

Зависимость функции корреляции  $B_1(x, \eta, \Delta)$  от переменной  $\eta$  при различных  $\Delta$  изображена на рис. 3. По осям на рис. 3, аналогично рис. 2, отложены  $\eta^2$  и  $\lg|B_1(x, \eta, \Delta)/B_1(x, 0, 0)|$ . Зависимость  $B_1(x, \eta, \Delta = 0)$  от переменной  $\eta$  подробно обсуждена в работе [1].

Представленные результаты вычислений свидетельствуют о том, что функцию корреляции  $B_1(x, \eta, \Delta)$  с хорошей точностью можно описывать приближенной формулой (7). Использование приближенного выражения (7) сокращает вычислительные затраты, необходимые при расчете по формуле (1), и упрощает анализ корреляционных характеристик амплитуд мод и волнового поля при произвольном распределении поля на апертуре антенны.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костерин А.Г., Шолин Д.В. Статистические характеристики амплитуд мод в волноводах с объемными случайными неоднородностями // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 5. С. 956–964.
2. Костерин А.Г., Малахов А.Н., Шолин Д.В. Описание волнового поля распределенного источника в многомодовых волноводах с крупномасштабными неоднородностями // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34. № 7. С. 774–783.
3. Вировлянский А.Л., Костерин А.Г., Малахов А.Н. Флуктуации мод в каноническом подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 2. С. 229–235.
4. Распространение звука во флуктуирующем океане: Пер. с англ. Под ред. Флатте С.М. М.: Мир, 1982.
5. Esswein R., Flatte S. Calculation of the Phase-structure function density from oceanic internal waves // J. Acoust. Soc. Amer. 1981. V. 70. № 5. P. 1387–1396.

Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского

Поступило в редакцию  
13.06.91

УДК 534.26

© 1992 г. А.Д. Лапин

#### ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН В УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ДИПОЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ, РАСПОЛОЖЕННЫМ В ПОКРЫВАЮЩЕМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ

Для сейсмоакустики и сейсморазведки представляет интерес задача о возбуждении волн в упругом полупространстве источниками различных типов, расположенными в покрывающем его слое жидкости. В работе [1] эта задача была решена для гармонического монопольного источника. Ниже ее решение получено для гармонического дипольного источника. Поле диполя можно рассматривать как производную поля монополя по координате точки, в которой расположен источник [2]. Пусть в близких точках  $A$  и  $A'$  жидкости помещены монополи с объемными скоростями  $-V$  и  $+V$ . Смещение  $u$  частиц в упругой среде при совместной работе этих монополей получим по формуле

$$u = V(u_{A'}^{(0)} - u_A^{(0)}) \approx V(l \nabla) u_A^{(0)},$$

где  $u_A^{(0)}$  — поле монополя с единичной объемной скоростью, расположенным в точке  $A$ ,  $l$  — вектор, проведенный из точки  $A$  в точку  $A'$ , градиент берется по координатам монополя. В этой формуле перейдем к пределу  $V \rightarrow \infty$ ,  $l \rightarrow 0$ ,  $M \equiv Vl = \text{const}$ , и тогда получим поле точечного диполя с моментом  $M$ :

$$u = (M \nabla) u_A^{(0)}. \quad (1)$$

Величину  $F \equiv -i\omega\rho M$ , где  $\rho$  — плотность жидкости, будем называть силой диполя [2].

Сформулируем задачу. Пусть однородное упругое полупространство  $z < 0$  покрыто однородным жидким слоем  $0 < z < h$  со свободной границей  $z = h$  и пусть в точке  $x = y = 0$ ,  $z = z_0$  этого слоя расположен гармонический дипольный источник с силой  $F$ . Требуется найти поле смещений  $u$  в упругом полупространстве. Это поле получим по формуле (1), подставляя в нее известное поле монополя [1]. Ограничимся асимптотическим представлением поля при низких частотах, когда толщина жидкого слоя мала по сравнению с длинами волн в жидкости и в твердом теле. В дальней зоне поле смещений можно представить в виде суммы объемной волны сжатия, объемной волны сдвига и поверхностной рэлеевской волны. Объемные и поверхностную волны будем описывать соответственно в сферических  $(R, \varphi, \theta)$  и в цилиндрических  $(r, \varphi, z)$  координатах:  $z = -R \cos \theta$ ,  $r = R \sin \theta$ ,  $x = r \cos \varphi$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$ . Все численные расчеты выполним при коэффициенте Пуассона, равном 0,25.



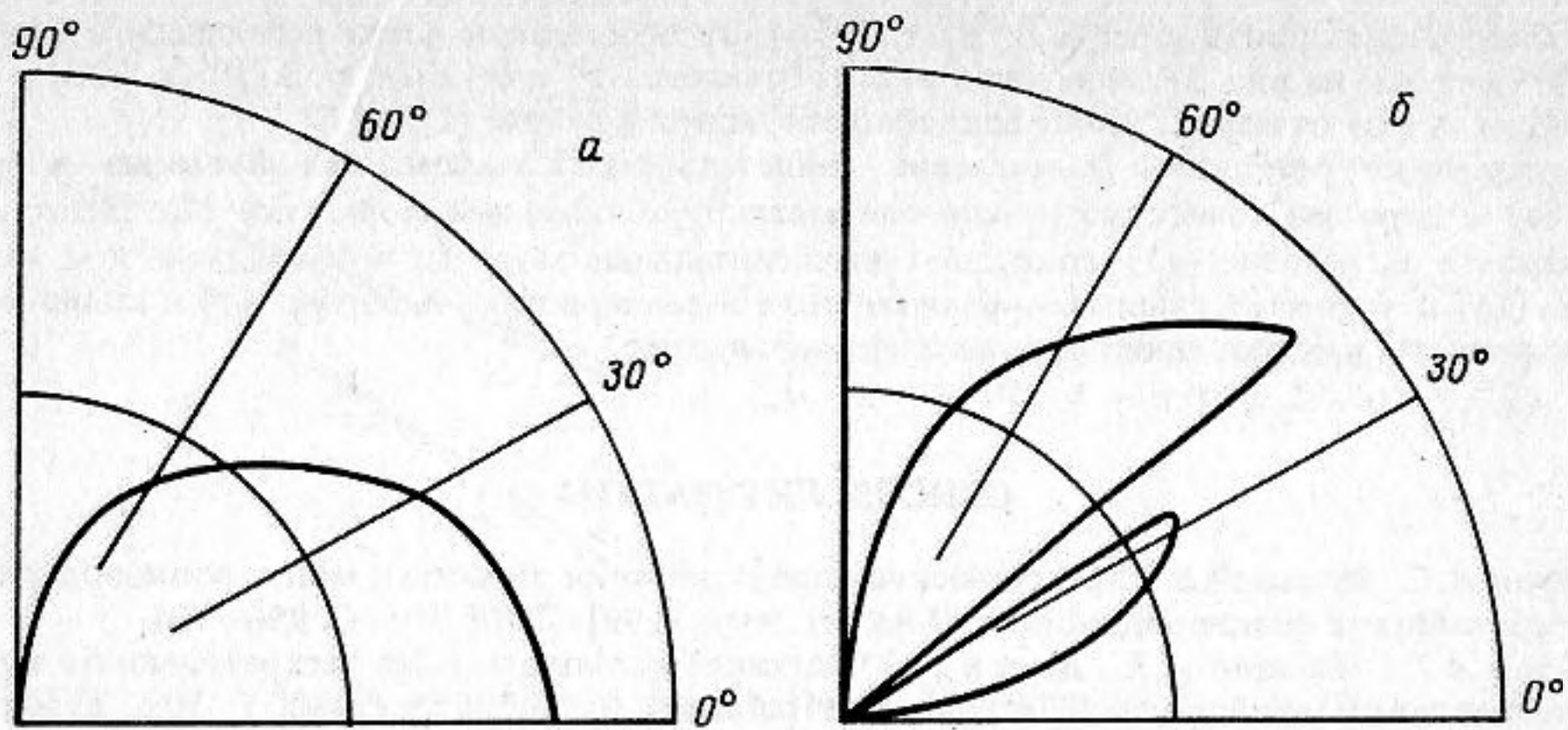


Рис. 1. Вертикальный диполь. Диаграммы направленности объемных волн сжатия (а) и сдвига (б)

Пусть сила диполя направлена по оси  $z$ . Радиальную и угловую компоненты смещения в объемных волнах получим по формулам

$$u_R = -\frac{Fk_l^2}{2\pi\rho_1 c_l^2} \cos\theta \frac{(k_t^2 - 2k_l^2 \sin^2\theta)}{D(k_l \sin\theta)} \frac{e^{ik_l R}}{R}, \quad (2)$$

$$u_\theta = \frac{iFk_t^3}{2\pi\rho_1 c_t^2} \sin(2\theta) \frac{\sqrt{k_t^2 \sin^2\theta - k_l^2}}{D(k_t \sin\theta)} \frac{e^{ik_t R}}{R}, \quad (3)$$

где

$$D(\xi) = (2\xi^2 - k_t^2)^2 - 4\xi^2 \sqrt{\xi^2 - k_l^2} \sqrt{\xi^2 - k_t^2},$$

$$k_{l,t} = \omega/c_{l,t}, \quad \operatorname{Re} \sqrt{\xi^2 - k_{l,t}^2} \geq 0, \quad \operatorname{Im} \sqrt{\xi^2 - k_{l,t}^2} \leq 0,$$

$c_l$  и  $c_t$  — соответственно скорости продольной и поперечной волн в упругом теле,  $\rho_1$  — плотность упругого тела. На рис. 1 приведены диаграммы направленности этих волн.

Компоненты смещений  $u_z$  и  $u_r$  в поверхностной рэлеевской волне соответственно равны

$$u_z(r, z) = -\frac{iF\xi_p \sqrt{\xi_p^2 - k_l^2}}{2\rho_1 c_t^2 D'(\xi_p)} \left\{ (k_t^2 - 2\xi_p^2) e^{\sqrt{\xi_p^2 - k_l^2} z} + 2\xi_p^2 e^{\sqrt{\xi_p^2 - k_t^2} z} \right\} H_0^{(1)}(\xi_p r), \quad (4)$$

$$u_r(r, z) = \frac{iF\xi_p^2}{2\rho_1 c_t^2 D'(\xi_p)} \left\{ (k_t^2 - 2\xi_p^2) e^{\sqrt{\xi_p^2 - k_l^2} z} + 2\sqrt{\xi_p^2 - k_l^2} \sqrt{\xi_p^2 - k_t^2} e^{\sqrt{\xi_p^2 - k_t^2} z} \right\} H_1^{(1)}(\xi_p r), \quad (5)$$

где  $D'(\xi_p) = \left( \frac{dD}{d\xi} \right)_{\xi_p}$ ,  $H_0^{(1)}(\xi_p r)$  и  $H_1^{(1)}(\xi_p r)$  — функции Ханкеля,  $\xi_p$  — волновое число рэлеевской волны.

Из сопоставления поля (2)–(5) с полем точечной нормальной силы, приложенной к поверхности упругого полупространства [3–5], можно сделать вывод, что вертикальный диполь с силой  $F$ , расположенный в тонком жидком слое, создает такое же поле в упругом полупространстве, как и точечная нормальная сила  $f = F = -i\omega\rho M$ , приложенная в точке  $x = y = z = 0$ . Мощности, уносимые объемной волной сжатия (2), объемной волной сдвига (3) и поверхностной рэлеевской волной (4), (5), получим по формулам из работ [3, 5]:

$$W^P = 0,027 \frac{\omega^2 |f|^2}{\rho_1 c_l^3}, \quad W^S = 0,095 \frac{\omega^2 |f|^2}{\rho_1 c_l^3}, \quad W^R = 0,26 \frac{\omega^2 |f|^2}{\rho_1 c_l^3}.$$

Эти формулы дают следующее процентное соотношение мощностей излучения различных типов волн для вертикального диполя:

$$W^P : W^S : W^R = 7 : 25 : 68\%.$$



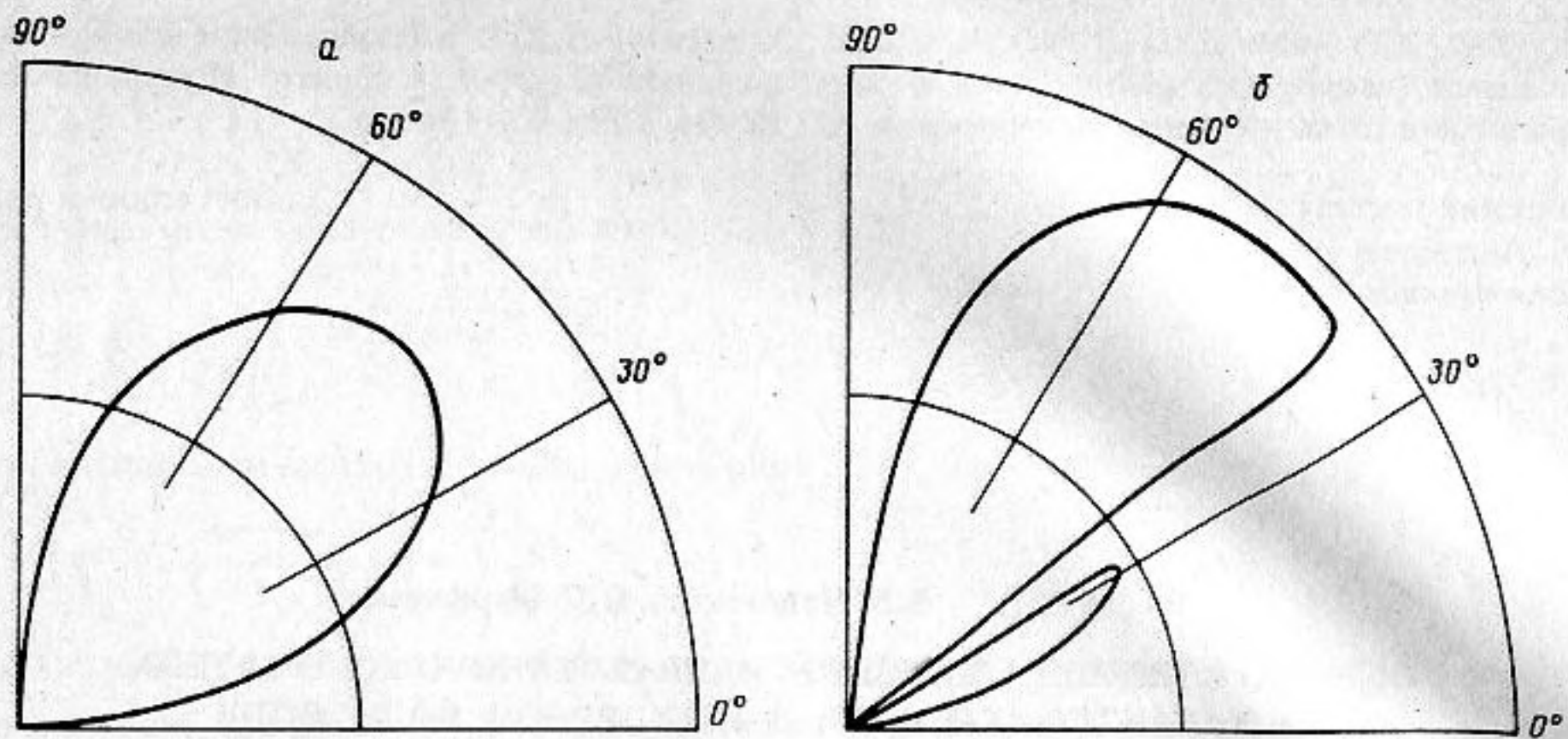


Рис. 2. Горизонтальный диполь. Диаграммы направленности объемных волн сжатия (а) и сдвига (б)

Аналогичным способом можно рассчитать поле диполя с силой  $F$ , направленной по оси  $x$ . Радиальная и угловая компоненты смещений в объемных волнах будут равны

$$u_R = - \frac{iNk_l^3}{4\pi\rho_1 c_l^2} \cos \varphi \sin(2\theta) \frac{(k_t^2 - 2k_l^2 \sin^2 \theta)}{D(k_l \sin \theta)} \frac{e^{ik_l R}}{R}, \quad (6)$$

$$u_\theta = - \frac{Nk_t^4}{2\pi\rho_1 c_t^2} \cos \varphi \sin \theta \sin(2\theta) \frac{\sqrt{k_t^2 \sin^2 \theta - k_l^2}}{D(k_t \sin \theta)} \frac{e^{ik_t R}}{R}, \quad (7)$$

где  $N = F(h - z_0) = -i\omega\rho M(h - z_0)$ .

На рис. 2 даны диаграммы направленности этих волн в плоскости  $\varphi = 0$ .

Компоненты смещений  $u_z$  и  $u_r$  в поверхностной рэлеевской волне определяются по формулам

$$u_z(r, \varphi, z) = \frac{iN \cos \varphi \xi_p^2 \sqrt{\xi_p^2 - k_l^2}}{2\rho_1 c_t^2 D'(\xi_p)} \{ (k_t^2 - 2\xi_p^2) e^{\sqrt{\xi_p^2 - k_l^2} z} + 2\xi_p^2 e^{\sqrt{\xi_p^2 - k_t^2} z} \} H_1^{(1)}(\xi_p r), \quad (8)$$

$$u_r(r, \varphi, z) = \frac{iN \cos \varphi \xi_p^3}{2\rho_1 c_t^2 D'(\xi_p)} \{ (k_t^2 - 2\xi_p^2) e^{\sqrt{\xi_p^2 - k_l^2} z} + 2\sqrt{\xi_p^2 - k_l^2} \sqrt{\xi_p^2 - k_t^2} e^{\sqrt{\xi_p^2 - k_t^2} z} \} \left\{ H_0^{(1)}(\xi_p r) - \frac{1}{(\xi_p r)} H_1^{(1)}(\xi_p r) \right\}. \quad (9)$$

Горизонтальный диполь, расположенный в тонком жидком слое, создает такое же поле в упругом полупространстве, как и пара нормальных сил с моментом  $N$ , приложенных к этому полупространству. Мощности, уносимые объемной волной сжатия (6), объемной волной сдвига (7) и поверхностной рэлеевской волной (8), (9), соответственно равны

$$W^P = 5,6 \cdot 10^{-3} \frac{\omega^4 |N|^2}{\rho_1 c_l^5}, \quad W^S = 0,083 \frac{\omega^4 |N|^2}{\rho_1 c_l^5}, \quad W^R = 0,46 \frac{\omega^4 |N|^2}{\rho_1 c_l^5}.$$

Согласно этим формулам, имеем следующее процентное соотношение мощностей излучения различных типов волн для горизонтального диполя:

$$W^P : W^S : W^R = 1 : 15 : 84\%.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лапин А.Д. Волны в твердом полупространстве, покрытом жидким слоем // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 2.
2. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973.
3. Miller G.F., Pursey H. The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid // Proc. Roy. Soc. Ser. A 1954. V. 223. № 1155. P. 521-541.
4. Miller G.F., Pursey H. On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1955. V. 223. № 1192. P. 55-69.



УДК 534.23

© 1992 г. В.В. Пономарев, Б.П. Шарфарец

### ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ДВИЖЕНИЯ НАПРАВЛЕННОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ НА ХАРАКТЕР ЕГО ПОЛЯ В РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНОВОДЕ

В опубликованных к настоящему времени работах, посвященных изучению полей и откликов протяженных антенн в океанических волноводах, рассматривался случай неподвижных источника и приемника. С другой стороны, при изучении влияния движения источников и приемников в таких волноводах они полагались точечными и ненаправленными.

В настоящей работе рассматривается влияние равномерного радиального относительно точечного приемника движения вертикальной линейной антенны на ее поле в случае регулярного океанического волновода. Рассмотрение задачи в такой простейшей постановке позволяет сделать некоторые качественные выводы, которые могут быть экстраполированы на более сложные случаи.

Пусть объемная плотность антенны описывается функцией  $f(z)\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)$ ;  $z \in [z_0 - l/2, z_0 + l/2]$ , где  $l$  — длина антенны. Антенна, совершая гармонические колебания частотой  $\omega_0$ , движется равномерно вдоль оси  $y$  со скоростью  $V$ . В математической постановке указанная задача имеет вид

$$\square u(\bar{x}, t) = -\delta(x)\delta(y-Vt)f(z)e^{-j\omega_0 t}, \quad (1)$$

где  $\square$  — волновой оператор,  $\bar{x} = (x, y, z)$ . К (1) следует добавить соответствующие краевые условия и условия излучения, характеризующие данный волновод.

Применяя к обеим частям уравнения (1) прямое преобразование Фурье по времени

$$\hat{u}(\bar{x}, \omega) = (F_{t \rightarrow \omega} u(\bar{x}, t))(\bar{x}, \omega) = \int_{R^1} e^{j\omega t} u(\bar{x}, t) dt,$$

имеем

$$[\Delta + k^2(\omega, z)] \hat{u}(\bar{x}, \omega) = -\delta(x)f(z) \frac{1}{V} e^{j \frac{\omega - \omega_0}{V} y}. \quad (2)$$

Здесь  $\Delta$  — лапласиан,  $k(\omega, z) = \omega/cz$ ,  $c(z)$  — распределение скорости звука в волноводе. Задача (2) решается стандартно композицией с соответствующей функцией Грина. Функция Грина для уравнения (2) имеет вид [1]

$$G(\bar{x}, \bar{x}_0, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{R^2} e^{j\bar{\xi}(\bar{r} - \bar{r}_0)} \hat{G}(z, z_0, \xi, \omega) d^2 \xi, \quad (3)$$

где  $\bar{\xi} = (k_x, k_y)$  — горизонтальный волновой вектор,  $\xi = |\bar{\xi}|$ ,  $\bar{r} = (x, y)$ ,  $r_0 = (x_0, y_0)$ ,  $\hat{G}$  — функция Грина задачи

$$[\partial^2/\partial z^2 + k^2(\omega, z) - \xi^2] \hat{G}(z, z_0, \xi, \omega) = \delta(z - z_0) \quad (4)$$

со стандартными для регулярных волноводов краевыми условиями. Решение (2) с учетом (3) имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{u}(\bar{x}, \omega) &= G(\bar{x}, \bar{x}_0, \omega) \otimes \left( -\frac{1}{V} \delta(x)f(z) e^{j \frac{\omega - \omega_0}{V} y} \right) = -\frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{V} \int_{R^2} \left[ \int_D e^{-j\bar{\xi} \bar{r}_0} \delta(x_0) \times \right. \\ &\times e^{j \frac{\omega - \omega_0}{V} y_0} f(z_0) \hat{G}(z, z_0, \xi, \omega) d^2 r_0 dz_0 \left. \right] e^{j\bar{\xi} \bar{r}} d^2 \xi = \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{V} \int_{R^2} e^{j\bar{\xi} \bar{r}} \delta\left(k_y - \frac{\omega - \omega_0}{V}\right) \hat{D}(z, \xi, \omega) d^2 \xi. \end{aligned} \quad (5)$$