

УДК 543.232

© 1991 г.

А.М. Карновский

**ПОЛНОЕ АКУСТИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
ИСТОЧНИКА ЗВУКА В ПРИСУТСТВИИ УПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ,
ЛЕЖАЩЕЙ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД**

Исследуется полное акустическое сопротивление источника звука конечных размеров в присутствии упругой пластины ограниченных размеров, в общем случае подкрепленной со стороны воздуха ребрами жесткости, лежащей на границе раздела сред. Пластина описывается в рамках гипотезы Кирхгофа – Лява уравнением Софи Жермен; на источнике задана нормальная составляющая колебательной скорости. Выполнены численные оценки активной и реактивной составляющих полного акустического сопротивления вдоль образующей источника. Показано, что в ряде случаев роль пластины в формировании рассматриваемой характеристики источника может быть существенной.

Исследуется полное акустическое сопротивление источника звука в присутствии упругой пластины, лежащей на границе раздела сред вода – воздух. Предполагается, что источник и пластина имеют конечные размеры, причем в общем случае пластина со стороны воздуха может быть подкреплена ребрами жесткости (рис. 1). Принято, что на поверхности источника S_0 задана нормальная составляющая колебательной скорости $v(\gamma)$.

В соответствии с [1, 2], звуковое поле источника в системе "источник – пластина – граница" в произвольной точке x внешней области задачи Ω определяется интегральной формулой Гельмгольца [3, 4]

$$P(x) = \frac{1}{4\pi} \int_S p(\gamma) \frac{\partial}{\partial n_\gamma} G(x, \gamma) dS(\gamma) + \frac{i\omega\rho_1}{4\pi} \int_S v(\gamma) G(x, \gamma) dS(\gamma), \quad (1)$$

где $S = S_0 \cup S_\Gamma \cup S_\Pi$; S_Γ, S_Π – соответственно поверхности границы раздела сред и пластины; n_γ – внешняя нормаль к поверхности S в точке γ ; ρ_1 – плотность воды; $G(x, \gamma)$ – функция Грина.

Для определения неизвестных значений давления в уравнении (1) воспользуемся, так же как и в [1, 2], дополненным методом интегральных уравнений Гельмгольца [5] и рассмотрим переопределенную систему интегральных уравнений, сформулированных для поверхности и внутренней области задачи. Решение такой системы связано с приведением интегральных уравнений к системе алгебраических уравнений, доопределением неизвестных на поверхностях S_Γ и S_Π значений $p(\gamma)$ и $v(\gamma)$, а также с выбором функции Грина задачи. Эти вопросы следует оговорить особо, поскольку их рациональное разрешение существенно предопределяет возможность численной реализации задачи. В частности, задание связи $p(\gamma)$ и $v(\gamma)$ на поверхности S_Γ в виде условия Леонтовича [6], как это обсуждалось в [1], приведет к необходимости существенного увеличения порядка решаемой системы уравнений. Применительно к поверхности S_Π использование методики разбиения на участки S_q , описанной в [1, 2], также нецелесообразно, поскольку скорость распространения колебаний в материале пластины может быть много выше, чем в воде, и это та же будет способствовать росту порядка решаемой системы. Учитывая изложенное, в первую очередь дополним исходную поста-

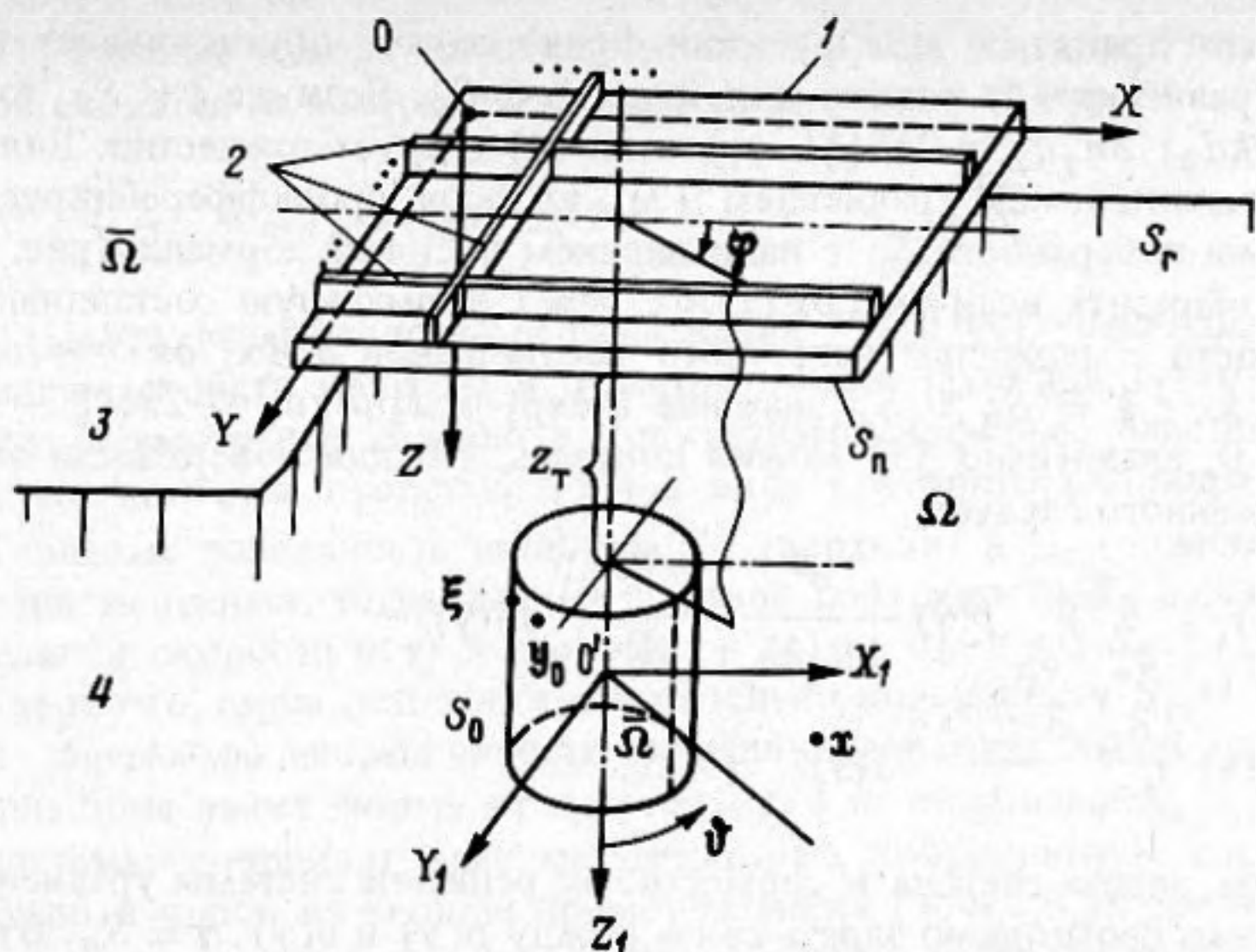


Рис. 1. Геометрия задачи. 1 — пластина; 2 — ребра жесткости; 3 — воздух; 4 — вода

новку задачи, положив $p(\xi) = 0$ на границе S_r , исходя из свойств рассматриваемой границы раздела сред. В этом случае удастся исключить член, содержащий $v(\xi) \forall \xi \in S_r$, если выбрать функцию Грина задачи так, чтобы она обращалась в нуль при размещении точки наблюдения на S_r . Этому требованию удовлетворяет функция Грина, имеющая вид

$$G(\xi, \gamma) \equiv G_-(\xi, \gamma) = \frac{e^{-ik|\xi - \gamma|}}{|\xi - \gamma|} - \frac{e^{-ik|\xi' - \gamma|}}{|\xi' - \gamma|}, \quad (2)$$

где ξ, γ — точки, расположенные в области Ω , либо на поверхности S_r ; ξ' — точка, симметричная точке ξ относительно границы $S_r \cup S_\pi$.

Действительно, подставляя выражение (2) в формулу (1) и учитывая, что $\partial G_- / \partial n_\gamma = 2 \partial \exp\{-ik|\xi - \gamma|\} / \partial n_\gamma |\xi - \gamma|$, удастся так записать выражение (1), что интеграл по S_r отсутствует:

$$P(x) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} [p(\gamma) \frac{\partial G_-(x, \gamma)}{\partial n_\gamma} + i\omega\rho_1 v(\gamma) G_-(x, \gamma)] dS(\gamma) + \frac{1}{2\pi} \int_{S_\pi} p(\gamma) \frac{\partial}{\partial n_\gamma} \frac{e^{-ikd_1}}{d_1} dS(\gamma), \quad (3)$$

где $d_1 = |x - \gamma|$.

В этом случае интегральные уравнения Гельмгольца для поверхности и внутренней области задачи соответственно примут вид

$$2\pi p(\xi) - \int_{S_0} p(\gamma) \frac{\partial G_-(\xi, \gamma)}{\partial n_\gamma} dS(\gamma) - 2 \int_{S_\pi} p(\gamma) \frac{\partial e^{-ikd_2}}{\partial n_\gamma d_2} dS(\gamma) = i\omega\rho_1 \int_{S_0} v(\gamma) G_-(\xi, \gamma) dS(\gamma), \quad (4)$$

$$\int_{S_0} [p(\gamma) \frac{\partial G_-(y_0, \gamma)}{\partial n_\gamma} + i\omega\rho_1 v(\gamma) G_-(y_0, \gamma)] dS(\gamma) + 2 \int_{S_\pi} p(\gamma) \frac{\partial e^{-ikd_3}}{\partial n_\gamma d_3} dS(\gamma) = 0, \quad (5)$$

где $d_2 = |\xi - \gamma|$, $d_3 = |y_0 - \gamma|$, $y_0 \in \bar{\Omega}$, $\bar{\Omega}$ — внешняя область задачи.

Отметим, что принятый вид функции Грина задачи обуславливает возможность применения уравнения (4) только для точек $\xi \in S_0$. Если же $\xi \in S_{\Pi}$, то $G_-(\xi, \gamma) \equiv 0$, $\partial \exp\{-ikd_2\}/\partial n_{\gamma} d_2 = 2\pi\delta(\xi - \gamma)$ и из (4) следует тождество. Для исключения последнего воспользуемся уравнением (3), которое продифференцируем по оси z , совпадающей на поверхности S_{Π} с направлением внешней нормали (рис. 1). Это дает возможность выразить величину $\partial P(x)/\partial z$ через нормальную составляющую колебательной скорости с помощью известного соотношения $\partial P(x)/\partial z = -i\omega\rho_1 v(x)$. Поскольку при $x \rightarrow \xi \in S_{\Pi} \cup S_{\Gamma}$ значение $\partial \exp\{-ikd_2\}/\partial z d_2 = -2\pi\delta(\xi - \gamma)$, а также $p(\xi \in S_{\Gamma}) = 0$, аналогично [5] можно показать, что для поверхности задачи из (3) с учетом изложенного следует:

$$\begin{aligned} -2\pi i\omega\rho_1 v(\xi) - \int_{S_0 \cup S_{\Pi}} p(\gamma) \frac{\partial^2}{\partial n_{\gamma} \partial z} \frac{e^{-ikd_2}}{d_2} dS(\gamma) = \\ = i\omega\rho_1 \int_{S_0} v(\gamma) \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-ikd_2}}{d_2} dS(\gamma), \quad \gamma \in S_{\Pi}. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, задача сведена к совместному решению системы уравнений (4)–(6), в которых теперь необходимо задать связь между $p(\gamma)$ и $v(\gamma)$, $\gamma \in S_{\Pi}$. Будем считать, что пластина описывается в рамках гипотезы Кирхгофа – Лява [7]. В этом случае связь $p(\gamma)$ и $v(\gamma)$ на поверхности S_{Π} может быть задана уравнением Софи Жермен [8]

$$D_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} - \rho_3 h_1 \omega^2 v = i\omega p, \quad (7)$$

где $D_1 = [E_1 h_1^3/12(1 - \sigma^2)] + E' J_x/d_x$, $D_2 = [E_1 h_1^3/12(1 - \sigma^2)] + E'' J_y d_y$, $D_3 = E_1 h_1^3/12(1 - \sigma^2)$; ρ_3 , E_1 , σ – соответственно плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала пластины, h_1 – толщина пластины, E' , E'' – модули Юнга материалов ребер жесткости, параллельных осям X и Y соответственно, d_x , d_y – расстояние между соседними ребрами, параллельными осям X и Y соответственно, J_x , J_y – моменты инерции сечений ребер, параллельных осям X и Y соответственно, относительно линии, проходящей через центры тяжести сечений. Если ребра жесткости находятся со стороны воздуха (рис. 1) и имеют прямоугольные сечения то

$$J_y = \int_{-l_x/2}^{l_x/2} dx \int_{-l_z/2}^{l_z/2} z^2 dz = \frac{l_z^3 l_x}{12}, \quad J_x = \frac{l_z^3 l_y}{12}.$$

Если отсутствует один либо оба реберных набора, то $d_{x(y)} = \infty$.

Отметим, что возможны два направления дальнейшего продвижения, связанные с заданием на поверхности S_{Π} либо нормальной составляющей колебательной скорости, либо давления, определяемых из уравнения (7). Анализ показал, что наиболее рациональным является задание давления, чему мы и будем следовать, приняв предварительно некоторые наиболее общие предположения о форме пластины. Пусть пластина представляет собой фигуру, ограниченную координатными линиями связанной с ней одной из одиннадцати ортогональных систем координат, которые в дальнейшем будем называть локальными. Переменные в локальных координатах обозначим как q_1 и q_2 . Принятое предположение о форме пластины позволяет задать независимые пределы изменения этих координат: $q_1 \in [L_1, M_1]$, $q_2 \in [L_2, M_2]$. Пусть пределы изменения локальных координат таковы, что существуют системы функций $f_{1n}(q_1)$ и $f_{2m}(q_2)$ (m, n – в общем случае целые), образующие полную и ортогональную системы в области изменения соответствующих переменных. Тогда распределение давления на поверхности пластины зададим в виде ряда

$$p(\xi \in S_{\Pi}) = \sum_{m, n=1}^{\infty} \tilde{\nu}_{mn} f_{1n}(q_1) f_{2m}(q_2). \quad (8)$$

Учитывая (8), а также исходя из вида выражения (7), нормальную составляющую колебательной скорости на поверхности S_{Π} также зададим в виде ряда

$$v(q_1, q_2) = \sum_{m, n=1}^{\infty} \mathfrak{E}_{mn} f_{1n}(q_1) F_{2m}(q_2), \quad (9)$$

причем связь между коэффициентами разложений (8) и (9) может быть определена с использованием свойств полноты и ортогональности функций $f_{1n}(q_1)$ и $f_{2m}(q_2)$.

Дальнейшее рассмотрение связано с конкретизацией формы пластины и источника. Примем, что источник представляется в виде кругового цилиндра радиуса R_a и высоты H . Торцевые поверхности цилиндра S_B (верхняя) и S_H (нижняя) предполагаются абсолютно жесткими, тогда как на боковой поверхности S_B задано распределение колебательной скорости $v(\gamma) = \exp\{-i(z_{\gamma} - z_T) \cos \vartheta_0\}$ ($\gamma \in S_B: \{r_{\gamma}, z_{\gamma}, \varphi_{\gamma}\}$, z_T — заглубление верхнего торца источника относительно поверхности $S_{\Gamma} \cup S_{\Pi}$, ϑ_0 — угол компенсации диаграммы направленности источника в вертикальной плоскости). Положим, что пластина имеет форму прямоугольника со сторонами L_x и L_y . В качестве локальной системы координат выберем декартову координатную систему и расположим ее начало в одной из вершин прямоугольника (точка 0 на рис. 1) так, что оси X и Y совпадают со сторонами L_x и L_y . Введем также глобальную (общую) систему декартовых координат так, что ее оси X_1 и Y_1 сонаправлены осям X , Y локальной системы координат, а ось Z_1 так же, как и ось Z локальной системы, направлена вертикально вниз. Укажем связь локальных координат точки на пластине с глобальными координатами: если глобальные координаты точки 0 суть $\{x_0, y_0, z_{\Pi}\}$, то локальные координаты точки на пластине $\{\hat{x}_{\Pi}, \hat{y}_{\Pi}\}$ и ее глобальные координаты $\{x_{\Pi}, y_{\Pi}, z_{\Pi}\}$ связаны соотношениями $x_{\Pi} = \hat{x}_{\Pi} + x_0$, $y_{\Pi} = \hat{y}_{\Pi} + y_0$. Кроме того, введем глобальные цилиндрические r, z, φ ($r \geq 0, |z| > 0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$) координаты, начало которых также расположим в геометрическом центре источника, в которых точка на пластине задается координатами $\{r_{\Pi}, z_{\Pi}, \varphi_{\Pi}\}$, где $r_{\Pi} = \sqrt{x_{\Pi}^2 + y_{\Pi}^2}$, $\varphi_{\Pi} = \arctg(y_{\Pi}/x_{\Pi})$. Пусть ρ, ϑ, φ ($\rho \geq 0, 0 \leq \vartheta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$) — глобальная сферическая система координат, начало которой тоже разместим в геометрическом центре источника. Конкретизируем соотношения, определяющие рассматриваемую задачу, для принятой геометрии источника и пластины. Для удобства введем нормированную величину $\dot{p} = p/\rho_1 c_1$ и безразмерные величины $\dot{x} = kx$, $\dot{\xi} = k\xi$, $\dot{D}_j = k^3 D_j / \rho_1 c_1^2$, ($j = \overline{1,3}$), а также безразмерные локальные координаты точки на пластине $\dot{x}_{\Pi} = k\hat{x}_{\Pi}$, $\dot{y}_{\Pi} = ky_{\Pi}$ и так далее. Опуская в дальнейшем значок "о", но памятуя принятые перенормировки и обозначения, для пластины прямоугольной формы запишем $f_{1n}(q_1) \equiv \sin(n\pi\hat{x}_{\Pi}/L_x)$, $f_{2m}(q_2) \equiv \sin(m\pi\hat{y}_{\Pi}/L_y)$. Используя свойства полноты и ортогональности этих функций, вводя оператор

$$\mathbb{P}_{\tilde{m}\tilde{n}} = \frac{4}{L_x L_y} \int_0^{L_x} d\hat{x}_{\Pi} \frac{\tilde{n}\pi\hat{x}_{\Pi}}{L_x} \int_0^{L_y} d\hat{y}_{\Pi} \frac{\tilde{m}\pi\hat{y}_{\Pi}}{L_y}, \quad (10)$$

можно показать, что связь коэффициентов разложений (8) и (9) имеет вид

$$\mathfrak{E}_{\tilde{m}\tilde{n}} = i \mathfrak{E}_{\tilde{m}\tilde{n}} \mathfrak{R}_{\tilde{m}\tilde{n}}, \quad (11)$$

где

$$\mathfrak{R}_{\tilde{m}\tilde{n}} = \left[D_1 \left(\frac{\tilde{n}\pi}{L_x} \right)^4 + 2D_3 \left(\frac{\tilde{m}\pi}{L_y} \right)^2 + D_2 \left(\frac{\tilde{m}\pi}{L_y} \right)^4 - \frac{\rho_3 h_1}{\rho_1} \right]^{-1}.$$

Пользуясь методикой, изложенной в [1, 2, 5], перейдем от интегральных уравнений (4)–(6) к их дискретным аналогам. В том случае, когда поверхность S имеет некоторую плоскость симметрии, вместо соотношений (4) и (6) соответственно получим

$$\sum_{q=1}^{N_1} A_{\xi q} p_q - 2 \int_{S_{\Pi}} p(\gamma) \frac{\partial}{\partial n_{\gamma}} \frac{e^{-id_2 \xi}}{d_2 \xi} dS(\gamma) = a_{\xi}, \quad \xi = \overline{1, N_1}, \quad (12)$$

$$-2\pi i v(\xi) + \sum_{q=1}^{N_1} \mathfrak{B}_q(\xi) p_q - \int_{S_\Pi} p(\gamma) \frac{\partial^2}{\partial n_\gamma \partial z} \frac{e^{-id_2 \xi}}{d_{2\xi}} dS(\gamma) = d(\xi), \quad \xi \in S_\Pi, \quad (13)$$

где

$$A_{\xi q} = \hat{A}_{\xi q} + \hat{A}_{\xi m},$$

$$\hat{A}_{\xi q} = 2\pi \delta_{\xi q} - \int_{S_q} \frac{\partial}{\partial n_\gamma} G_-(\xi_\xi, \gamma) dS(\gamma),$$

$$\mathfrak{B}_q(\xi) = \hat{\mathfrak{B}}_q(\xi) + m(\xi),$$

$$\hat{\mathfrak{B}}_q(\xi) = \int_{S_q} \frac{\partial^2}{\partial n_\gamma \partial z} \frac{e^{-id_2}}{d_2} dS(\gamma),$$

$$a_\xi = i \sum_{q=1}^{N_1} v_q \int_{S_q} G_-(\xi_\xi, \gamma) dS(\gamma),$$

$$d(\xi) = i \sum_{q=1}^{N_1} v_q \int_{S_q} \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-id_2}}{d_2} dS(\gamma),$$

где m выбирается так, что участок S_m симметричен участку S_q , $\delta_{\xi q}$ — символ Кронекера, ξ_ξ — координаты центра участка $S_q \in S_\delta, S_B, S_H, N_1$ — количество участков разбиения поверхности S_0 на которых задано значение колебательной скорости. Учитывая соотношения (8) — (11), можно показать, что из уравнений (12), (13) следует:

$$\sum_{q=1}^{N_1} A_{\xi q} p_q - 2 \int_0^{L_x} d\hat{x}_\Pi \int_0^{L_y} d\hat{y}_\Pi \sum_{m,n=1}^{\infty} \mathfrak{F}_{mn} \sin \frac{n\pi \hat{x}_\Pi}{L_x} \times \\ \times \sin \frac{m\pi \hat{y}_\Pi}{L_y} \frac{\partial}{\partial n_\gamma} \frac{e^{-id_2 \xi}}{d_{2\xi}} = a_\xi, \quad \xi = \overline{1, N_1}, \quad (14)$$

$$2\pi \mathfrak{F}_{\tilde{m}\tilde{n}} \mathfrak{R}_{\tilde{m}\tilde{n}} + \sum_{q=1}^{N_1} \mathfrak{B}'_{q, \tilde{m}\tilde{n}} p_q - \sum_{m,n=1}^{\infty} \mathfrak{F}_{mn} \Pi_{mn} \times \\ \times \int_0^{L_x} d\hat{x}_{\Pi 1} \int_0^{L_y} d\hat{y}_{\Pi 1} \sin \frac{n\pi \hat{x}_{\Pi 1}}{L_x} \sin \frac{m\pi \hat{y}_{\Pi 1}}{L_y} \frac{\partial^2}{\partial n_\gamma \partial z} \frac{e^{-id_2}}{d_2} = d'_{\tilde{m}\tilde{n}}, \quad (15)$$

где

$$d_{2\xi} = [r_\xi^2 + r_\Pi^2 - 2r_\xi r_\Pi \cos(\varphi_\xi - \varphi_\Pi) + (z_\xi - z_\Pi)^2]^{1/2},$$

$$d_2 = [(\hat{x}_{\Pi 1} - \hat{x}_\Pi)^2 + (\hat{y}_{\Pi 1} - \hat{y}_\Pi)^2]^{1/2},$$

$$T'_{\tilde{m}\tilde{n}} = \Pi_{\tilde{m}\tilde{n}} T, \quad T = \mathfrak{B}_q(\xi), \quad d(\xi).$$

Заметим, что четырехкратный интеграл в соотношении (15) может быть сведен к двухкратному, что позволяет существенно упростить это выражение и записать его в виде

$$2\pi \mathfrak{F}_{\tilde{m}\tilde{n}} \mathfrak{R}_{\tilde{m}\tilde{n}} + \sum_{q=1}^{N_1} \mathfrak{B}'_{q, \tilde{m}\tilde{n}} p_q - \sum_{m,n=1}^{\infty} \mathfrak{F}_{mn} I'_{\tilde{m}\tilde{n}, mn} = d'_{\tilde{m}\tilde{n}}, \quad (16)$$

где

$$I_{\tilde{m}\tilde{n}, mn} = \frac{4}{L_x L_y} \int_0^{L_x} dx^- \times$$

$$\times \left\{ \frac{\sin \frac{\pi(n+\tilde{n})(L_x-x^-)}{2L_x} \cos \frac{\pi(\tilde{n}-n)x^-}{2L_x} \cos \left[\frac{\pi(n+\tilde{n})}{2} - \pi \right]}{\frac{n+\tilde{n}}{2L_x} \pi} + \right.$$

$$+ \left. \frac{\sin \frac{\pi(\tilde{n}-n)(L_x-x^-)}{2L_x} \cos \frac{\pi(\tilde{n}+n)}{2L_x} \cos \frac{\pi(\tilde{n}-n)}{2}}{\frac{\tilde{n}-n}{2L_x} \pi} \right\} \times$$

$$\times \int_0^{L_y} dy^- \left\{ \frac{\sin \frac{\pi(m+\tilde{m})(L_y-y^-)}{2L_y} \cos \frac{\pi(\tilde{m}-m)y^-}{2L_y} \cos \left[\frac{\pi(m+\tilde{m})}{2} - \pi \right]}{\frac{m+\tilde{m}}{2L_y} \pi} + \right.$$

$$+ \left. \frac{\sin \frac{\pi(\tilde{m}-m)(L_y-y^-)}{2L_y} \cos \frac{\pi(\tilde{m}+m)y^-}{2L_y} \cos \left[\frac{\pi(\tilde{m}-m)}{2} \right]}{\frac{\tilde{m}-m}{2L_y} \pi} \right\} \times$$

$$\times \frac{\partial^2}{\partial n_\gamma \partial z} \frac{e^{-id_2}}{d_2},$$

$$x^- = \hat{x}_{\Pi 1} - \hat{x}_\Pi, \quad y^- = \hat{y}_{\Pi 1} - \hat{y}_\Pi.$$

Выражение (5) может быть приведено к виду

$$\sum_{q=1}^{N_1} B_{\kappa q} p_q - 2 \int_0^{L_x} d\hat{x}_\Pi \int_0^{L_y} d\hat{y}_\Pi \sum_{m,n=1}^{\infty} \tilde{\mathfrak{K}}_{mn} \times$$

$$\times \sin \frac{n\pi\hat{x}_\Pi}{L_x} \sin \frac{m\pi\hat{y}_\Pi}{L_y} \frac{\partial}{\partial n_\gamma} \frac{e^{-id_{3\kappa}}}{d_{3\kappa}} = b_\kappa,$$

$$\kappa = [N_0 + 1], [N_0 + N_{S1}],$$

(17)

где N_{S1} — количество точек внутренней области задачи, в которых удовлетворяется уравнение (5), $2N_0$ — общее количество участков разбиения поверхности S_0 ;

$$B_{\kappa q} = \hat{B}_{\kappa q} + \hat{B}_{\kappa m},$$

$$\hat{B}_{\kappa q} = \int_{S_q} \frac{\partial}{\partial n_\gamma} G_-(\xi_\kappa, \boldsymbol{\gamma}) dS(\boldsymbol{\gamma}),$$

$$b_\kappa = i \sum_{q=1}^{N_1} v_q \int_{S_q} G_-(\xi_\kappa, \boldsymbol{\gamma}) dS(\boldsymbol{\gamma}).$$

Полученные общие соотношения являются основой для формализации расчетных соотношений. Приведем, например, расчетные соотношения для коэффициентов системы

уравнений (14), (15):

$$\hat{A}_{\xi q} = 2\pi\delta_{\xi q} + \left\{ \begin{array}{l} \int_{z_{1q}}^{z_{2q}} dz_0 \int_{\varphi_{1q}}^{\varphi_{2q}} d\varphi_0 \left[\frac{e^{-id_2\xi}}{d_2^3} (id_2\xi + 1) - \right. \\ \left. - \frac{e^{-id'_2\xi}}{d_2'^3} (id_2\xi + 1) [R_a - r_{2\xi} \cos(\varphi_{2\xi} - \varphi_0)] \right], \quad S_q \subset S_6 \\ \pm \int_{r_{1q}}^{r_{2q}} r_0 dr_0 \int_{\varphi_{1q}}^{\varphi_{2q}} d\varphi_0 \left[\frac{e^{-id_2\xi}}{d_2^3} (id_2\xi + 1) (z_{2\xi} - z_0) - \right. \\ \left. - \frac{e^{-id'_2\xi}}{d_2'^3} (id_2\xi + 1) (2z_\tau - z_{2\xi} - z_0) \right], \quad S \subset S_B("+"), \quad S \subset S_H("-"), \end{array} \right.$$

$$a_\xi = i \sum_{q=1}^{N_1} v_q \int_{z_{1q}}^{z_{2q}} dz_0 \int_{\varphi_{1q}}^{\varphi_{2q}} R_a d\varphi_0 \left[\frac{e^{-id_2\xi}}{d_2} - \frac{e^{-id'_2\xi}}{d_2'} \right],$$

$$\mathfrak{B}'_{q, \tilde{m}, \tilde{n}} = \frac{4}{L_x L_y} \int_0^{L_x} d\hat{x}_\pi \sin \frac{\tilde{n}\pi x_\pi}{L_x} \int_0^{L_y} d\hat{y}_\pi \sin \frac{\tilde{m}\pi y_\pi}{L_y} \times$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \times \int_{z_{1q}}^{z_{2q}} dz_0 \int_{\varphi_{1q}}^{\varphi_{2q}} R_a d\varphi_0 \frac{(z_\pi - z_0) [R_a - r_\pi \cos(\varphi_\pi - \varphi_0)]}{d_2^5} e^{-id_2} \times \\ \times (d_2^2 - 3id_2 - 3), \quad S_q \subset S_6 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \pm \int_{r_{1q}}^{r_{2q}} r_0 dr_0 \int_{\varphi_{1q}}^{\varphi_{2q}} d\varphi_0 \left[\frac{e^{-id_2}}{d_2^3} (1 + id_2) + \frac{(z_\pi - z_0)^2}{d_2^5} e^{-id_2} (d_2^2 - 3id_2 - 3) \right], \\ S_q \subset S_B("+"), \quad S_q \subset S_H("-"), \end{array} \right.$$

где

$$d_2 = [r_\pi^2 + r_0^2 - 2r_\pi r_0 \cos(\varphi_\pi - \varphi_0) + (z_\pi - z_0)^2]^{1/2},$$

$$\mathfrak{B}'_{p, \tilde{m}, \tilde{n}} = \prod_{\tilde{m}, \tilde{n}} \hat{\mathfrak{B}}'_q$$

$$d'_{\tilde{m}, \tilde{n}} = \frac{4i}{L_x L_y} \int_0^{L_x} d\hat{x}_\pi \sin \frac{\tilde{n}\pi \hat{x}_\pi}{L_x} \int_0^{L_y} d\hat{y}_\pi \sin \frac{\tilde{m}\pi \hat{y}_\pi}{L_y} \sum_{q=1}^{N_1} v_q \times$$

$$\times \int_{z_{1q}}^{z_{2q}} dz_0 \int_{\varphi_{1q}}^{\varphi_{2q}} R_a d\varphi_0 \frac{e^{-id_2}}{d_2^3} (1 + id_2) (z_\pi - z_0).$$

Анализ свойств приведенных выше коэффициентов системы (14), (15), а также коэффициентов $B_{\kappa q}$ и b_κ системы (17) показывает, что соответствующие интегралы конечны и это позволяет осуществить выбор процедуры совместного решения бесконечных систем уравнений (14), (15), (17). Как правило, системы уравнений такого типа решаются на основе метода редукции, однако применение этого метода требует выполнения определенных условий, необходимых для сходимости рядов, составленных как из квадратов модулей коэффициентов системы, так и из квадратов модулей ее правых частей. Используя результаты Гильберта [9], можно показать, что система уравнений (14), (15), (17) удовлетворяет указанным требованиям. Отметим также, что при построении процедуры численной реализации задачи могут быть непосредственно использованы результаты работ [1, 2] по разбиению поверхности S_0 на участки S_q .

Перейдем к численным оценкам, выполненным на основе полученных соотношений. Предварительно заметим, что в акустике определена величина удельного акустического сопротивления $Z_{уд} = \rho v^{-1}$. Применяя в дальнейшем это определение к

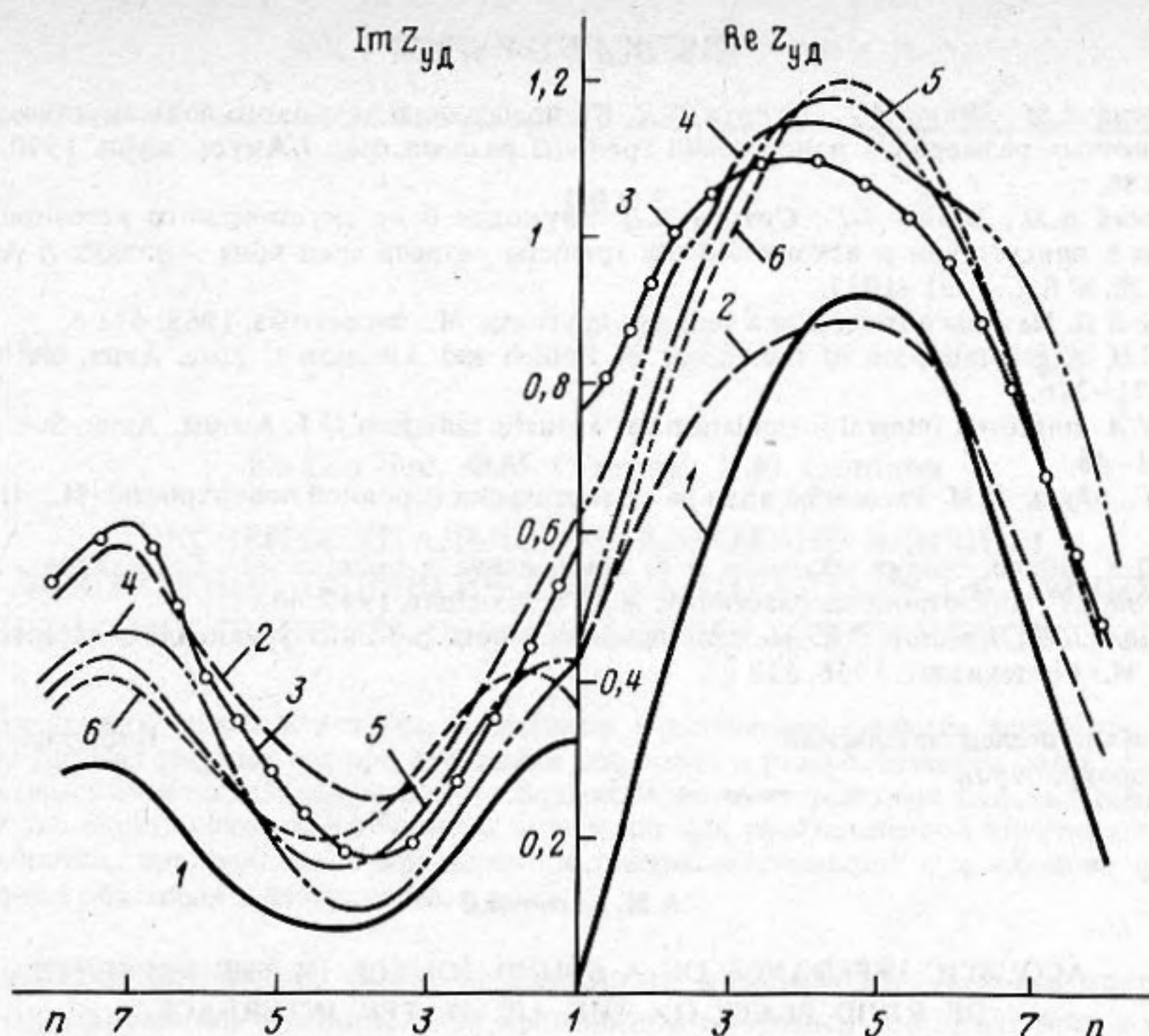


Рис. 2. Распределение значений активной ($\text{Re } Z_{уд}$) и реактивной ($\text{Im } Z_{уд}$) составляющих локального удельного полного акустического сопротивления вдоль образующей источника с размерами $H = 1 \lambda$, $R_a = 0,25 \lambda$, для $\vartheta_0 = 60^\circ$ при $z_T = 0,125 \lambda$. Пластина, выполненная из стали, имеет размеры $L_x L_y = (4 \times 3) \lambda$ и характеризуется параметрами: $kh = 0,27$, $\rho_s = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $E_s = 1,96 \cdot 10^{11} \text{ н/м}^2$, $\sigma = 0,25$. Кривые 1 получены при значении $\varphi = 22,5^\circ$, 2 – $67,5^\circ$, 3 – $112,5^\circ$, 4 – $157,5^\circ$, 5 соответствуют гладкой границе раздела сред вода–воздух, 6 – свободной среде. Численные оценки соответствуют случаю отсутствия реберного набора

участкам S_q , на которые разбита поверхность S_B и учитывая, что в пределах S_q значения p и v постоянны, введем величину локального удельного полного акустического сопротивления $Z_{уд} = P(x) v^{-1}(\xi)$, $x = \xi \equiv s_{цq}$ ($s_{цq}$ – координаты точки в центре участка S_q). При этом полное акустическое сопротивление у участка S_q , площадь которого S_1 , может быть записано в виде $Z_a = Z_{уд} S_1$. Отметим, что целесообразность введения локального удельного полного акустического сопротивления для непрерывного источника обусловлена желанием выявить участки S_q поверхности S_B , которые в результате дифракционных эффектов на поверхности $S = S_0 \cup S_{II} \cup S_T$ работают неэффективно. Так на рис. 2 приведены некоторые результаты расчета значений $\text{Re } Z_{уд}$ и $\text{Im } Z_{уд}$ вдоль образующей источника в точках $n = (8z_n/\lambda) + 4,5$, $z_n = [\lambda(n-4)/8] - (\lambda/16)$ при условии, что вертикальная ось источника смещена из геометрического центра пластины вдоль ее продольной оси на величину $(L_x/2) - R_a$. Для сравнения на этом же рисунке приведены соответствующие данные для источника, работающего как в свободной среде, так и при отсутствии пластины на границе раздела сред вода – воздух. Как следует из приведенного, роль пластины в формировании рассматриваемых характеристик оказывается весьма существенной. Расчеты показывают, что эта роль может сохраниться при значительном смещении источника вдоль продольной оси пластины, достигающих величин 2λ от ее края; при увеличении заглубления источника до значения $z_T = 1\lambda$ степень различий кривых на рис. 2 уменьшается. Таким образом, выбор взаимного расположения пластины и источника и его заглубления может рассматриваться в качестве инструмента, позволяющего управлять исследуемыми характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карновский А.М., Лейко А.Г., Супрун А.Д. К определению звукового поля акустического источника конечных размеров в присутствии границы раздела сред // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 5. С. 880–886.
2. Карновский А.М., Лейко А.Г., Супрун А.Д. Звуковое поле акустического источника конечных размеров в присутствии и взволнованной границы раздела сред вода – воздух // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 6. С. 1031–1037.
3. Купрадзе В.Л. Методы потенциала в теории упругости. М.: Физматгиз, 1963. 472 с.
4. Wilcox С.Н. A generalisation of the theory of Rellich and Atkinson // Proc. Amer. Math. Soc. 1956. № 7. P. 271–276.
5. Shenak Н.А. Improved integral formulation for acoustic radiation // J. Acoust. Amer. Soc. 1968. V. 44. № 1. P. 41–48.
6. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
7. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложение в технике. М.: Гостехиздат, 1949. 364 с.
8. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. М.: Гостехиздат, 1949. 463 с.
9. Канторович Л.В., Крылов В.И. Методы приближенного решения уравнений в частных производных. Л.; М.: Гостехиздат, 1936. 528 с.

Киевский научно-исследовательский
институт гидроприборов

Поступила в редакцию
17.01.91

А.М. Karnovskii

ACOUSTIC IMPEDANCE OF A SOUND SOURCE IN THE PRESENCE OF RIGID PLATE ON THE AIR-WATER INTERFACE

Acoustic impedance of a sound source in the presence of a rigid plate on the air – water interface is investigated. The source and the plate have finite sizes and in general case the plate from the air side may have ribbed plates. Problem solution is described by Helmholtz integral formula in which unknown pressure values are determined with the help of the additional method of Helmholtz integral equations, using Sofy Germen equation for the plate. It is indicated that the role of plate in the formation of investigated characteristics of the source may be important. Numerical estimations are presented and applicability of obtained results is indicated.