\varkappa_n} [2(1 - C_{nm})]^{1/2} \approx \sigma_{\varkappa_n} \left(\frac{2}{3 + 2\gamma_n^2} \right)^{1/2} = \frac{\sigma_{\varkappa_n}}{\gamma_n} (1 + 0(\gamma_n^{-2})) \sim n^{-1}. \qquad (9)$$

Символ σ_a здесь и в дальнейшем обозначает среднеквадратичное отклонение величины «a». С учетом того, что $\sigma_{\varkappa_n}^2 \approx \frac{1}{4\varkappa_{0n}^2} \langle (\varkappa_n^2 - \varkappa_{0n}^2)^2 \rangle$, из (5) и (9) легко получить оценку для декремента затухания когерентных слагаемых в формуле (2):

$$\frac{1}{2} l_{nm} \sigma_{\beta_{nm}}^2 \approx \rho_{\text{кор}} l \sigma_V^2 / 4\varkappa_{0n}^2 H (1 + \gamma_n^2) \approx \frac{\omega^2 \sigma_\varepsilon^2 \rho_{\text{кор}} l}{4H(1 + \gamma_n^2) c^2}, \qquad (10)$$

где $\rho_{\text{кор}}$ — горизонтальный масштаб неоднородности (радиус корреляции). При $\gamma_n = 1$ формула (10) отличается от аналогичной оценки, полученной в работе [1], множителем 1/8.

Изложенный в [2] метод численного моделирования задачи (1) эффективен для низших мод, когда интервал $[-H;\ 0]$ разбивается на небольшое (порядка десяти) число слоев. С ростом числа разбиений N, необходимого при анализе более высоких мод, объем вычислений по этому методу растет пропорционально N^2, поэтому данный метод теряет эффективность и требует модификации.

Как и в [2], оператор задачи (1) будем считать зависящим от параметра (эволюции) и, рассчитав зависимость собственных чисел от этого параметра с помощью приведенного ниже уравнения эволюции, найдем все искомые статистические моменты, усредняя интересующие величины по этому параметру. В [2] параметром эволюции являлось положение слоя $[-H;\ 0]$ при его перемещении в полупространстве случайно-неоднородной среды: $[-H;\ 0]\to[-H+\Delta;\ \Delta]$. Теперь же в качестве такого параметра выберем положение сечения неоднородного по продольной координате ρ волновода. При этом двумерные неоднородности среды описываются функцией $\tilde{\varepsilon}(z,\rho)$, такой, что в узлах сетки ρ_i профили $\tilde{\varepsilon}(z,\rho)$ представляют собой независимые реализации функции $\varepsilon(z)$, моделируемые численно по методике, описанной в [5] (см. также [6]). В интервале $\rho_i<\rho<\rho_{i+1}$ используется линейная интерполяция: $\tilde{\varepsilon}(z,\rho)=\tilde{\varepsilon}(z,\rho_i)+$ $+(\tilde{\varepsilon}(z,\rho_{i+1})-\tilde{\varepsilon}(z,\rho_i))\dfrac{\rho-\rho_i}{\rho_{i+1}-\rho_i}$. Данная процедура усреднения является по существу усреднением по ансамблю реализаций $\varepsilon(z)$. Уравнение эволюции, описывающее зависимость $\mu_n=\varkappa_n^2=\mu_n(\rho)$, выводится, как и в [2], дифференцированием по параметру эволюции дисперсионного уравнения и имеет вид

$$\frac{d\mu_n}{d\rho}=\frac{\displaystyle\int\limits_{-H}^{0}\frac{\omega^2}{c^2(\eta)}\frac{\partial\tilde{\varepsilon}(\eta,\rho)}{\partial\rho}\varphi_n^2(\eta,\rho)\,d\eta}{\displaystyle\int\limits_{-H}^{0}\varphi_n^2(\eta,\rho)\,d\eta}. \tag{11}$$

Ненормированные собственные функции $\varphi_n(\eta,\rho)$ в (11) выражаются в квадратурах через решение уравнения Риккати [2].

Ниже представлена зависимость $M^1=\langle\varkappa_n^2\rangle-\varkappa_{0n}^2$ и $M^2=\langle(\varkappa_n^2-\langle\varkappa_n^2\rangle)^2\rangle$ от σ_ε^2 при $H=1$ км, $l=100$ м, $n=9$, $\gamma=100$ Гц, полученная численным моделированием и рассчитанная по формулам (5), (7).

σ_ε^2	D_9	M^1	$M_{\text{тв}}^1$	M^2	$M_{\text{тв}}^2$
10^{-7}	$9{,}47\cdot10^{-2}$	$6{,}76\cdot10^{-7}$	$-7{,}52\cdot10^{-7}$	$5{,}38\cdot10^{-10}$	$5{,}59\cdot10^{-10}$
10^{-6}	$9{,}47\cdot10^{-1}$	$-6{,}63\cdot10^{-6}$	$-7{,}52\cdot10^{-6}$	$5{,}93\cdot10^{-9}$	$5{,}59\cdot10^{-9}$
$5\cdot10^{-6}$	$4{,}73$	$-3{,}54\cdot10^{-5}$	$-3{,}76\cdot10^{-5}$	$2{,}96\cdot10^{-8}$	$2{,}80\cdot10^{-8}$
10^{-5}	$9{,}47$	$-6{,}55\cdot10^{-5}$	$-7{,}52\cdot10^{-5}$	$5{,}78\cdot10^{-8}$	$5{,}59\cdot10^{-8}$

Индекс «тв» относится к величинам, вычисленным по теории возмущений. Коэффициент диффузии D_n при $n=9$, появляющийся в уравнении Фоккера — Планка для фазы собственной функции, нормирован на H. Это уравнение может быть получено для процесса (3) в диффузионном приближении [6]. Безразмерный коэффициент диффузии характеризует степень влияния флуктуаций среды на n-ю моду и равен

$$D_n=\frac{\sigma_V^2 lH(3/8+\lambda_{0n}l^2)}{\lambda_{0n}(1+4\lambda_{0n}l^2)}.$$

Величины M^1 и M^2 определены при $\sigma_\varepsilon^2=10^{-7}$ с точностью порядка 3%. С ростом σ_ε^2 время интегрирования уравнения (11) растет, в связи с чем длина реализации $\bar{\varepsilon}(z, \rho)$ сокращена, а с ней и точность вычислений. При $\sigma_\varepsilon^2=10^{-5}$ она упала приблизительно до 10%. При вычислении M^1 производилось усреднение разности между точным значением $\mu_9(\rho)$ и значением, найденным в первом порядке теории возмущений. Это значительно ускоряет сходимость частично осредненной величины к предельному значению.

Расхождение порядка 10% между M^1 и $M_{\text{тв}}^1$ связано с пренебрежением членами $0(l^2/H^2)$ при выводе (7).

Данные таблицы подтверждают сделанный в [3] вывод о том, что область применимости теории возмущений выходит далеко за пределы области малых флуктуаций среды ($D_n \ll 1$).

Известно, что в ряде экспериментов (см., например, [7]) было отмечено смещение границ зон конвергенции по сравнению с модельными расчетами. Данное смещение соответствует сокращению периодов интерференции мод. Поскольку тонкая структура скорости звука влияет на интерференционные периоды, и это влияние описывается формулами (7), (8) в рамках модели изоскоростного волновода $c(z)=\text{const}$, можно попытаться объяснить отмеченный в [7] эффект, используя формулы (7), (8). Такая попытка, однако, терпит неудачу. Из (7), (8) видно, что разность $|\langle \varkappa_n^2\rangle-\varkappa_{0n}^2|$, а с ней и $(1+l^2\pi^2(2n+1)^2/H^2)^{-1}$ убывает с ростом номера моды как $(1+l^2\pi^2(2n+1)^2/H^2)^{-1}$ при $\gamma_n>1$. Это приводит к незначительному уменьшению средних интервалов между волновыми числами мод, не соответствующему ни по знаку, ни по величине смещению границ зон конвергенции [7]. Таким образом, статистическая модель изоскоростного волновода является слишком стилизованной для объяснения эффектов, описанных в [7]. Ситуация меняется, если учесть отличие регулярной составляющей профиля скорости звука $c(z)$ от константы. Как показали численные эксперименты, флуктуации точек поворота мод меняют величину и знак $\langle \varkappa_n'\rangle$ по сравнению с (7) или (8). Поэтому в окрестности номера моды, имеющей единственную точку поворота вблизи поверхности или дна океана, зависимость $\langle \varkappa_n'\rangle$ от n носит немонотонный характер. Пример такой зависимости приведен на рис. 1. Этот график построен для случая канонического подводного звукового канала

$$c(z)=c_0[1+0{,}0074(e^x-x-1)], \quad c_0=1500 \text{ м/с},$$
$$x=\alpha(z-a), \quad \alpha=1{,}5(3)\cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}, \quad a=-1300 \text{ м}, \quad H=6000 \text{ м}, \tag{12}$$

и следующих параметров волны и тонкой структуры: $\gamma=100$ Гц, $l=50$ м, $\sigma_\varepsilon^2=10^{-7}$. Изменение знака $\langle \varkappa_n'\rangle$ здесь происходит в окрестности 172-й моды, имеющей точку поворота на дне океана.

Аналогичное поведение $\langle \varkappa_n'\rangle$, но в окрестности другой моды, может стать следствием изменения интенсивности флуктуаций скорости звука с глубиной. Рассмотрим, например, случайный процесс $\varepsilon_1(z)=\varepsilon(z)f(z)$, где

$$f(z)=\begin{cases} 0, & z>z_0=-100 \text{ м}, \\ \exp[(z-z_0)/p], & z<z_0, \quad p=400 \text{ м}, \end{cases} \tag{13}$$

а $\varepsilon(z)$ — случайная функция (3) с параметрами $l=50$ м, $\sigma_\varepsilon^2=3\cdot 10^{-6}$. Параметры процесса $\varepsilon_1(z)$ выбраны так, чтобы, во-первых, изменение $\langle \varepsilon_1^2(z)\rangle$ качественно соответствовало реальной океанической ситуации и, во-вторых, чтобы выполнялось условие

$$\langle \varepsilon^2\rangle=\frac{1}{H}\int_{-H}^{0}\langle \varepsilon_1^2(z)\rangle dz, \qquad \langle \varepsilon^2\rangle=10^{-7},$$

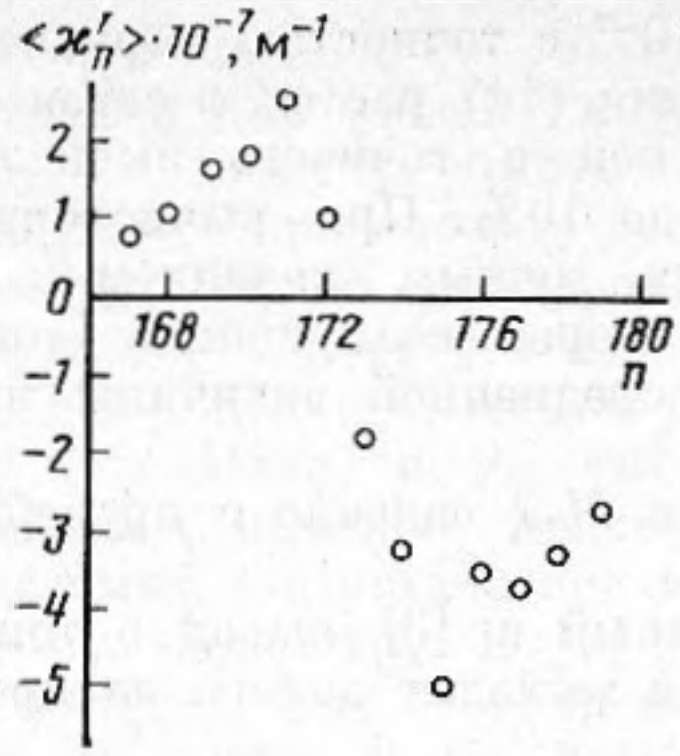

Рис. 1

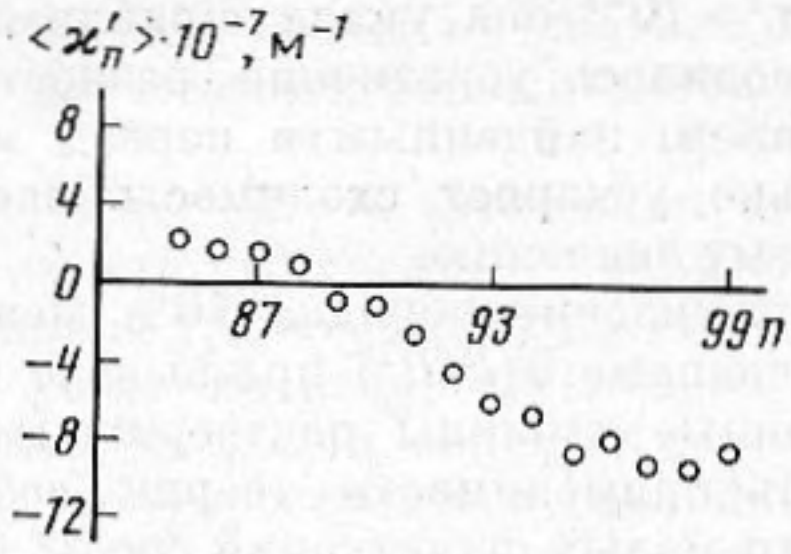

Рис. 2

обеспечивающее возможность увидеть влияние рассматриваемого фактора в сравнении с предыдущим случаем (рис. 1). На рис. 2 представлена зависимость $\langle \varkappa_n' \rangle$ от n в окрестности 90-й моды (частота звука здесь по-прежнему 100 Гц), верхняя точка поворота которой $z_n \approx -102$ м близка к z_0. Характер поведения последовательности $\langle \varkappa_n' \rangle$ здесь тот же, что и на рис. 1. Значения $\langle \varkappa_n' \rangle$, представленные на рис. 1, найдены с погрешностью порядка $0{,}25 \cdot 10^{-7}$ м$^{-1}$, а на рис. 2 — $0{,}8 \cdot 10^{-7}$ м$^{-1}$.

Отрицательный наклон последовательности $\langle \varkappa_n' \rangle$ на рис. 1, 2 в окрестности 172-й и 90-й мод соответственно означает уменьшение в среднем интерференционных периодов этих групп мод примерно на 60 м. В соответствии с теорией возмущений это смещение прямо пропорционально величине σ_ε^2, которая в реальных условиях может больше, чем на порядок, превышать использованные здесь значения. Если источник и и приемник находятся на одном горизонте, то группа мод, представленная на рис. 2, формирует передний фронт зоны конвергенции в окрестности глубины $z=-100$ м, который, следовательно, на этих глубинах будет в среднем смещен в сторону источника по сравнению со случаем $\varepsilon=0$. При $\sigma_\varepsilon^2=3 \cdot 10^{-5}$ это смещение достигает величины порядка 600 м.

Возникает однако вопрос, в каком соотношении находятся средние по ансамблю $\varepsilon(z)$ характеристики звукового поля с характеристиками, рассчитанными по отдельным реализациям $\varepsilon(z, \rho)$. Важным тут является свойство эргодичности функции $\varepsilon(z, \rho)$ по продольной координате ρ. Благодаря этому свойству интегрирование по ρ при вычислении в адиабатическом приближении фазы или разности фаз мод производит частичное осреднение фазы, что существенно приближает средние по ансамблю $\varepsilon(z)$ величины к их отдельным реализациям. Если сравнить дисперсии характеристик поля, определяемых фазовыми соотношениями, при $\rho_{\text{кор}} \Rightarrow \infty$ (слоистая модель) и $\rho_{\text{кор}} < \infty$, то во втором случае они оказываются в N раз меньше, где $N \sim \rho/\rho_{\text{кор}}$. На рис. 3 представлена зависимость периодов интерференции мод $P_n = 2\pi/(\varkappa_n - \varkappa_{n+1})$ от n, рассчитанная для случаев $\varepsilon=0$ (кривая *1*) и $\varepsilon(z, \rho) = \tilde{\varepsilon}(z, \rho)$ (кривые *2*, *3*), где $\tilde{\varepsilon}(z, \rho)$ — описанное выше случайное поле. При этом модулированные функцией $f(z)$ (13) реализации гауссового процесса (3) брались с дискретностью по ρ, равной 1 км, т. е. $\rho_{\text{кор}} \sim 1$ км, и интенсивностью $\sigma_\varepsilon^2 = 3 \cdot 10^{-5}$. Поперечный радиус корреляции l и частота звука здесь, как и ранее, 50 м и 100 Гц соответственно, а фоновые условия $(c(z))$ определяются формулой (12). Две реализации $\varepsilon(z, \rho) \neq 0$ дают близкие последовательности P_n (кривые *2*, *3*), отличающиеся от кривой *1* ($\varepsilon=0$) в окрестности 90-й моды, причем это отличие вполне согласуется с приведенными выше статистическими расчетами. Соответствующие разрезы интенсивности поля точечного источника в первой зоне конвергенции показаны на рис. 4.

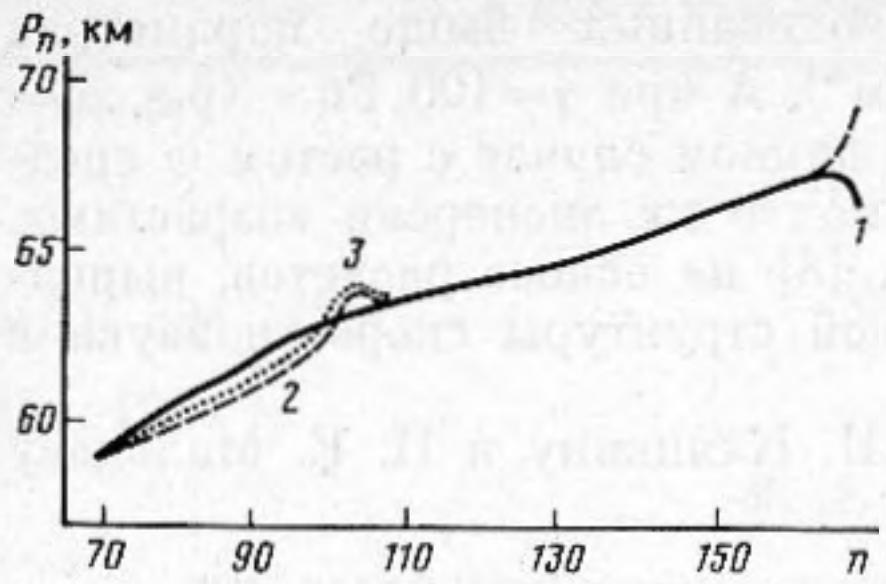

Рис. 3

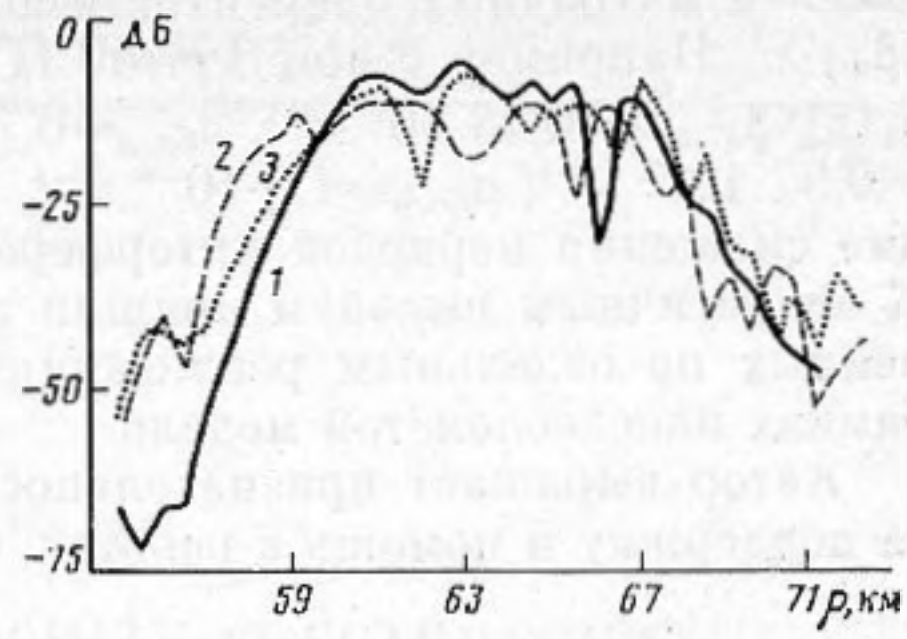

Рис. 4

Источник и приемник здесь находятся на глубине 120 м, а кривые *1—3* соответствуют кривым *1—3* предыдущего рисунка. На данном горизонте первый максимум модовой амплитуды как функции n приходится на 90-ю моду, что приводит к смещению влево передней границы зоны конвергенции в соответствии с рис. 3 и выводами, сделанными выше. При вычислении данных разрезов суммировались 100 мод (70—169), а результирующая интенсивность поля нормирована на интенсивность в однородном свободном пространстве.

При приближении корреспондирующих точек к поверхности океана смещение переднего фронта зоны конвергенции сменяется уменьшением наклона этого фронта, соответствующего увеличению наклона последовательности P_n при $90 \leqslant n \leqslant 100$.

В случае $\rho_{кор} \Rightarrow \infty$ усреднения фазы по трассе волновода не происходит и для разных реализаций $\varepsilon(z)$ передний фронт зоны конвергенции может смещаться как влево, так и вправо. Существенную роль при $\rho_{кор} \Rightarrow \infty$ к тому же играет совпадение собственных функций в сечениях волновода, где расположены корреспондирующие точки. Это приводит к смещению максимумов модовых амплитуд в сторону более высоких или низких мод. В рассматриваемом случае это смещение может происходить на 5—10 номеров мод, а в редких случаях и более.

Для группы мод, представленной на рис. 2 и соответствующей этому графику функции $\varepsilon_1(z)$, величина $\sigma_{\beta n,\, n+1}$ практически не зависит от n и с точностью до 10% равна 10^{-6} м$^{-1}$. Если принять $l_{nm}=1$ км, то в первой зоне конвергенции $^1/_2 l_{nm} \rho \sigma^2_{\beta_{nm}} \approx 3 \cdot 10^{-5}$. Следовательно, в зонах конвергенции (тени) с невысокими номерами размывание интерференционной картины незначительно. Отметим, однако, что в мелком море затухание когерентной составляющей интенсивности поля, описываемое вторым слагаемым в экспоненте (2), может быть весьма значительным на расстояниях порядка нескольких километров [1].

Представляет интерес также зависимость $\langle \beta_{nm}' \rangle$ и $\sigma_{\beta nm}$ от частоты волны ω при фиксированном значении параметра $\xi = \cos\alpha = \varkappa c/\omega$, где α — угол между волновым вектором и осью волновода. Так как $\sigma_{\varkappa n}^2 \approx \langle (\varkappa_n^2 - \varkappa_{0n}^2) \rangle / 4\varkappa_{0n}^2$, то по теории возмущений $\sigma_{\varkappa n} \sim \omega$. Но в силу того, что при заданном ξ номер моды приблизительно пропорционален ω, с учетом (9) найдем, что $\sigma_{\beta nm}$ при $n=m\pm1$ от частоты не зависит. Но формула (9) выведена для случая $c(z)=\text{const}$ и $f(z)=\text{const}$. Если же профили $c(z)$ и $f(z)$ отличны от константы, такая зависимость появляется. Одна из существенных причин, определяющих эту зависимость, состоит в том, что с ростом номера моды, сопровождающим рост ω при $\xi=\text{const}$, возрастают значения огибающей собственной функции в окрестности точки поворота. Если последняя близка к z_0 — точке максимума функции $f(z)$, то это приводит к возрастанию флуктуаций волновых

чисел и матричных элементов взаимодействия мод, а с ними и значений $\langle\beta_{nm}'\rangle$. Например, при $\gamma=50$ Гц и описанных выше параметрах $\varepsilon_1(z)\langle\beta'_{47,48}\rangle=0{,}48\cdot10^7$ м$^{-1}$, $\sigma_{\beta_{47,48}}=0{,}7\cdot10^{-6}$ м$^{-1}$. А при $\gamma=100$ Гц – $\langle\beta'_{93,94}\rangle=0{,}94\cdot10^{-7}$ м$^{-1}$, $\sigma_{\beta_{93,94}}=1{,}0\cdot10^{-6}$ м$^{-1}$, т. е. в данном случае с ростом ω средние смещения периодов интерференции мод и их дисперсии возрастают. К аналогичным выводам пришли авторы [8] на основе расчетов, выполненных по отдельным реализациям тонкой структуры скорости звука в рамках плоскослоистой модели.

Автор выражает признательность В. И. Кляцкину и Н. Е. Мальцеву за поддержку и помощь в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малкина И. Г., Шевцов В. П.* Исследование стабильности интерференционной структуры акустического поля в мелком море // Акуст. журн. 1989. Т. 35. Вып. 5. С. 870–876.
2. *Голанд В. И., Кляцкин В. И.* О статистике собственных значений и собственных функций одномерной краевой волновой задачи // Акуст. журн. 1988. Т. 34. Вып. 5. С. 828–833.
3. *Голанд В. И., Кляцкин В. И.* Об асимптотических методах анализа стохастической задачи Штурма – Лиувилля // Акуст. журн. 1989. Т. 35. Вып. 5. С. 942–944.
4. *Саичев А. И.* О статистике собственных чисел одномерной случайно-неоднородной краевой задачи // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. С. 183–188.
5. *Кляцкин В. И., Ярощук И. О.* Флуктуации интенсивности волны в одномерной случайно-неоднородной среде. VIII. Влияние модели среды // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. С. 1395–1402.
6. *Кляцкин В. И.* Метод погружения в теории распространения волн. М.: Наука, 1986. 256 с.
7. *Галкин О. П.* О структуре звукового поля в глубоком океане. Акустика океана/ Под ред. Бреховских Л. М., Андреевой И. Б. М.: Наука, 1982. С. 92–106.
8. *Лысанов Ю. П., Плоткин А. М.* Акустический эффект тонкой структуры поля скорости звука в океане // Акуст. журн. 1987. Т. 33. Вып. 6. С. 1079–1082.

Тихоокеанский океанологический институт
ДВО Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14.06.89

V. I. Goland

ON INFLUENCE OF A RANDOM MEDIUM MODEL ON AN INTERFERENCE STRUCTURE OF A SOUND FIELD IN AN ACOUSTIC WAVEGUIDE

A stochastic Sturm – Liouville problem for an underwater sound waveguide with a random refractive index profile is solved by a numerical simulation and analitically on the basis of the perturbation theory technique. It is shown that the regard for a finite (unequal to zero) correlation distance of the refractive index is the matter of principle for modes with large – numbers. As the correlation distance (or mode numbers) grows cross – correlation coefficients of the modes approximate to the unity. Besides that, if the regular refractive index profile is not equal to the constant resulting in the appearance of turning points for the lowest modes, groups of modes appear, interference periods of which are less on the average than unperturbated ones. The number of these modes depends on the deep relationship of a sound velocity fluctuation intensity.