

УДК 534.26:537.874:538.911

© 1992 г. С.В. Бирюков

СДВИГОВЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВЫСТУПОВ МАЛОЙ ВЫСОТЫ

Рассмотрено распространение сдвиговых поверхностных волн в периодической структуре прямоугольных выступов на плоской поверхности твердого тела. Анализ проведен исходя из точной системы линейных алгебраических уравнений для амплитуд пространственных гармоник, коэффициенты которой определяются поверхностными импедансами примыкающих к границе раздела полупространств. Для выступов малой высоты в случае брэгговского резонанса получено дисперсионное уравнение, и найдено его аналитическое решение.

Существование сдвиговых поверхностных волн (СПВ) в твердом теле, обусловленное неровностью поверхности, было предсказано в работах [1, 2] для частопериодической структуры в виде прямоугольных выступов на основе полной аналогии между уравнениями, описывающими распространение волн горизонтальной поляризации в акустике и ТМ волн в электродинамике. Полученные в этих работах дисперсионные уравнения для определения волнового числа СПВ неприменимы в случае высоты выступов h малой по сравнению с длиной волны λ и шириной выступов $2a$ (рис. 1) [3]. Однако именно этот случай важен для практических приложений СПВ, причем не только для частопериодической структуры, но и при длине волны, сравнимой с периодом структуры b [4]. Из сказанного ясно, что задача о распространении СПВ в системе малых выступов требует детального исследования.

Несмотря на наличие малого параметра, эта задача достаточно сложна, поскольку форма поверхности не является пологой, и стандартные методы возмущений не применимы. Обычно в расчетах форма поверхности заменяется на синусоидальную или рассматриваются выступы в форме трапеции. Так, в работе [5] для синусоидальной поверхности получено точное дисперсионное уравнение в виде равенства нулю определителя матрицы бесконечной размерности, которое затем при малой высоте неровностей используется для получения конкретных результатов. В работе [6] для малых и пологих периодических неровностей трапецеидальной формы использован стандартный метод переноса граничных условий на плоскую подложку. Однако полученные таким образом результаты не позволяют исследовать СПВ в структуре с прямоугольными выступами.

В данной работе использован импедансный метод, развитый в работах [7, 8] для задач распространения и рассеяния поверхностных волн в неоднородных средах. В основе анализа лежит полученное в работе [9] точное выражение для импеданса, учитывающего влияние уединенного прямоугольного выступа на плоскую поверхность подложки. В работе [3] этот метод использован для анализа СПВ в периодической структуре из таких выступов в случае их малой высоты на частотах ниже брэгговской. Настоящую работу можно рассматривать как продолжение работы [3], где анализ распространения на важный случай брэгговского отражения СПВ.

Для сдвиговых волн в изотропном твердом теле в рассматриваемой плоской задаче отлична от нуля только u -компонента поля смещений u , которую в периодической структуре (рис. 1) при $z \leq 0$ можно представить в виде ряда по пространственным гармоникам [10]

$$u(x, z) = e^{ipx} \sum_{m=-\infty}^{\infty} u_m e^{iQmx + z\sqrt{(p+Qm)^2 - k^2}}, \quad (1)$$

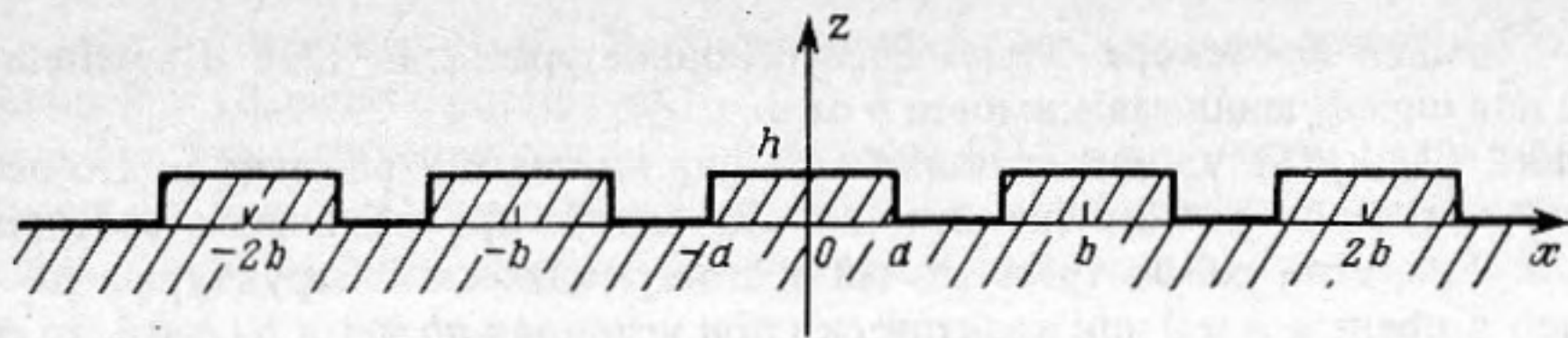


Рис. 1. Геометрия структуры

где $Q = 2\pi/b$, $k = \omega/c$, $c = \sqrt{\mu/\rho}$ — скорость объемной сдвиговой волны, μ — параметр Ламе вещества, ρ — его плотность, ω — частота, а зависимость $e^{-i\omega t}$ от времени t опущена. Каждый член этого ряда удовлетворяет уравнению Гельмгольца, а амплитуды гармоник u_m и волновое число p неизвестны. Для определения этих величин, используя импедансные связи [7, 8] между смещениями и напряжениями на границе $z = 0$ неоднородного $z > 0$ и однородного $z < 0$ полупространств и условия непрерывности полей, в [3] получена бесконечная система однородных линейных алгебраических уравнений

$$\zeta(p + Qm)u_m = -Q \sum_{l=-\infty}^{\infty} \zeta(p + Qm, p + Ql)u_l, \quad m = \dots -1, 0, 1, \dots \quad (2)$$

Здесь фурье-представление поверхностного импеданса однородного нижнего полупространства $z < 0$ [9]

$$\zeta(k) = -\mu\sqrt{\kappa^2 - k^2}, \quad (3)$$

где знак радикала $\gamma(k) = \sqrt{\kappa^2 - k^2}$ в случае волн, удовлетворяющих в нижнем полупространстве условиям излучения, определяется неравенствами $\text{Re } \gamma \geq 0$ или $\text{Im } \gamma \leq 0$ для вещественных значений k . Входящий же в правую часть (2) импеданс [9]

$$\zeta(k, q) = \frac{\mu}{\pi a} \left\{ k \operatorname{tg}(kh) \frac{\sin(ak) \sin(aq)}{\kappa q} - \kappa q \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(k) \operatorname{th}[\beta_n(k)h] \times \right. \\ \left. \times \frac{\cos[a(\kappa - q) - (-1)^n \cos[a(\kappa + q)]]}{\beta_n^2(k) \beta_n^2(q)} \right\}, \quad (4)$$

где $\beta_n^2(k) = \left(\frac{\pi n}{2a}\right)^2 - \kappa^2$, — это поверхностный импеданс неоднородного полупространства $z > 0$, состоящего из одного элемента периодической структуры в виде уединенного выступа $0 \leq z \leq h$, $-a \leq x \leq a$. Иными словами, если на поверхности $z = 0$ этого выступа заданы смещения $u(x)$, то они на этой же поверхности вызывают нормальные напряжения

$$\sigma_{yz}(x) = \int_{-a}^a \zeta(x, x')u(x')dx',$$

где понимаемый в смысле обобщенных функций [11] импеданс $\zeta(x, x')$ в координатном представлении связан с его фурье-представлением (4) соотношениями

$$\zeta(x, q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \int_{-a}^a \zeta(x, x') e^{-ikx + iqx'} dx dx',$$

$$\zeta(x, x') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(k, q) e^{ikx - iqx'} dk dq$$

и имеет вид

$$\zeta(x, x') = \frac{\mu}{2a} \left\{ k \operatorname{tg}(kh) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(k) \operatorname{th}[\beta_n(k)h] \cos\left[\frac{\pi n(x+a)}{2a}\right] \cos\left[\frac{\pi n(x'+a)}{2a}\right] \right\}.$$

Система (2) является точной для любых соотношений между параметрами h, a, b, k и p , а условие ее разрешимости

$$\det \|\zeta(p + Qm)\delta_{ml} + Q\zeta(p + Qm, p + Ql)\| = 0, \quad (5)$$

где δ_{ml} — символ Кронекера — есть дисперсионное уравнение СПВ в периодической структуре для определения зависимости p от ω .

Уравнения (2) и (5) удобно использовать для численных решений и, что особенно важно, для получения асимптотически точных оценок при различных соотношениях параметров. Так, если рассмотреть случай частопериодической структуры, что строго справедливо в пределе $b \rightarrow 0$ или практически при условиях $pb \ll 1$ и $b|h \ll 1$, то система (2) сильно упрощается. Чтобы учесть старший член асимптотического решения, необходимо оставить в (2) лишь одну гармонику поля с амплитудой u_0 , а в единственном оставшемся уравнении с $m = 0$ в коэффициенте $\zeta(p, p)$, определяемом (4), можно пренебречь вторым слагаемым с бесконечной суммой. Тогда вместо уравнения (5) получим известное дисперсионное уравнение $\sqrt{p^2 - k^2} = \alpha k \operatorname{tg}(kh)$, где $\alpha = 2a/b$, которое и было приведено в [2] по аналогии с электродинамикой.

Более сложный случай выступов в асимптотическом пределе $h \rightarrow 0$ при $p < Q/2$ рассмотрен в [3]. В этом случае также доминирует гармоника с амплитудой u_0 . Тем не менее в системе (2) нельзя пренебрегать и другими гармониками, но можно учесть их как возмущение и выразить через u_0 . В результате уравнение (5) при условиях $ph, h/a, h/(b - 2a) \ll 1$ переходит в простое дисперсионное уравнение

$$\sqrt{p^2 - k^2} = \frac{2(kh)^2}{\pi b} \left[-\ln \frac{\pi h}{b \sin(\pi \alpha)} + \tilde{C} + \Phi(\alpha, f) \right], \quad (6)$$

содержащее член с логарифмом от малого параметра, где числовая константа $\tilde{C} \approx 2,86$ выражается через квадратуры, а зависящая от безразмерной частоты $f = k/Q = \omega b / (2\pi c)$ функция $\Phi(\alpha, f)$ имеет вид

$$\Phi(\alpha, f) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi \alpha n)}{n} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - 2f/n}} + \frac{1}{\sqrt{1 + 2f/n}} - 2 \right].$$

Ее график приведен в [3]. Здесь же важно лишь отметить, что она монотонно возрастает от 0 до ∞ соответственно с ростом f от 0 до 0,5. Причем при $f < 0,4$ функция $\Phi < 1$ для любых α . Таким образом, вблизи $f = 0,5$ уравнение (6) теряет смысл. Случай $f = 0,5$ соответствует брэгговскому резонансу, когда волны, отраженные от каждого выступа, складываются в фазе и возникает сильная отраженная волна, амплитуда которой u_{-1} сравнима с амплитудой u_0 . Этот случай требует отдельного исследования.

Необходимо найти амплитуды всех гармоник и волновое число p в области резонанса $k, p \approx Q/2$ при условии $h \rightarrow 0$ или $kh, h/a \ll 1$. Рассмотрим коэффициенты системы (2) и порядок их величины по h . Из (3) следует, что при $m \neq 0, -1$ величина $\zeta(p + Qt)$ имеет нулевой порядок по h , так как отличие зависящего от h волнового числа p от k невелико (в пределе $h = 0$ имеем очевидно $p = k$). Если же $m = 0$ или -1 , то модули $\zeta(p)$ и $\zeta(p - Q)$ убывают вместе с h и, как будет показано ниже, пропорционально h . Асимптотика импеданса $\zeta(k, q)$ при $h \rightarrow 0$ имеет вид [9]

$$\zeta(k, q) = \mu h (k^2 - kq) \frac{\sin[a(k - q)]}{\pi(k - q)}, \quad (7)$$

где опущены квадратичные по h члены. Таким образом, коэффициенты в правой части уравнений (2) линейны по h .

Предположим теперь, что в ряду (1) доминируют гармоники с амплитудами u_0 и u_{-1} , а остальные малы. Тогда в правых частях уравнений (2) можно при $m \neq 0, -1$ оставить только члены с u_0 и u_{-1} . Из этих же уравнений легко затем получить значения остальных амплитуд

$$u_m = \frac{Q[\zeta(p + Qt, p)u_0 + \zeta(p + Qt, p - Q)u_{-1}]}{\zeta(p + Qt)}, \quad m \neq 0, -1. \quad (8)$$

Подставив в (8) выражения (3) и (7) и положив, чтобы не превышать точность расчетов, $p = k = Q/2$, получаем окончательно

$$u_m = -\frac{h}{b\sqrt{m(m+1)}} \{ u_0 \sin(\pi \alpha m) - u_{-1} \sin[\pi \alpha (m+1)] \}, \quad m \neq Q, -1. \quad (9)$$

Из (9) видно, что амплитуды u_m , как и предполагалось, малы по сравнению с u_0 и u_{-1} , линейны по h и убывают с ростом m .

Оставшиеся два уравнения с $m = 0, -1$ системы (2) есть, с учетом (9), уравнения для определения u_0 и u_{-1} . Однако в них, чтобы и здесь не превышать точность расчетов, необходимо оставить лишь старшие члены порядка малости h , что приводит к системе

$$\begin{aligned} \zeta(p)u_0 + Q\zeta(p, p - Q)u_{-1} &= 0, \\ Q\zeta(p - Q, p)u_0 + \zeta(p - Q)u_{-1} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Пренебрежение остальными членами в исходных уравнениях требует некоторого пояснения. Суммы бесконечных рядов, учитывающих влияние гармоник более высокого порядка и выражающихся с помощью (9) через u_0 и u_{-1} , имеют порядок h^2 , так как ряды сходятся, а каждый их член, согласно (7) и (9), имеет порядок h^2 . Члены $Q\zeta(p, p)u_0$ в уравнении с $m = 0$ и $Q\zeta(p - Q, p - Q)u_{-1}$ в уравнении с $m = -1$ имеют более высокий, чем первый порядок малости по h из-за малости вблизи резонанса в (7) при $k = q = p$ или $(p - Q)$ множителя $(k^2 - p^2)$ или $[k^2 - (p - Q)^2]$. Из полученного ниже решения будет ясно, что эти множители имеют квадратичный по h порядок малости.

Условие разрешимости системы (10) есть дисперсионное уравнение собственных волн

$$\zeta(p)\zeta(p - Q) = Q^2\zeta^2(p, p - Q), \quad (11)$$

где импеданс $\zeta(p, p - Q)$ нужно вычислить по асимптотической формуле (7). Проведем дальнейшие упрощения. Представим волновое число в виде суммы

$$p = \frac{Q}{2} + \delta \quad (12)$$

и найдем зависимость поправки δ в (12) от частоты вблизи резонанса, т.е. при $k \approx \approx Q/2$ и $|\delta| \ll Q$. При этих условиях в правой части (11) можно положить $p = k = Q/2$, а в левой с учетом значений импедансов (3)

$$\gamma_0 \equiv \sqrt{p^2 - k^2} = Q\sqrt{\frac{1}{2} - f + \frac{\delta}{Q}}, \quad \gamma_{-1} \equiv \sqrt{(p - Q)^2 - k^2} = Q\sqrt{\frac{1}{2} - f - \frac{\delta}{Q}}, \quad (13)$$

что приводит окончательно к простому уравнению для δ :

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} - f\right)^2 - \left(\frac{\delta}{Q}\right)^2} = \left(\frac{h}{b} \sin \pi\alpha\right)^2. \quad (14)$$

Из уравнения (14) и выражений (13) сразу видно, что имеющие один и тот же порядок малости γ_0 и γ_{-1} линейны по h . Это соответствует сделанным выше предположениям.

Уравнение (14) аналогично полученному в [6] для пологих неровностей в виде трапеций. Однако в отличие от последнего, не содержит членов с порядком малости, превышающем точность расчетов, что позволяет найти аналитическое выражение для поправки к волновому числу

$$\frac{\delta}{Q} = \begin{cases} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} - f\right)^2 - \left(\frac{h}{b} \sin \pi\alpha\right)^4}, & \left|\frac{1}{2} - f\right| \geq \left(\frac{h}{b} \sin \pi\alpha\right)^2, \quad f \geq \frac{1}{2}; \\ i \sqrt{\left(\frac{h}{b} \sin \pi\alpha\right)^4 - \left(\frac{1}{2} - f\right)^2}, & \left|\frac{1}{2} - f\right| < \left(\frac{h}{b} \sin \pi\alpha\right)^2. \end{cases} \quad (15)$$

Знаки радикалов выбраны из условия $p = k$ при $h = 0$. График зависимости величины δ/Q от частоты показан на рис. 2, а для $h/b = 0,1$ и $\alpha = 0,5$. Выражение (15) вблизи резонанса квадратично по h . Из него видно, что на частоте f (или в размерных обозначениях ω), близкой к резонансной $f_0 = 0,5$ (или $\omega_0 = \pi c/b$), поправка к волновому числу чисто мнимая, т.е. поле СПВ (1) экспоненциально падает с ростом x . Для относительных

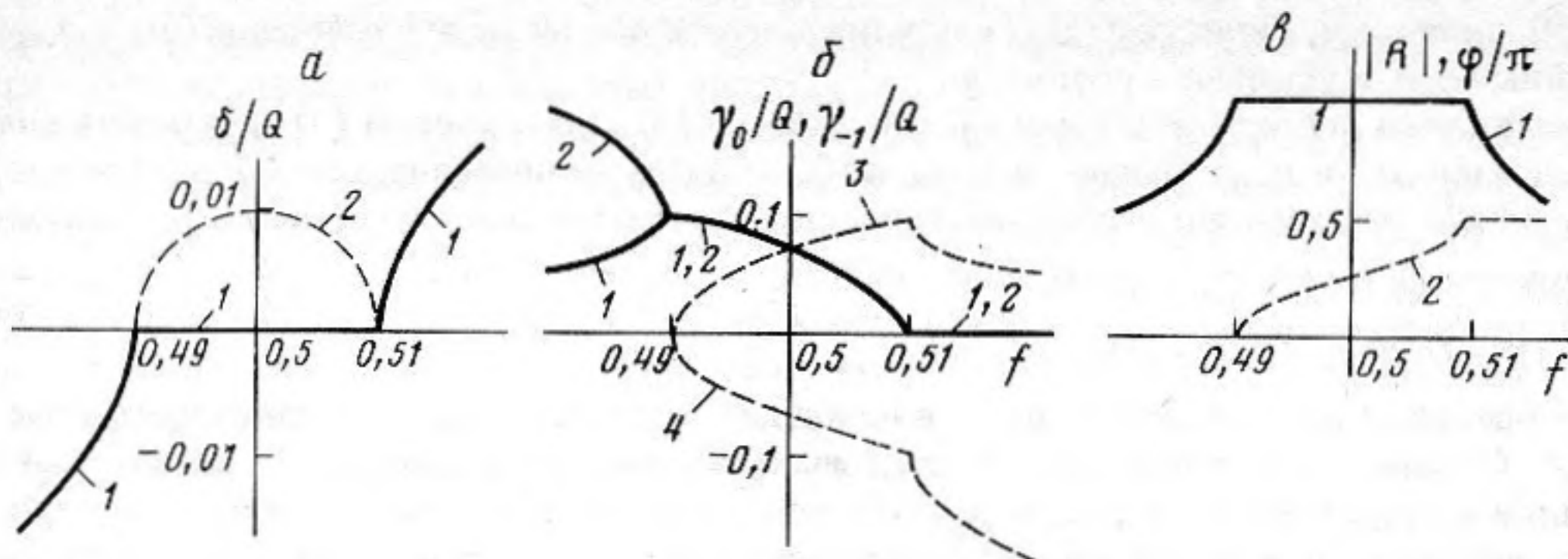


Рис. 2. Частотные зависимости характеристик распространения СПВ при $h/b = 0,1$, $\alpha = 2a/b = 0,5$. *a* – дисперсия вблизи резонанса: 1 – $\text{Re } \delta$, 2 – $\text{Im } \delta$; *б* – коэффициенты затухания поля вглубь подложки: 1 – $\text{Re } \gamma_0$, 2 – $\text{Re } \gamma_{-1}$; 3 – $\text{Im } \gamma_0$, 4 – $\text{Im } \gamma_{-1}$; *в* – отношение амплитуд гармоник: 1 – $|R|$, 2 – φ

отклонений частоты от резонансной полуширина полосы частот непропускания определяется, как это следует из (15), выражением

$$\left| \frac{\Delta f}{f_0} \right| \equiv \left| \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right| = 2 \left(\frac{h}{b} \sin \pi \alpha \right)^2 \quad (16)$$

и квадратична по h , как и в случае неоднородностей пологой формы [5, 6]. При $\alpha = 0,5$ имеем максимальную полуширину полосы непропускания $|\Delta \omega / \omega_0| = 2(h/b)^2$. Этот результат можно сравнить со случаем синусоидальных неровностей, для которых из результатов [5] следует $|\Delta \omega / \omega_0| = (\pi^2/8)(h/b)^2 \approx 1,23(h/b)^2$, т.е. полоса непропускания уже. Максимальный коэффициент затухания волны вдоль решетки $\text{Im } \delta = Q[(h/b) \sin \pi \alpha]^2$ достигается на резонансной частоте. Вне полосы непропускания (16) поправка δ – чисто действительная.

Как видно из (1), поля гармоник с $m \neq 0, -1$ в не слишком большой ($\Delta \omega \ll \omega_0$) окрестности резонансной частоты экспоненциально спадают вглубь подложки с коэффициентами спадания $\gamma_m \equiv \sqrt{(p + Qm)^2 - k^2} \approx Q\sqrt{m(m+1)}$, не зависящими в первом приближении от частоты. Коэффициенты же спадания γ_0 и γ_{-1} основных гармоник поля, как это следует из (13) и (15), вообще говоря комплексны и зависят от частоты (рис. 2, б). На частотах ниже левого края полосы непропускания волновые числа $(\frac{Q}{2} + \delta)$ и $(-\frac{Q}{2} + \delta)$ обеих гармоник вещественны, а соответствующие постоянные затухания γ_0 и γ_{-1} вещественны и положительны, т.е. решение имеет вид поверхностной волны. Внутри полосы непропускания $\gamma_0 = \gamma_{-1}^*$, а постоянные распространения гармоник комплексны. На частотах выше правого края полосы непропускания постоянные распространения вещественны, а значения γ_0 и γ_{-1} становятся чисто мнимыми, причем $\text{Im } \gamma_{-1} < 0$, а $\text{Im } \gamma_0 > 0$, т.е. нулевая гармоника поля не удовлетворяет условиям излучения и представляет собой плоскую волну, приходящую из глубины подложки. Навстречу этой волне от границы распространяется связанная с ней отраженная объемная плоская волна. Углы скольжения θ_0 и θ_{-1} , которые составляют волновые векторы этих волн соответственно $(\frac{Q}{2} + \delta, \text{Im } \gamma_0)$ и $(-\frac{Q}{2} + \delta, \text{Im } \gamma_{-1})$

с осью x определяются соотношениями $\text{tg } \theta_0 = \text{Im } \gamma_0 / (\delta + Q/2)$ и $\text{tg } \theta_{-1} = \text{Im } \gamma_{-1} / (\delta - Q/2)$. На правом краю полосы непропускания $\theta_0 = \theta_{-1} - \pi = \text{arctg} \left(2 \frac{h}{b} \sin \pi \alpha \right)$, т.е. углы скольжения малы.

На рис. 2, в показана частотная зависимость модуля $|R|$ и фазы φ отношения ам-

плитуд связанных гармоник $R = u_{-1}/u_0 = |R| e^{i\varphi}$, имеющего смысл коэффициента отражения волны в бесконечной структуре

$$R = \frac{Q\left(\frac{h}{b} \sin \pi\alpha\right)}{\gamma_{-1}} = \frac{\gamma_0}{Q\left(\frac{h}{b} \sin \pi\alpha\right)}$$

При резонансе $f = 0,5$ фаза $\varphi = \pi/4$, т.е. не зависит от высоты h .

Изображенные на рис. 2 графики по своему виду аналогичны графикам, полученным численным расчетом в работе [6] для случая пологих неровностей трапециевидальной формы. Здесь же все результаты для более сложного случая прямоугольных выступов найдены аналитически. Это обстоятельство связано с использованием импедансного подхода, позволяющего существенно формализовать и облегчить решение, в том числе разобраться в порядках малости характерных величин и избежать превышения точности расчетов.

Отметим, что в проведенном исследовании рассматривались акустические волны. Но все полученные конечные результаты полностью соответствуют электромагнитному случаю ТМ волн под идеальной гофрированной поверхностью той же формы, если только под скоростью c понимать скорость света в вакууме.

Выше проведен анализ брэгговского отражения волн периодической системой прямоугольных выступов малой высоты. Однако система уравнений (2) является точной при произвольных размерах выступов и может быть использована для анализа любого случая соотношений параметров. Влияние каждого выступа на плоскую поверхность подложки учитывается при этом точным выражением (4) для поверхностного импеданса. Введением импеданса задача определения полей в выступе полностью исключается, что существенно облегчает исследование. Более подробное изложение импедансного подхода к задачам распространения и рассеяния поверхностных волн можно найти в книге [12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Auld B.A., Gagnepain J.J., Tan M. Horizontal shear surface waves on corrugated surfaces // Electron. Letters. 1976. V. 12. № 24. P. 650–652.
2. Гуляев Ю.В., Плесский В.П. Медленные поверхностные акустические волны в твердых телах // Письма в ЖТФ. 1977. Т.3. № 5. С. 220–223.
3. Бирюков С.В. Замедление волн прямоугольной гофрой малой высоты // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 1. С. 22–29.
4. Гуляев Ю.В., Плесский В.П. Распространение поверхностных акустических волн в периодических структурах // УФН. 1989. Т. 157. Вып. 1. С. 85–127.
5. Wilcox J.Z., Yen K.H., Wilcox T.J., Evans G. Horizontal shear acoustic waves on layered surfaces with sinusoidal corrugations // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. № 4. P. 2862–2870.
6. Гуляев Ю.В., Плесский В.П., Тен Ю.А. К теории сдвиговых поверхностных волн на периодически неровной поверхности упругого тела // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29. № 7. С. 1301–1305.
7. Бирюков С.В. Уравнение для поверхностного импеданса неоднородной упругой среды // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 3. С. 296–302.
8. Бирюков С.В. Метод импеданса в теории упругих поверхностных волн // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 5. С. 583–590.
9. Бирюков С.В. Квадратичные эффекты при рассеянии поверхностных акустических волн горизонтальной поляризации прямоугольным выступом // Акуст. журн. 1987. Т.33. № 1. С.13–18.
10. Элаши Ш. Волны в активных и пассивных периодических структурах. Обзор // ТИИЭР. 1976. Т. 64. № 12. С. 22–59.
11. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971. 512 с.
12. Бирюков С.В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плесский В.П. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. М.: Наука, 1991. 416 с.

**SHEAR SURFACE WAVES IN PERIODIC STRUCTURE
OF RECTANGULAR PROJECTIONS OF SMALL HEIGHT**

Propagation of shear surface waves in a periodic structure of rectangular projections of the plane surface of a solid is considered. An analysis is conducted proceeding from the exact system of linear algebraic equations for the amplitudes of spatial harmonics. The coefficients of this system are determined by surface impedances of homogeneous and inhomogeneous half-spaces. Dispersion equation for small projections is derived in the case of the Bragg resonance and the analytical solution of this equation is found out. The results obtained earlier for dense periodic structures are given. The calculations are true also in the case of electromagnetic TM waves under an ideal corrugated surface of the same form if the velocity of bulk waves in a solid will be substituted in the formulas for the light velocity in vacuum.

The stop band in the case of rectangular projections is shown to be quadratic with respect to the ratio of unevenness height to the structure period as in the case of sinusoidal unevennesses, but it is broader than in the last case however. The wave structure at the left edge of the stop band is analysed in the case when the wave loses the properties of a surface wave and transforms into two related bulk waves propagating towards each other under a small angle to the solid surface.

The compact consideration of the problem is due to application of impedance method and is based on the solution of the problem of the impedance determination of a single projection solved earlier.