

УДК 534.06.08; 551.463.26

© 1992 г. А.Г. Воронович, В.В. Гончаров, А.Ю. Никольцев,
Ю.А. Чепурин

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАЗЛОЖЕНИЯ
АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПО НОРМАЛЬНЫМ ВОЛНАМ В ВОЛНОВОДЕ:
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И НАТУРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ**

В статье описываются пять различных методов решения задачи о разложении тонального акустического поля, измеренного вертикальной антенной в реальном эксперименте, в набор мод данного волновода. Приводятся результаты численного эксперимента, соответствующего натурному, и исследуются все пять методов на устойчивость к различного рода ошибкам, возникающим в реальных условиях, а также методы сравниваются друг с другом при различных апертурах антенны с фиксированным количеством приемников. В статье демонстрируется работоспособность всех описанных методов в реальном эксперименте, поставленном в Норвежском море с 560-метровой вертикальной антенной, состоящей из 29 эквидистантно расположенных модулей.

При некотором удалении от тонального источника звука акустическое поле $p(x, z)$ в слоистой среде можно представить как сумму нормальных волн или мод данного волновода [1]:

$$p(x, z) = \sum_{j=1} \frac{b_j}{\sqrt{\xi_j x}} \psi_j(z) e^{i\xi_j x}, \quad (1)$$

где ξ_j — собственные числа возникающей краевой задачи, а $\psi_j(z)$ — соответствующие им собственные функции, z — глубина, x — горизонтальное расстояние от точки наблюдения до источника звука, b_j — коэффициент возбуждения j -той моды. Если расстояние x достаточно велико, то в сумме (1) можно оставить лишь первые M членов и пренебречь модами высших номеров, которые довольно быстро затухают из-за взаимодействия с дном океана. Такое представление поля тем более привлекательно, чем ниже частота звука, так как с понижением частоты уменьшается и число слагаемых в формуле (1).

Можно считать, что независимо от способа возбуждения акустическое поле в океане при некотором удалении от источника звука имеет конечное количество степеней свободы, равное количеству распространяющихся мод, и полностью описывается набором из M комплексных чисел. Получить эти числа оказывается возможным, измерив амплитуду и фазу акустического давления в N фиксированных точках океана, например при помощи вертикальной антенны. Пусть

$$a_j = \frac{b_j}{\sqrt{\xi_j x_0}} e^{i\xi_j x_0}, \quad (2)$$

где x_0 — горизонтальное расстояние от источника звука до первого приемника антенны. Тогда

$$\mathbf{p} = \mathbf{H}\mathbf{a}, \quad (3)$$

где $p_i = p(\Delta x_i, z_i)$ — компоненты вектора \mathbf{p} , $H_{ij} = \psi_j(z_i) e^{i\xi_j \Delta x_i}$ — элементы матрицы \mathbf{H} , а Δx_i — горизонтальное смещение i -того приемника антенны относительно

первого в плоскости распространения звука $x_i = x_0 + \Delta x_i$. Если $M < N$, т.е. число мод, эффективно формирующих поле, меньше числа приемников вертикальной антенны, то такая система уравнений, возникающая из реального эксперимента, как правило, несовместна из-за различного рода шумов и неизбежных экспериментальных погрешностей. Будем считать, что в системе (3) число неизвестных равно числу уравнений, т.е. будем искать N коэффициентов возбуждения мод a_i , если же поле было сформировано меньшим числом мод M , то коэффициенты $a_{M+1}, a_{M+2}, \dots, a_N$ следует ожидать близкими к нулю. Домножим обе части равенства (3) на $H^+ = (H^*)^T$:

$$H^+ p = H^+ H a \quad (4)$$

и решим (3) относительно a_i :

$$a = (H^+ H)^{-1} H^+ p. \quad (5)$$

Основная трудность заключается в поиске обратной матрицы к матрице $(H^+ H)$, так как для реальных условий ее детерминант близок к нулю, что приводит к неустойчивости решения при малых флуктуациях вектора наблюдения p . Матрица $(H^+ H)$ есть матрица ортогональности мод на апертуре антенны. Если антенна строго вертикальна, перекрывает весь волновод и количество ее приемников стремится к бесконечности, то $(H^+ H)$ стремится к единичной матрице I . Для дискретной, искривленной в пространстве антенны конечных размеров спектр собственных значений матрицы $(H^+ H)$ резко спадает после некоторого номера s . Один из способов решения системы (3), называемый методом сингулярных разложений (МСР), заключается в составлении матрицы $(H^+ H)^{-1}$ из собственных векторов u_i матрицы $(H^+ H)$, для которых соответствующие им собственные числа λ_i существенно отличны от нуля [2, 3, 4]:

$$(H^+ H)^{-1}_{\text{МСР}} = \sum_{i=1}^s \frac{1}{\lambda_i} u_i (u_i)^+. \quad (6)$$

Общая рекомендация в ограничении спектра собственных значений матрицы $(H^+ H)$ заключается в том, что надо взять такое максимально возможное число s , при котором решение системы (3) этим методом:

$$a = (H^+ H)^{-1}_{\text{МСР}} H^+ p = \left(\sum_{i=1}^s \frac{1}{\lambda_i} u_i (u_i)^+ \right) H^+ p \quad (7)$$

все еще будет устойчиво. В работах [2, 5, 6] автор предлагает ограничить спектр собственных значений на том месте, где собственные числа уменьшились на несколько порядков. Такое ограничение дает устойчивое решение для данных, получаемых в реальном эксперименте.

Число собственных векторов s , участвующих в формировании обратной матрицы (6), зависит от конкретной гидрологии, конфигурации антенны, ее длины, глубины погружения и количества приемников, поэтому МСР можно считать адаптивным методом. Кроме того, выбирая геометрию эксперимента, желательно так разместить приемники антенны, чтобы спад спектра собственных значений матрицы $(H^+ H)$ произошел при возможно больших s , тогда антенна точнее разрешит моды.

К вопросу решения системы (3) можно подходить иначе. Как упоминалось ранее, из-за экспериментальных погрешностей невозможно добиться точного выполнения равенства (3), поэтому попытаемся минимизировать функционал:

$$F(a) = \sum_{i=1}^N \left| p_i - \sum_{j=1}^L a_j \psi_j(z_i) e^{i\xi_j \Delta x_i} \right|^2 \quad (8)$$

по a , L — количество выделяемых мод (очевидно, что разумно брать $M \leq L \leq N$). Приравняв к нулю все частные производные $\partial F / \partial a_i$, получим линейную систему уравнений вида (4), решение которой, как отмечалось, может оказаться неустойчиво относительно p . Системы уравнений такого рода можно регуляризовать, вводя дополнительное условие [7], например потребовать, чтобы одновременно с минимизацией

функционала (8) минимизировалась энергия суммы мод, приближающих поле $\sum_{j=1}^L |a_j|^2$, т.е. искать минимум функционала вида

$$F_p(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N |p_i - \sum_{j=1}^L a_j \psi_j(z_i) e^{i\xi_j \Delta x_i}|^2 + \beta \sum_{i=1}^L |a_i|^2, \quad (9)$$

где β — параметр регуляризации. Минимум этого выражения достигается при \mathbf{a} , удовлетворяющем условию:

$$\mathbf{a} = (H^*H + \beta I)^{-1} H^* \mathbf{p}, \quad (10)$$

где I — единичная матрица. Аналогично МСР параметр β надо уменьшать до тех пор, пока система остается устойчивой к флуктуациям \mathbf{p} .

Абсолютный минимум функционала (8) достигается в какой-то точке пространства значений a_i , а неустойчивость решения заключается в том, что при небольших изменениях p_i эта точка существенно перемещается в некоторой области. Смысл добавки

$\sum_{j=1}^L |a_j|^2$ сводится к тому, что мы стремимся найти решение возможно ближе к началу координат в пространстве a_i , т.е. плавно ограничиваем область возможных a_i .

Если акустическое поле возбуждено в океане точечным гармоническим источником, его глубина z_S известна и на трассе распространения звука применима теория адиабатических мод, то логично искать минимум функционала (8) не вблизи начала координат, а возможно ближе к области $|a_1| = |\psi_1(z_S)|$, $|a_2| = |\psi_2(z_S)|$, ..., $|a_L| = |\psi_L(z_S)|$. Например, будем искать минимум функционала:

$$F_{p\Phi}(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N |p_i - \sum_{j=1}^L a_j \psi_j(z_i) e^{i\xi_j \Delta x_i}|^2 + \beta \sum_{i=1}^L \frac{|a_i|^2}{|\psi_i(z_S)|^2}, \quad (11)$$

т.е. в первую очередь минимизируем амплитуды тех мод, коэффициенты возбуждения которых в источнике малы. Фактически, мы пытаемся, не изменяя существенно распределения амплитуд мод, подобрать их фазы таким образом, чтобы они хорошо приближали измеренное поле p_i . Этот способ разложения поля в набор мод может оказаться полезным в задачах определения параметров среды между антенной и точечным источником звука [8, 9].

Минимум функционала (11) достигается при \mathbf{a} удовлетворяющем условию:

$$\mathbf{a} = (H^*H + \beta \Psi_S)^{-1} H^* \mathbf{p}, \quad (12)$$

где $\Psi_S = \text{diag}(|\psi_1(z_S)|^{-2}, |\psi_2(z_S)|^{-2}, \dots, |\psi_L(z_S)|^{-2})$. Такой способ нахождения a_i в дальнейшем будем называть методом регуляризации фаз (МРФ), а метод (10) — методом энергетической регуляризации (МЭР).

Если размерности матриц (H^*H) в МСР и в МЭР совпадают, то решение МЭР можно выразить через собственные векторы той же матрицы, что в МСР. По определению,

$$(H^*H) \mathbf{u}_i = \lambda_i \mathbf{u}_i. \quad (13)$$

Тогда у матрицы $(H^*H + \beta I)$, возникающей в МЭР, собственными векторами также являются \mathbf{u}_i :

$$(H^*H + \beta I) \mathbf{u}_i = (\lambda_i + \beta) \mathbf{u}_i, \quad (14)$$

а соответствующие им собственные числа $(\lambda_i + \beta)$. Решение системы (3) по МЭР представляется в виде, аналогичном МСР (7):

$$\mathbf{a} = (H^*H + \beta I)^{-1} H^* \mathbf{p} = \left(\sum_{i=1}^L \frac{1}{(\lambda_i + \beta)} \mathbf{u}_i (\mathbf{u}_i)^* \right) H^* \mathbf{p}, \quad (15)$$

но в отличие от МСР в суммировании участвуют не s , а L собственных векторов \mathbf{u}_i и к каждому λ_i добавляется константа β .

Следующий способ нахождения a_i основывается на обращении поля. Пусть все N приемников антенны являются излучателями звука с амплитудами и фазами, равными измеренным p_i . Тогда поле "перед антенной", т.е. поле между антенной и источником, выражается как сумма полей, создаваемых каждым таким излучателем:

$$p(x_S, z_S) = \sum_{i=1}^N p_i(x_i, z_i) p^*(x_S, z_S, x_i, z_i), \quad (16)$$

где $p(x_S, z_S, x_i, z_i)$ — поле, создаваемое излучателем единичной интенсивности, помещенным в точку x_S, z_S , в точке x_i, z_i . Представим $p(x_S, z_S, x_i, z_i)$ как сумму мод:

$$p(x_S, z_S, x_i, z_i) = \sum_{j=1}^L \psi_j(z_S) \psi_j(z_i) \times \frac{e^{i\xi_j(x_i - x_S)}}{\sqrt{\xi_j |x_i - x_S|}}, \quad (17)$$

где $\psi_j(z_S)$ — коэффициент возбуждения j -той моды точечным источником звука, расположенным на глубине z_S . Подставив (17) в (16) и изменив порядок суммирования, получаем при $|\Delta x_i| \ll |x_0 - x_S|$:

$$p(x_S, z_S) = \sum_{j=1}^L \psi_j(z_S) \frac{e^{-i\xi_j(x_0 - x_S)}}{\sqrt{\xi_j |x_0 - x_S|}} \sum_{i=1}^N p_i(x_i, z_i) \psi_j(z_i) e^{-i\xi_j \Delta x_i}. \quad (18)$$

Из этой формулы видно, что искомые коэффициенты возбуждения мод в этом случае выражаются следующим образом:

$$a_j = \sum_{i=1}^N \psi_j(z_i) e^{-i\xi_j \Delta x_i} p_i(x_i, z_i). \quad (19)$$

Или в матричном виде:

$$\mathbf{a} = \mathbf{H}^+ \mathbf{p}. \quad (20)$$

Такой способ решения системы (3) далее будем называть методом алгебраического суммирования (МАС). Решение вида (20) является точным, если $(\mathbf{H}^+ \mathbf{H}) = \mathbf{I}$, поэтому МАС тем эффективнее, чем длиннее антенна и чем больше в ней приемников. Заметим также, что если в (15) $\beta \gg \lambda_i$, то матрица $(\mathbf{H}^+ \mathbf{H} + \beta \mathbf{I})$ близка к единичной и решение МЭР близко к решению МАС.

Минимум функционала (8) можно также искать следующей итерационной процедурой. Положим $a_2 = a_3 = \dots = a_L = 0$ и минимизируем (8), варьируя a_1 . Минимум достигается при

$$a_1^0 = \sum_{i=1}^N \psi_1(z_i) e^{-i\xi_1 \Delta x_i} p(x_i, z_i). \quad (21)$$

Как видно, a_1^0 совпадает с a_1 , вычисленным согласно МАС (с. (19)). Затем из общего поля $p(x_i, z_i)$ вычтем первую моду с коэффициентом a_1^0 :

$$p_1(x_i, z_i) = p(x_i, z_i) - a_1^0 \psi_1(z_i) e^{i\xi_1 \Delta x_i}. \quad (22)$$

Коэффициент возбуждения второй моды a_2 будем определять аналогично (21), но уже по отношению к остаточному полю $p_1(x_i, z_i)$. После чего из $p_1(x_i, z_i)$ вычтем вторую моду с коэффициентом a_2^0 , а из $p_2(x_i, z_i)$ определим a_3^0 и т.д. до a_L^0 . Затем подсчитаем значение функционала (8) с найденными $a_i = a_i^0$ и если его уменьшение по отношению к исходному значению значительно, то повторим процедуру с остаточным полем еще раз, начиная с первой моды и заканчивая L -той. Такие циклы будем повторять до тех пор, пока значение функционала (8) практически не перестанет уменьшаться. Амплитудами мод a_i будем считать суммы $(a_i^0 + a_i^1 + \dots + a_i^{k-1})$, где k — количество итерационных циклов. Во всех рассмотренных нами примерах такой алгоритм довольно быстро сходился, причем определяемые a_i слабо зависели от числа выделяемых из поля мод L , если это число превышало количество мод эффективно

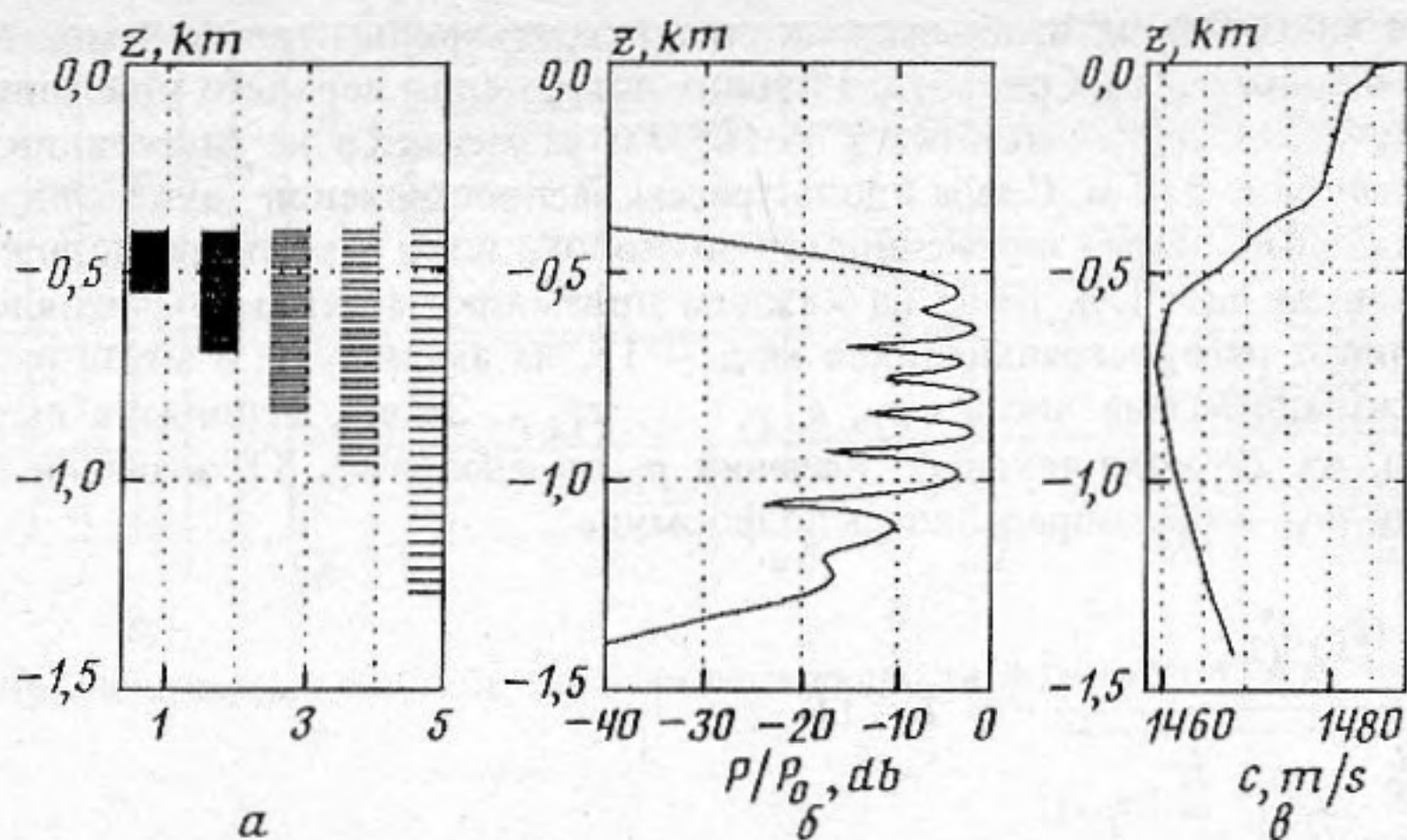


Рис. 1. *a* – пять антенн различной длины, состоящих из 29 приемников (расстояния между приемниками – 5, 10, 15, 20 и 30 м); *б* – вертикальный разрез интенсивности звукового поля на расстоянии 105 км от источника; *в* – профиль скорости звука на трассе

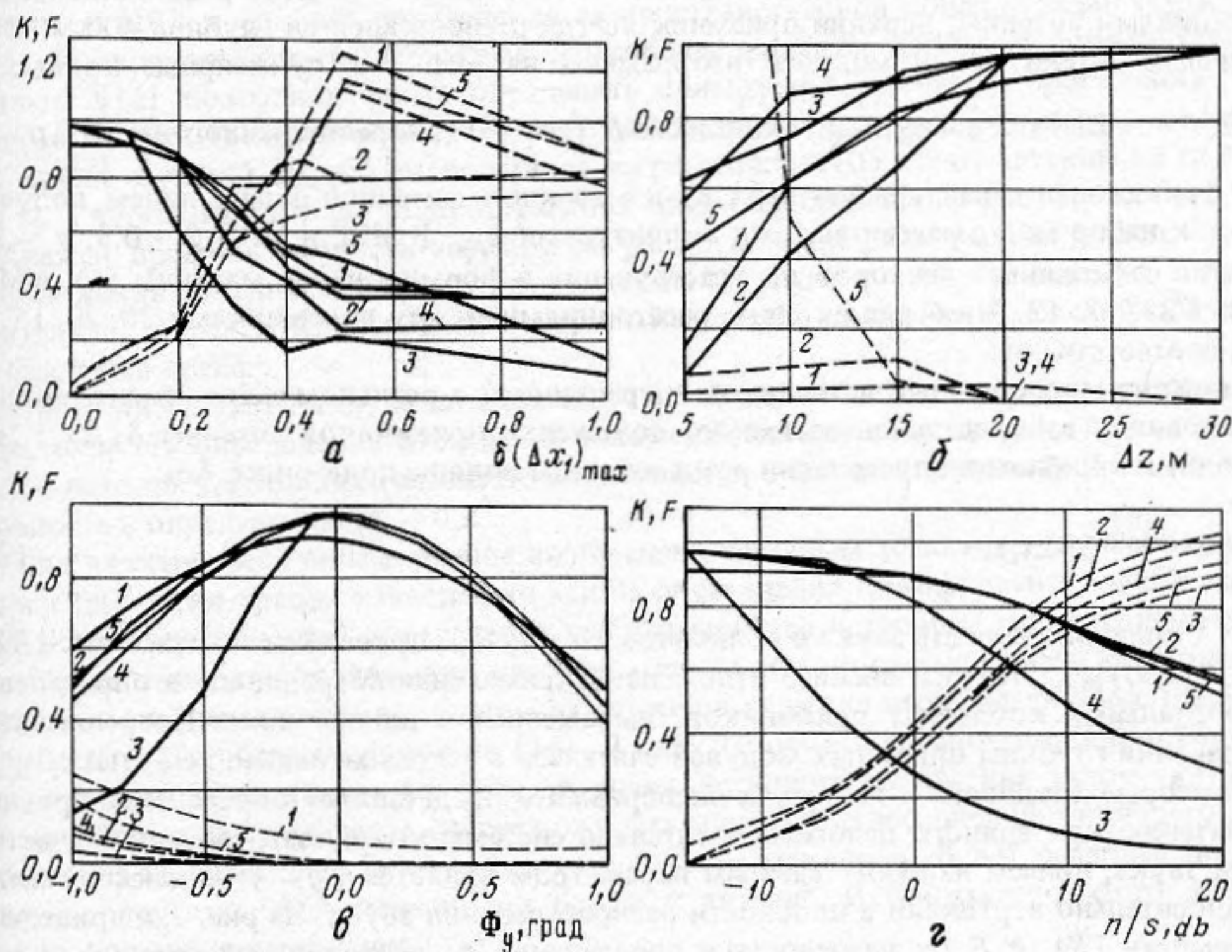


Рис. 2. Для всех графиков 1 относится к МАС, 2 – МПИ, 3 – к МЭР, 4 – к МРФ, 5 – к МСР

сформировавших поле $L > M$. Далее этот метод будем называть методом последовательных итераций (МПИ). Последовательность вычитания из общего поля мод не влияет на результат, если моды ортогональны на апертуре антенны. В рассмотренных нами случаях последовательное вычитание мод с первой по L -тую оказалось оптимальным.

Для сравнения всех пяти методов был поставлен численный эксперимент, который соответствовал натурному (см. ниже). Вертикальная антенна из 29 эквидистантно расположенных приемников помещалась в волновод глубиной 1416 м. Профиль ско-

рости звука в волноводе изображен на рис. 1, в, профили первых 4 мод для частоты $f = 105$ Гц изображены на рис. 3, а. Глубина погружения верхнего приемника антенны 400 м. Излучатель звука частотой $f = 105$ Гц размещался на расстоянии 105 км от антенны на глубине 550 м. Среда вдоль трассы распространения звука считалась слоистой. Вертикальный разрез интенсивности звукового поля в месте расположения антенны изображен на рис. 1, б. Поле на каждом приемнике антенны вычислялось по формуле (1), число распространяющихся мод — 11, их амплитуды в месте расположения антенны — комплексные числа $a_{1T}, a_{2T}, \dots, a_{11T}$. Затем, используя вышеизложенные методы, из 29 комплексных значений p_i определились 11 значений $a_{jЭ}$. Корреляция между a_{jT} и $a_{jЭ}$ определялась по формуле

$$K = \frac{\sum_{j=1}^L (a_{jЭ} a_{jT}^*)}{\sqrt{\sum_{j=1}^L |a_{jЭ}|^2 \sum_{j=1}^L |a_{jT}|^2}}, \quad L = 11. \quad (23)$$

Модуль этого коэффициента всегда меньше единицы и достигает ее лишь в случае, если $a_T = \alpha a_{Э}$, α — комплексная константа. На рис. 2, б приведены зависимости $|K|$ от общей длины антенны для всех методов. По оси абсцисс отложено расстояние между приемниками антенны, верхний приемник всегда располагался на глубине 400 м. Пять различных антенн из 29 модулей изображены на рис. 1, а, пунктирные кривые на рис. 2, б показывают значение функционала F (см. (8)), нормированного на $\sum_{i=1}^L |p_{iЭ}|^2$.

Этот функционал характеризует невязку измеренного антенной поля с полем, полученным как набор мод с рассчитанными амплитудами $a_{jЭ}$. В МЭР и МРФ $\beta = 0,5$, s — количество собственных векторов u_i , участвующих в формировании матрицы (6), в МСР брались 23, 17, 13, 9 и 6 для антенн с расстояниями между приемниками 30, 20, 15, 10 и 5 м соответственно.

Одним из существенных источников погрешностей в реальном эксперименте является неточность в определении взаимного положения приемников антенны $\delta(\Delta x_i)$, что приводит к ошибкам в определении реальной фазы поля на приемнике $\delta\phi_i$:

$$\delta\phi_i \cong \frac{2\pi f}{c} \delta(\Delta x_i), \quad (24)$$

где c — средняя скорость звука в волноводе. На рис. 2, а приведены зависимости $|K|$ и F от $\delta(\Delta x_i)_{\max}$. По оси абсцисс отложена максимальная погрешность в определении горизонтальных координат приемников, выраженная в длинах волн. Погрешность в определении глубины приемных модулей считалась в 10 раз меньшей, чем $\delta(\Delta x_i)_{\max}$.

Некоторые трудности в натурном эксперименте представляет определение ориентации антенны как единого целого относительно системы координат, связанной с источником звука, причем наиболее важным параметром является ϕ_y — угол наклона антенны относительно вертикали в плоскости распространения звука. На рис. 2, в приведены зависимости $|K|$ и F от неточности в определении ϕ_y вертикальной антенны. Асимметрия кривых относительно $\phi_y = 0^\circ$, видимо, связана с тем, что антенна помещена не в центре освещенной зоны, а слегка смещена ближе к источнику звука, т.е. лучи на антенну приходят преимущественно снизу.

На рис. 2, г изображены зависимости модуля коэффициента корреляции (23) и невязки (8) для пяти методов определения $a_{Э}$ в зависимости от отношения шум/сигнал на антенне, причем шум на различных приемниках антенны был некоррелированным. Для рис. 1, а–г $\beta = 0,5$, $L = 11$ для МРФ и МЭР, а в МСР $s = 17$ (см. (7)), число вычисляемых мод по МПИ $L = 20$, расстояние между приемниками антенны 20 м, таким образом, ее общая длина составила 560 м.

В июне 1990 г. в Норвежском море был произведен эксперимент с антенной, состоя-

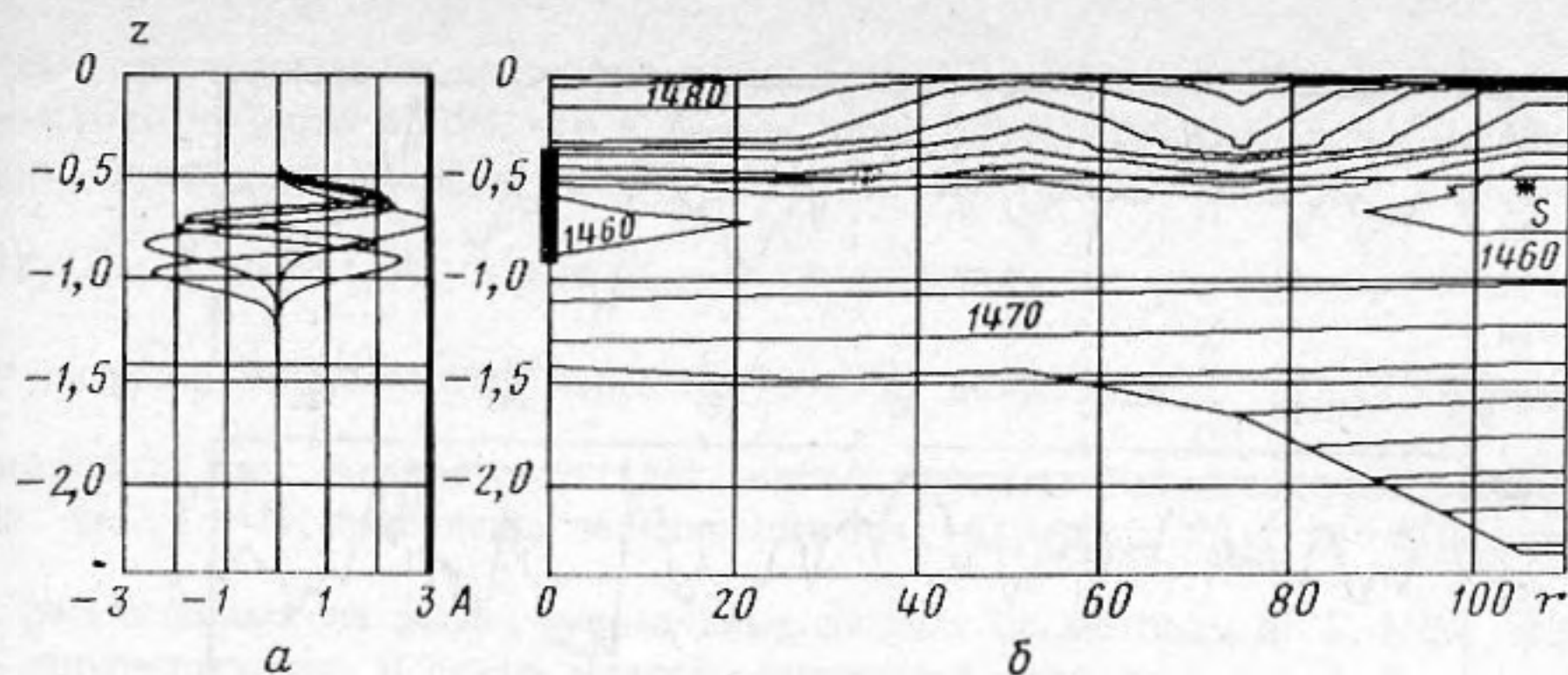


Рис. 3. Профили первых 4 мод и изолинии поля скорости звука в натурном эксперименте

шей из 29 эквидистантно расположенных приемных модулей, общая длина антенны 560 м, глубина погружения верхнего модуля 390 м. Модули антенны измеряли амплитуду и фазу акустического давления на выбранной частоте, а специальная система определяла взаимное положение приемников антенны. Конструкция антенны подробно описана в [10], а система определения ее пространственной конфигурации (ОПКА) в [11]. В описываемом эксперименте дальнейшее развитие ОПКА и дополнительные системы [12] позволили также определять ориентацию антенны в пространстве как единого целого. Таким образом, мы располагали всеми данными для расчета a_i . Источник звука частотой 105 Гц располагался на расстоянии 105 км от антенны на глубине 550 м. Гидрология трассы распространения звука изображена на рис. 3, б, на рис. 1, в изображен профиль скорости звука, а на рис. 3, а — профили первых 4 мод в месте расположения антенны. Источник звука опускался с борта НИС "Академик Иоффе", а антенна с борта НИС "Академик Сергей Вавилов", во время измерений оба судна находились в дрейфе.

Отношение шум/сигнал на антенне было не хуже -15 дБ. По оценкам различного рода, точность определения взаимного положения приемников антенны при наблюдавшихся погодных условиях (волнение моря не более 3 баллов) составила $0,1 \cdot \lambda = 1,5$ м, а точность в определении $\phi_y = 0,2^\circ$.

Если акустическое поле в океане возбуждено точечным тональным источником звука, а гидрология трассы известна, то задача определения коэффициентов возбуждения мод эквивалентна задаче определения местоположения источника звука. В нашем случае определение местоположения источника звука можно рассматривать как критерий правильности нахождения a_3 . Одним из способов решения этой задачи является расчет поля назад, например по формуле (16). В силу теоремы взаимности поля, возбужденные каждым приемником антенны, в точке истинного положения источника звука сфазированы и в этом месте следует ожидать максимума интенсивности общего поля. Однако из-за цилиндрического расхождения этот максимум будет ослаблен по сравнению с другими, расположенными ближе к антенне. Избавиться от этого эффекта можно, нормируя выражение (16):

$$K_{MFP}(x_S, z_S) = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(x_i, z_i) p^*(x_i, z_i, x_S, z_S)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N |p_i(x_i, z_i)|^2 \sum_{i=1}^N |p(x_i, z_i, x_S, z_S)|^2}} \quad (25)$$

Такую безразмерную величину можно рассматривать как коэффициент согласования полей: измеренного $p_{i3} = p_i(x_i, z_i)$ и рассчитанного теоретически из точки предполагаемого положения излучателя x_S, z_S в точку расположения приемных модулей

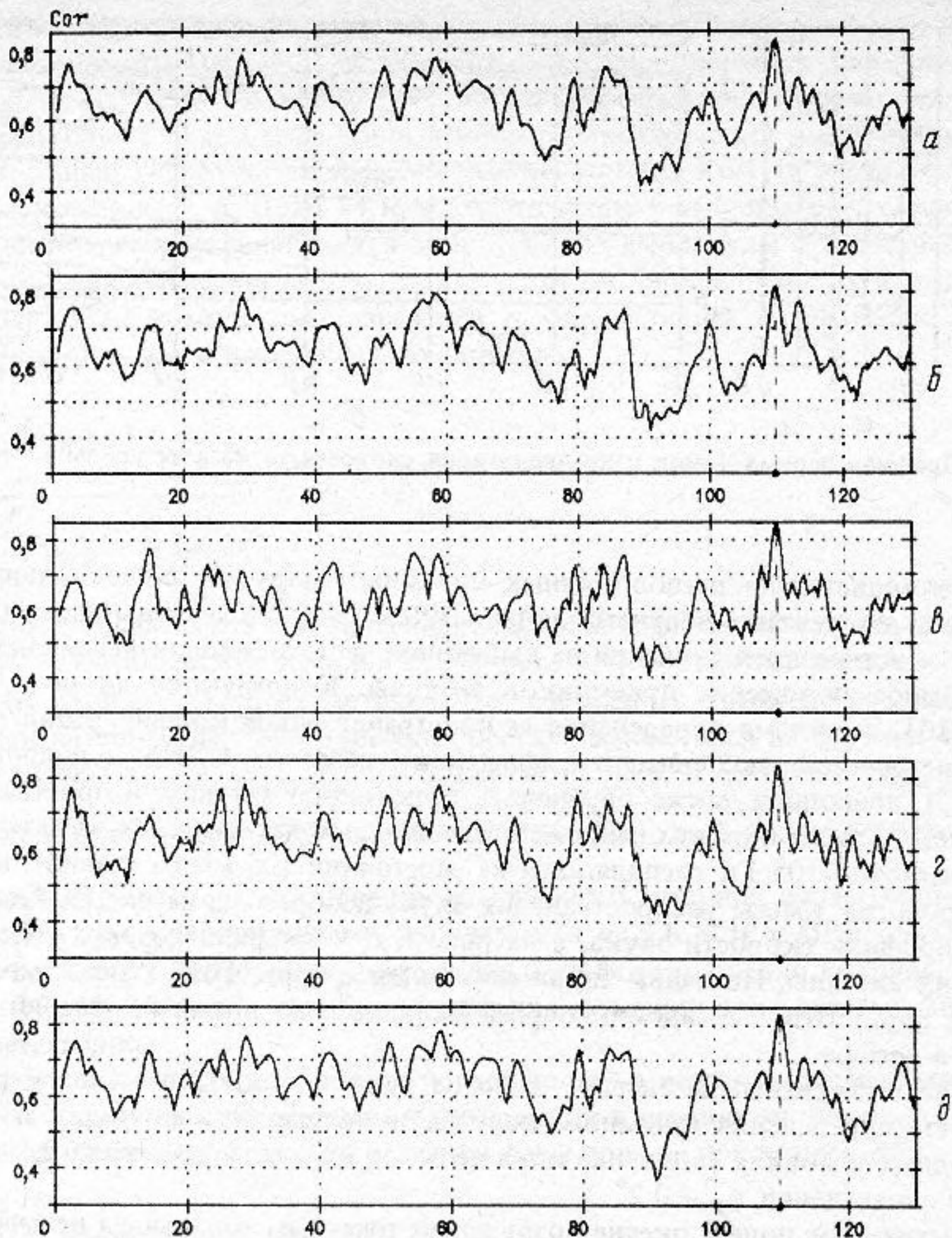


Рис. 4. Согласие амплитуд мод в натурном эксперименте для различных методов определения модового спектра

$x_i, z_i - p(x_i, z_i, x_S, z_S)$. Такой критерий согласования называется критерием Барлетта [15], а способ обнаружения источника – matched-field processing (MFP).

Коэффициент согласования мод (23) можно также рассматривать как функцию от x_S, z_S – координат расположения источника при фиксированных $a_{1Э}$. Аналогично (25) в месте истинного положения источника звука следует ожидать максимума модуля этого коэффициента, так как числитель в формуле (23) есть поле, посчитанное назад по модовой теории с коэффициентами возбуждения мод $a_{1Э}$. Этот способ обнаружения источника называется matched-mode processing (MMP) [2]. Если коэффициенты возбуждения мод определяются по МАС (19), то числитель в формуле (23) совпадает с числителем в формуле (25):

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^L a_{1Э} a_{iT}^* &= \sum_{j=1}^L \left[\sum_{i=1}^N \psi_j(z_i) e^{-i\xi_j \Delta x_i} p_i(x_i, z_i) \right] \left[\psi_j(z_S) e^{-i\xi_j x_0} \right] = \\ &= \sum_{i=1}^N (p_i(x_i, z_i)) \left[\sum_{j=1}^L \psi_j(z_i) \psi_j(z_S) e^{-i\xi_j (\Delta x_i + x_0)} \right] = \sum_{i=1}^N p_i(x_i, z_i) p(x_i, z_i, x_0, z_S), \end{aligned} \quad (26)$$

где x_0 — расстояние до источника звука (см. (2)). Отличие K_{MFR} от K_{MMP} в этом случае состоит лишь в том, что в K_{MFR} поле, посчитанное назад, нормируется на величину, пропорциональную потоку энергии, проходящему через сечение антенны $\sum_{i=1}^N |p_{iT}(x_i, z_i, x_S, z_S)|^2$, а в K_{MMP} — на величину, пропорциональную полному потоку энергии, проходящему через все сечение волновода $\sum_{i=1}^N |a_{iT}|^2$. Второй способ

нормировки, как отмечается в [16], иногда оказывается предпочтительнее первого.

На рис. 4, а–д приведены зависимости $\max_z |K_{MMP}(x_S, z_S)| = |K'_{MMP}(x_S)|$ для a_{13} , рассчитанных из экспериментальных данных по методам МСР, МРФ, МЭР, МПИ, МАС соответственно. Все пять методов получения модового спектра поля дали максимум $|K'_{MMP}|$ на глубине 490 м и на расстоянии 109,5 км от антенны. Неточность по глубине в 60 м и по дистанции в 4,5 км, на наш взгляд, может быть связана с некоторой неточностью в измерении профиля $c(z)$ на трассе распространения звука. В МСР бралось равным 17, в МРФ и МЭР β полагалось равным 1, а L в МПИ бралось равным 20. Число распространяющихся мод, т.е. мод, у которых фазовая скорость меньше, чем скорость звука у дна, оказалось равным 11 и суммирование в (23) производилось до 11. Поле вдоль трассы распространения звука считалось в рамках адиабатического приближения с использованием промежуточных гидрологий, измеренных на трассе.

Все описанные методы разложения акустического поля в набор мод показали свою работоспособность в реальном эксперименте. Выбор какого-либо из них должен основываться на конкретных условиях эксперимента, типах решаемых задач и преобладающих источниках экспериментальных погрешностей. Используя МРФ, МЭР или МСР, следует внимательно подходить к выбору β или s .

Авторы выражают благодарность В.Г. Селиванову, С.А. Дремучеву, А.В. Мохову и В.М. Тарасенко за помощь в проведении натурального эксперимента. В.М. Куртепову за ценные обсуждения, а также К.Ю. Бородину за помощь в обработке результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 264 с.
2. Yang T.C. Effectiveness of mode filtering: A comparison of matched-field and matched-mode processing // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 87. P. 2072–2084.
3. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Т. 1, 2. М.: Мир, 1983. 880 с.
4. Shang E.C. An efficient high-resolution method of source localization processing in mode space // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 86. P. 1960–1964.
5. Yang T.C. A method of range and depth estimation by modal decomposition // J. Acoust. Soc. Amer. 1987. V. 82. P. 1736–1745.
6. Yang T.C. Modal beamforming array gain // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 85. P. 146.
7. Тухонов А.Н., Арсенин В.Д. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.
8. Shang E.C. Ocean acoustic tomography based on adiabatic mode theory // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 85. P. 1531–1537.
9. Tolstoy A., Diachok O., Frazer L.N. Acoustic tomography via matched-field processing // J. Acoust. Soc. Amer. 1991. V. 89. P. 1119–1127.
10. Дремучев С.А., Селиванов В.Г., Чепурин Ю.А. Измерения структуры акустического поля вертикальной антенной // Океанология. 1990. Т. 30. Вып. 5. С. 866–871.
11. Дремучев С.А., Кузнецов В.Н., Куликов А.В., Носов А.В., Селиванов В.Г., Чепурин Ю.А. Распределенная акустическая антенна с системой определения ее пространственной конфигурации // Океанология. 1989. Т. 29. Вып. 2. С. 326–328.
12. Воронович А.Г., Гончаров В.В., Чепурин Ю.А. Измерение спектра мод низкочастотного звукового поля в условиях глубокого моря // Докл. АН СССР. 1991. Т. 317. № 3. С. 723–727.
13. Воронович А.Г., Гончаров В.В., Чепурин Ю.А. Выделение кодового спектра из данных измерения низкочастотного звукового поля вертикальной антенной // XI Всесоюз. акустическая конф. Доклады. Секция Д. М.: АКИН, 1991. Ч. 23–26.
14. Chepurin Yu.A., Goncharov V.V., Voronovich A.G. Experiment on modal decomposition of low-frequency sound field in deep sea // Proceedings of the 19. International Symposium on Acoustical Imaging.

15. *Smith G.B., Feullade C., Del Balzo D.R., Byrne C.L.* A nonlinear matched-field processor for detection and localization of quiet source in a noisy shallow-water environment // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1989. V. 85. P. 1158–1166.
16. *Byrne C.L., Brent R.T., Feullade C., Del Balzo D.R.* A stable data-adaptive method for matched field array processing in acoustic waveguide // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1990. V. 87. P. 2493–2502.

Институт океанологии
им. П.П. Ширшова
Российской Академии наук

Поступила в редакцию
04.11.91

A.G. Voronovich, V.V. Goncharov, A.Yu. Nikoltsev
and Yu.A. Chepurin

COMPARATIVE ANALYSIS OF FIVE METHODS FOR MODAL
DECOMPOSITION OF ACOUSTIC FIELD:
NUMERICAL SIMULATION AND EXPERIMENT

The problem of decomposition of a tonal acoustic field measured by a vertical array into the set of modes of a given waveguide is incorrect for real data usually. Five different methods of the solution of such a problem are described in this article: singular value decomposition, energy regularization, phase regularization, algebraic summation and consequent iterations. The results of the numerical simulation corresponding to real situations are reported here. The sensitivity of these methods to different experimental errors are discussed also. The involved errors are: errors in determination of (reciprocal) receiver positions, in determination of an array orientation relatively the sound source and the noise contained in measured data. The methods are compared also with respect to an array aperture with the constant quantity of receivers. The validity of all five methods is illustrated also by the experiment in the Norwegian Sea using the 560 meters long vertical array of 29 equidistant elements. The sound source in this experiment was located at the range of 105 km and generated an acoustic field at the frequency of 105 Hz. The efficiency of the source range and depth estimation out of determined mode amplitudes was taken as a criterion for the validity of the modal decomposition. All methods gave the source range and depth values close to the true location of the source despite the differences in the five approaches to the incorrect problem.