

УДК 537.874.6

© 1992 г. А.Г. Яровой

РАССЕЯНИЕ ВОЛН НА ПРОНИЦАЕМЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ В ОТКРЫТЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

Предложен алгоритм численного решения двумерной задачи дифракции волн на проницаемой неоднородности в плоскостой среде. Рассмотрено рассеяние моды однородного слоя на эллиптическом цилиндре, расположенном внутри слоя.

Рассеяние волн на различных неоднородностях (отдельных детерминированных телах, случайных ансамблях тел, неровностях границ) в слоистой волноведущей среде является одной из наиболее актуальных проблем акустики океана [1–3]. Настоящая работа посвящена численному решению двумерной задачи дифракции звуковых волн на проницаемом цилиндре, расположенном в волноведущем слое произвольной плоскостой среды. Размеры поперечного сечения цилиндра считаются сравнимыми с длиной волны. Для теоретического решения подобной задачи наиболее часто применяются методы интегральных уравнений, которые формулируются относительно неизвестных полей внутри [4, 5] или на поверхности [6, 7] тела. Численные исследования процессов рассеяния на телах резонансного размера в слоистой среде к настоящему времени выполнены лишь для абсолютно отражающих объектов [6, 7] или проницаемых круговых цилиндров [8, 9]. Мы использовали более совершенную модель тела, представляющую собой однородный цилиндр с поперечным сечением, заданным произвольной гладкой кривой.

Отличительными особенностями предлагаемого алгоритма являются: во-первых, применение системы интегральных уравнений, полученной на основе формулы Грина; во-вторых, использование функций Грина пространственно неоднородной среды в ядрах интегральных уравнений; в-третьих, способ дискретизации системы интегральных уравнений. На примере задачи рассеяния моды однородного слоя в трехслойной кусочно-однородной среде на эллиптическом цилиндре проиллюстрирована работоспособность и эффективность алгоритма.

Опишем материальные характеристики среды, занимающей все трехмерное пространство $\mathbf{R} = (x, y, z)$, $-\infty < x, y, z < \infty$ комплексно-значными функциями η, k , имеющими смысл плотности и локального волнового числа соответственно. Положим, что функции η, k зависят лишь от вертикальной координаты y , причем

$$\eta(y) = \begin{cases} \eta_e, & y > 0, \\ \eta_s(y), & b < y < 0, \\ \eta_c, & y < b, \end{cases} \quad k(y) = \begin{cases} k_e, & y > 0, \\ k_s(y), & b < y < 0, \\ k_c, & y < b, \end{cases}$$

где $\eta_s(y), k_s(y)$ – кусочно-непрерывные функции, заданные в интервале $b < y < 0$ ($b < 0$). Пусть сторонние монохроматические ($\exp(-i\omega t)$) источники, распределение которых не зависит от координаты z , создают в описанной регулярной среде поле $U_0(\mathbf{R})$. Рассмотрим рассеяние первичного поля U_0 на проницаемом цилиндре, образующая которого параллельна оси Oz , а поперечное сечение ограничено замкнутой кривой Ляпунова Σ [6]. Материальные параметры цилиндра зададим комплексно-значными величинами η_p, k_p . Область локализации сторонних источников считается расположенной снаружи от Σ , а функция $\eta_s(y)$ – постоянной во всей области S внутри контура Σ .

Полное поле $U(\mathbf{r})$, $\mathbf{r} = (x, y, 0)$ удовлетворяет граничной задаче

$$[\eta(y)\nabla\eta^{-1}(y)\nabla + k^2(y)](U(\mathbf{r}) - U_0(\mathbf{r})) = 0, \quad \mathbf{r} \notin \bar{S}, \quad (1.1)$$

$$[\nabla^2 + k_p^2]U(\mathbf{r}) = 0, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (1.2)$$

$$\{U\} = \{\eta^{-1}\partial_n U\} = 0, \quad \mathbf{r} \in \Sigma, \quad (1.3)$$

с модифицированными условиями излучения [7] для функции $U_s \equiv U - U_0$ при $|\mathbf{r}| \rightarrow \infty$. Здесь \bar{S} — замыкание области S ($\bar{S} = S + \Sigma$), $\{U\} = U_2 - U_1$, где U_1 (U_2) — предельное значение функции U снаружи (изнутри) кривой Σ , $\nabla \equiv x_0\partial_x + y_0\partial_y$ — двумерный оператор "набла", ∂_n — производная по внешней нормали к контуру Σ , условия непрерывности функции U и ее градиента, деленного на $\eta(y)$, на возможных границах раздела считаются встроенными в (1.1).

Введем функции Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, $G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ как решения краевых задач

$$[\eta(y)\nabla\eta^{-1}(y)\nabla + k^2(y)]G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \eta(y)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad -\infty < x, y < \infty, \quad (2)$$

$$[\nabla^2 + k_p^2]G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \eta_p\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad -\infty < x, y < \infty.$$

удовлетворяющие условию излучения при $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty$. Функции η_p, k_p в уравнении (2) считаются продолженными из области S во все пространство \mathbf{R} . Функции Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, $G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ для рассматриваемого случая приведены, например, в [10, 11]. Отметим лишь, что при $b < y, y' < 0$ имеют место представления

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \eta_s(y) \ln |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| / (2\pi) + g(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (3)$$

$$G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \eta_p H_0^{(1)}(k_p |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) / (4i),$$

где $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — регулярная ограниченная функция переменных \mathbf{r}, \mathbf{r}' :

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\int_0^\infty d\kappa [\Psi^+(y_>, \kappa) \Psi^-(y_<, \kappa) \cos(\kappa(x - x'))] / (\pi \Delta(\kappa)) - \eta_s(y) \ln |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| / (2\pi). \quad (4)$$

В этой формуле $y_< \equiv \min(y, y')$, $y_> \equiv \max(y, y')$, функции $\Psi^\pm(y, \kappa)$ — произвольные решения уравнения

$$[\eta(y)\partial_y\eta^{-1}(y)\partial_y + k^2(y) + \lambda]\Psi(y, \kappa) = 0, \quad -\infty < y < \infty, \quad (5)$$

удовлетворяющие условию излучения при $y \rightarrow +\infty$ (Ψ^+) и $y \rightarrow -\infty$ (Ψ^-), спектральные параметры κ, λ связаны соотношением $\lambda = -\kappa^2$, $\text{Im} \kappa \geq 0$, коэффициент $\Delta(\kappa) = \eta^{-1}(y)[\Psi^+(y, \kappa)\partial_y\Psi^-(y, \kappa) - \Psi^-(y, \kappa)\partial_y\Psi^+(y, \kappa)]$. Согласно работе [12], поле U и его нормальная производная на внутренней стороне контура Σ удовлетворяют системе интегральных уравнений:

$$U(\mathbf{r}_0) + \int_\Sigma dl [U(\mathbf{r})(\eta^{-1}(\mathbf{r})\partial_n G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - \eta_p^{-1}\partial_n G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)) - \partial_n U(\mathbf{r})\eta_p^{-1}(G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0))] = U_0(\mathbf{r}_0), \quad (6)$$

$$(\eta(\mathbf{r}) + \eta_p)\partial_n U(\mathbf{r}_0) / (2\eta_p) + \int_\Sigma dl [U(\mathbf{r})(\eta^{-1}(\mathbf{r})\partial_{n0}\partial_n G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - \eta_p^{-1}\partial_{n0}\partial_n G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)) - \partial_n U(\mathbf{r})\eta_p^{-1}(\partial_{n0}G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - \partial_{n0}G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0))] = \partial_{n0}U_0(\mathbf{r}_0),$$

которая представляет собой систему уравнений II-рода типа Фредгольма и имеет единственное решение в классе дифференцируемых функций с равномерно непрерывными по Гельдеру производными [13].

Выделяя логарифмические особенности ядер интегральных уравнений (6) и полагая известным параметрическое задание контура Σ : $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\tau)$, где параметр τ при полном обходе вокруг Σ увеличивается на 2π , преобразуем систему (6) к виду

$$\varphi(\tau_0) + \int_0^{2\pi} d\tau [\varphi(\tau)K_2(\tau, \tau_0) - \psi(\tau)K_1(\tau, \tau_0)] |\mathbf{r}'(\tau)| +$$

$$+ (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} d\tau (\eta(\tau) - \eta_p) \psi(\tau) \ln |\sin((\tau - \tau_0)/2)| |\mathbf{r}'(\tau)| = U_0(\tau_0), \quad (7)$$

$$(\eta(\tau_0) + \eta_p) \psi(\tau_0) / (2\eta_p) + \int_0^{2\pi} d\tau [\varphi(\tau) K_4(\tau, \tau_0) - \psi(\tau) K_3(\tau, \tau_0)] |\mathbf{r}'(\tau)| - \\ - (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} d\tau (k_p^2 - k^2(\tau)) \varphi(\tau) \ln |\sin((\tau - \tau_0)/2)| |\mathbf{r}'(\tau)| = \partial_n U_0(\tau_0).$$

Здесь через φ , ψ обозначены значения поля U и его нормальной производной на внутренней стороне контура Σ , $K_1 \dots K_4$ — ограниченные и непрерывные функции переменных $\tau, \tau_0 \in [0, 2\pi]$:

$$K_1(\tau, \tau_0) = -H_0^{(1)}(k_p |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) / (4i) + (\eta(\mathbf{r}) \ln |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| / (2\pi) - \\ - (\eta(\mathbf{r}) - \eta_p) \ln |\sin((\tau - \tau_0)/2)| / (2\pi) + g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)), \\ K_2(\tau, \tau_0) = \cos((\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \hat{\mathbf{n}}) [k_p H_1^{(1)}(k_p |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) / (4i) + (2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)^{-1}] + \\ + \partial_n g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) / \eta(\mathbf{r}), \quad (8) \\ K_3(\tau, \tau_0) = -\cos((\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \hat{\mathbf{n}}_0) [k_p H_1^{(1)}(k_p |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) / (4i) + \eta(\mathbf{r}) / (2\pi \eta_p |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)] + \\ + \partial_{n_0} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) / \eta_p, \\ K_4(\tau, \tau_0) = -[k_p^2 (H_0^{(1)}(k_p |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \cos(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}_0) - (2i) \ln |\sin((\tau - \tau_0)/2)| / \pi) / (8i) + \\ + [k_p^2 H_2^{(1)}(k_p |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) / (8i) + (2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^2)^{-1}] \cos((\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \hat{\mathbf{n}}_0 + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \hat{\mathbf{n}}) + \\ + \eta^{-1}(\mathbf{r}) \partial_n \partial_{n_0} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0), \\ \mathbf{r} \equiv \mathbf{r}(\tau), \quad \mathbf{r}_0 \equiv \mathbf{r}_0(\tau).$$

Представим неизвестные функции $\varphi(\tau)$, $\psi(\tau)$ в виде рядов Фурье

$$\varphi(\tau) = \sum_n \varphi_n \exp(in\tau), \quad \psi(\tau) = \sum_n \psi_n \exp(in\tau), \quad (9)$$

где суммирование проводится по всем n от $-\infty$ до ∞ . Разложим в ряд Фурье и ядра интегральных уравнений (7):

$$\ln |\sin((\tau - \tau_0)/2)| = -(1/2) \sum_n L_n \exp(in(\tau - \tau_0)), \quad L_0 = 2 \ln 2, \quad L_n = |n|^{-1}, \quad n \neq 0,$$

$$(\eta(\tau) - \eta_p) |\mathbf{r}'(\tau)| = \sum_n M_n^{(1)} \exp(in\tau),$$

$$2\eta_p (\eta(\tau_0) + \eta_p)^{-1} (k_p^2 - k^2(\tau)) |\mathbf{r}'(\tau)| = \sum_n \sum_m M_{nm}^{(2)} \exp(in\tau + im\tau_0), \quad (10)$$

$$K_j(\tau, \tau_0) |\mathbf{r}'(\tau)| = \sum_n \sum_m K_{nm}^{(j)} \exp(in\tau + im\tau_0), \quad j = 1, 2,$$

$$K_j(\tau, \tau_0) 2\eta_p |\mathbf{r}'(\tau)| / (\eta(\tau_0) + \eta_p) = \sum_n \sum_m K_{nm}^{(j)} \exp(in\tau + im\tau_0), \quad j = 3, 4.$$

Подставляя (9)–(10) в (7) и пользуясь ортогональностью системы функций $\exp(in\tau)$ на отрезке $0 \leq \tau \leq 2\pi$, получаем бесконечную систему алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\varphi_m - (1/2) \sum_n M_{m-n}^{(1)} L_{-m} \psi_n + 2\pi \sum_n (K_{-nm}^{(2)} \varphi_n - K_{-nm}^{(1)} \psi_n) = \alpha_m,$$

$$\psi_m + (1/2) \sum_n \varphi_n \sum_p M_{-p-nm+p}^{(2)} L_p + 2\pi \sum_n (K_{-nm}^{(4)} \varphi_n - K_{-nm}^{(3)} \psi_n) = \beta_m, \quad (11)$$

где α_m, β_m — коэффициенты фурье-функций $U_0(\tau)$, $2\eta_p \partial_n U_0(\tau) / (\eta(\tau) + \eta_p)$. Полученная СЛАУ (11) является фредгольмовой, поэтому ее можно решать методом редукции с наперед заданной точностью.

Для нахождения рассеянного поля снаружи цилиндра воспользуемся представлением функции Грина в виде разложения по собственным функциям поперечного сечения [10]

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\lambda} \frac{\tilde{\Psi}(y, \lambda) \tilde{\Psi}(y', \lambda)}{N^2(\lambda)} \frac{\exp(i\kappa |x - x'|)}{2i\kappa},$$

$$\kappa = \sqrt{-\lambda}, \quad \text{Im}(\kappa) \geq 0, \quad (12)$$

где под знаком \sum понимается сумма по собственным значениям λ_k дискретной части спектра плюс интеграл $\int d\lambda$ по непрерывной части спектра задачи, описываемой уравнением (5) и граничными условиями $|\tilde{\Psi}(y, \lambda)| < \infty$ при $y \rightarrow \pm\infty$. Нормировочный коэффициент $N^2(\lambda)$ определен соотношением

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy \tilde{\Psi}(y, \lambda) \tilde{\Psi}(y, \lambda') / \eta(y) = N^2(\lambda) \delta_{\lambda\lambda'},$$

$\delta_{\lambda\lambda'}$ — дельта-функция Кронекера или Дирака. Подставляя выражение (12) в формулу Грина, получим разложение рассеянного поля $U_s(\mathbf{r})$ по собственным волнам регулярной среды:

$$U_s(\mathbf{r}) = \begin{cases} \sum_{\lambda} C^+(\lambda) \tilde{\Psi}(y, \lambda) \exp(i\kappa x), & x > x_2, \\ \sum_{\lambda} C^-(\lambda) \tilde{\Psi}(y, \lambda) \exp(-i\kappa x), & x < x_1, \end{cases} \quad (13)$$

где x_1 (x_2) — минимальное (максимальное) значение координаты x в области S , а коэффициенты разложения $C^{\pm}(\lambda)$ имеют вид

$$C^{\pm}(\lambda) = (2i\eta_p \kappa N^2(\lambda))^{-1} \int_0^{2\pi} d\tau \exp(\pm i\kappa x) [\varphi(\tau) (\partial_y \tilde{\Psi}(y', \lambda) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{y}_0) \mp \mp i\kappa (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}_0) \Psi(y', \lambda) - \psi(\tau) \tilde{\Psi}(y', \lambda))] |\mathbf{r}'(\tau)|. \quad (14)$$

Здесь \mathbf{n} — внешняя нормаль к контуру Σ .

В дальней зоне цилиндра вне слоя $b < y < 0$, вычисляя методом перевала интеграл по непрерывному спектру в (13) или подставляя в формулу Грина геометрическое приближение функции Грина (3)–(4), перейдем к следующим выражениям для плотности потока энергии рассеянного поля $P_s \equiv \omega \text{Im}(U_s^* \nabla U_s) / (2\eta)$:

$$P_s(L, \theta) = \frac{ck_0^2}{4\pi\eta_e\eta_p^2} \frac{\sin^2\theta}{k_0L} \left| \frac{\Psi^+(0, \kappa_s)}{\Delta(\kappa_s)/k_0} \right|^2 \left| \int_0^{2\pi} d\tau \exp(-i\kappa_s(x - x_c)) [\varphi(\tau) (\partial_y \Psi^-(y, \kappa_s) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{y}_0) - i\kappa_s (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}_0) \Psi^-(y, \kappa_s) - \psi(\tau) \Psi^-(y, \kappa_s)] |\mathbf{r}'(\tau)| \right|^2, \quad (15)$$

$$y > 0, \quad \kappa_s = k_0 \cos\theta,$$

$$P_s(D, \vartheta) = \frac{ck_c^2}{4\pi\eta_c\eta_p^2} \frac{\sin^2\vartheta}{k_0D} \left| \frac{\Psi^-(b, \kappa_s)}{\Delta(\kappa_s)/k_0} \right|^2 \left| \int_0^{2\pi} d\tau \exp(-i\kappa_s(x - x_c)) [\varphi(\tau) (\partial_y \Psi^+(y, \kappa_s) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{y}_0) - i\kappa_s (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}_0) \Psi^+(y, \kappa_s) - \psi(\tau) \Psi^+(y, \kappa_s)] |\mathbf{r}'(\tau)| \right|^2,$$

$$y < b, \quad \kappa_s = k_c \cos\vartheta.$$

Здесь c — скорость звука в полупространстве $y > 0$, L и θ (D и ϑ) — радиус и азимутальный угол, отсчитываемый от положительного направления оси Ox , полярной системы координат с центром в точке $x = x_c, y = 0$ ($y = b$):

$$L = \sqrt{(x - x_c)^2 + y^2}, \quad \sin\theta = y/L; \quad D = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - b)^2}, \quad \sin\vartheta = (b - y)/D.$$

В качестве примера рассмотрим задачу рассеяния на цилиндре эллиптического по-

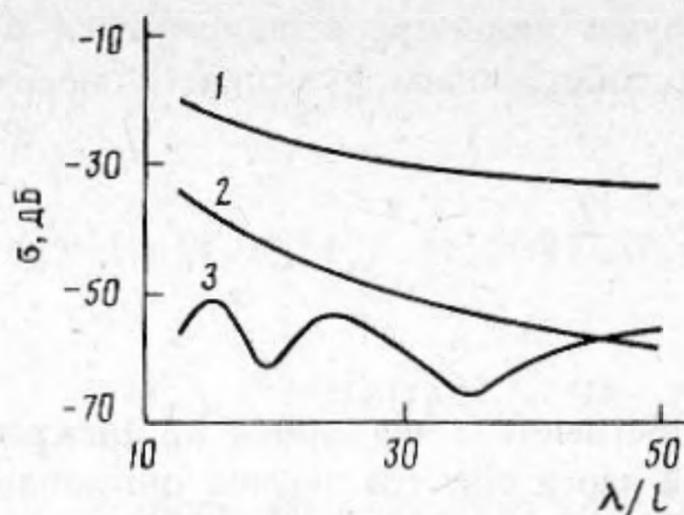


Рис. 1. Частотная зависимость сечений рассеяния основной моды слоя: 1 - σ_r , 2 - σ_d^+ , 3 - σ_d^- ($a/l = 20$; $n = 0,25$; $|b/l| = 60$; $y_p = |b|/2$; $k_c = k_e = k_p$; $\eta_c = \eta_e = \eta_s$; $k_s/k_p = 1,05$; $\eta_p/\eta_s = 1,1$)

перечного сечения собственной моды однородного диэлектрического слоя, разделяющего два однородных полупространства. Такая модель используется для описания волноведущих слоев в океане [2]. Функции $\eta_s(y)$, $k_s(y)$ в данном случае равны константам η_s , k_s соответственно. Функция Грина $G(r, r')$ для рассматриваемого случая приведена, например, в [6, 7]. Поперечное сечение цилиндра, расположенного в слое $b < y < 0$, было ограничено кривой $r(\tau) = r_c + a(\cos \tau x_0 + h \sin \tau y_0)$, $r_c = (0, -y_p)$. Первичное поле имеет вид

$$U_0(\mathbf{r}) = \tilde{\Psi}(y, \lambda_0) \exp(ik_0 x) / N^2(\lambda_0),$$

где функция $\tilde{\Psi}(y, \lambda_0)$ равна

$$\tilde{\Psi}(y, \lambda_0) = \begin{cases} \exp(-\rho_e y), & y > 0 \\ \cos(\gamma y) - \eta_s \rho_e \sin(\gamma y) / (\eta_e \gamma), & b < y < 0, \\ [\cos(\gamma b) - \eta_s \rho_e \sin(\gamma b) / (\eta_e \gamma)] \exp(\rho_c (y - b)), & y < b, \end{cases}$$

а κ_0 есть одно из решений дисперсионного уравнения

$$\eta_s \gamma (\eta_c \rho_e + \eta_e \rho_c) \cos(\gamma b) - (\eta^2 \rho_e \rho_c - \eta_e \eta_c \gamma^2) \sin(\gamma b) = 0, \quad \rho_{c,e} = \sqrt{\kappa^2 - k_{c,e}^2}, \\ \gamma = \sqrt{k_s^2 - \kappa^2}, \quad \text{Re } \rho_{c,e} \geq 0, \quad \text{Im } \gamma \geq 0.$$

Поле, рассеянное в полупространства $y > 0$ и $y < b$, характеризовалось индикатрисами рассеяния $\sigma_s^+ \equiv \lim_{L \rightarrow \infty} (LP_s(L, \theta) / \tilde{P}_0)(y > 0)$, $\sigma_s^- \equiv \lim_{D \rightarrow \infty} (DP_s(D, \vartheta) / \tilde{P}_0)(y < b)$, где коэффициент \tilde{P}_0 полагался равным квадрату модуля поля на верхней (σ_s^+) или нижней (σ_s^-) границе слоя, и полным сечением рассеяния в волны излучения $\sigma_r = \int_0^\pi \sigma(\theta) d\theta$. Рассеяние в собственные волны слоя описывалось сечениями рассеяния $\sigma_k^\pm \equiv P_k^\pm / P_0$, где $P_k^\pm(P_0)$ - полный поток энергии, переносимый через поперечное сечение среды k -й модой рассеянного поля (первичного поля U_0)

$$P_k^\pm = \frac{\omega}{2} \kappa_k |C^\pm(\lambda_k)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} dy \text{Im}(\tilde{\Psi}^*(y, \lambda_k) \tilde{\Psi}(y, \lambda_k)) / \eta(y),$$

$$P \equiv \frac{\omega}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \text{Im}(U_0^* \partial_x U_0) / \eta(y).$$

Знак "+" соответствует рассеянию вперед (относительно направления распространения первичного поля), знак "-" - рассеянию назад. Полное сечение рассеяния в собственные волны слоя $\sigma_d^\pm = \sum_k \sigma_k^\pm$. Частотная зависимость сечений рассеяния эллиптического цилиндра представлена на рис. 1. Цилиндр возбуждался основной модой слоя. Полное сечение рассеяния в волны излучения существенно превосходит сечение рассеяния в собственные моды слоя, что свидетельствует о необходимости учета (при решении задачи рассеяния) излучения энергии из волноводного канала и о некорректности

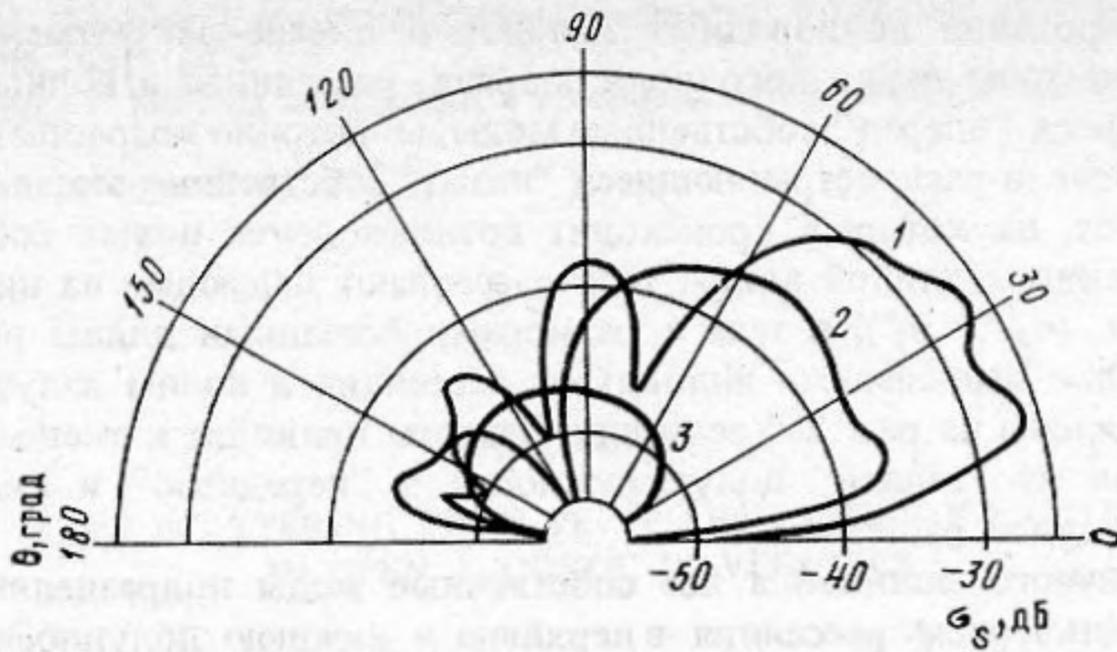


Рис. 2. Индикатрисы рассеяния основной моды слоя в верхнее полу-пространство ($\lambda/l = 18,85$ (1), $25,13$ (2), $62,83$ (3); $a/l = 20$; $h = 0,25$; $|b/l| = 60$; $y_p = |b|/2$; $k_c = k_e = k_p$; $\eta_c = \eta_e = \eta_s$; $k_s/k_p = 1,05$; $\eta_p/\eta_s = 1,1$)

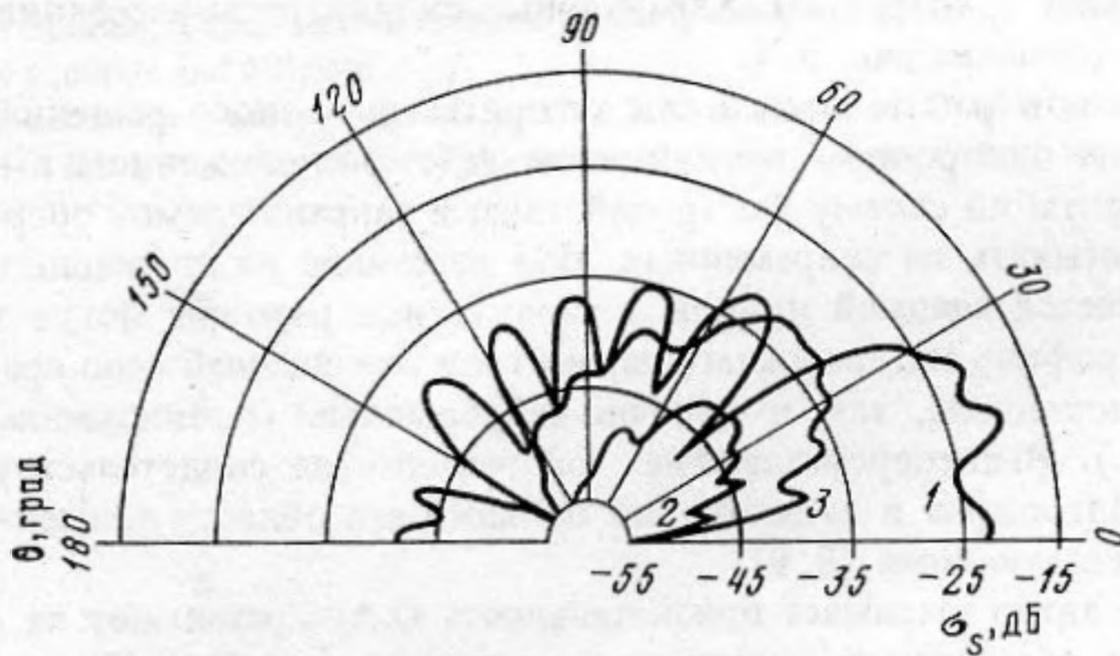


Рис. 3. Индикатрисы рассеяния k -й моды слоя (1 - $k = 1$, 2 - $k = 2$, 3 - $k = 6$) ($k_e a = 20$; $h = 0,25$; $k_e |b| = 60$; $y_p = |b|/2$; $k_c = k_e = k_p$; $\eta_c = \eta_e = \eta_s$; $k_s/k_p = 1,05$; $\eta_p/\eta_s = 1,1$)

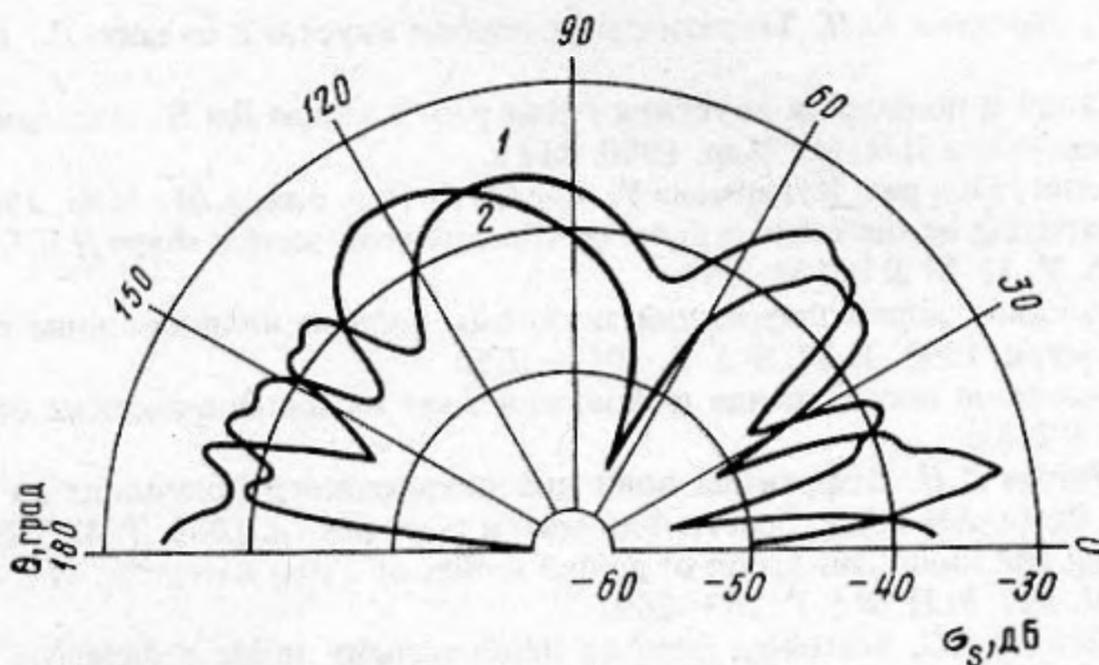


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, но при $k_e a = 5$, $h = 4$ (1 - $k = 1$, 2 - $k = 2$)

попыток моделирования волноводных каналов в океане закрытыми волноводами. С увеличением частоты первичного поля энергия, рассеянная в волны излучения и в распространяющиеся "вперед" собственные моды, монотонно возрастает. В то же время энергия, рассеянная в распространяющиеся "назад" собственные моды, имеет минимумы вблизи частот, на которых происходит возникновение новых собственных мод. Малые по сравнению с длиной волны тела рассеивают падающее на них поле преимущественно назад ($\sigma_k^- > \sigma_k^+$), а тела с размерами большими длины волны — вперед ($\sigma_k^+ > \sigma_k^-$). Угловые зависимости индикатрис рассеяния в волны излучения на разных частотах представлены на рис. 2. Увеличение частоты приводит к смещению максимума рассеянного поля из "задней" полуокружности в "переднюю" и увеличению числа лепестков индикатрисы рассеяния.

Для симметричного волновода все собственные моды подразделяются на четные и нечетные. Индикатрисы рассеяния в верхнюю и нижнюю полуплоскости для тела, расположенного симметрично относительно оси волновода, оказываются одинаковыми при возбуждении как четными, так и нечетными собственными модами. Индикатрисы рассеяния тела, возбуждаемого четными (нечетными) модами, подобны между собой. С увеличением номера моды (т.е., уменьшением продольного волновода числа) величина рассеянного поля для четных мод остается практически неизменной, а для нечетных мод — возрастает. Характерные индикатрисы рассеяния тел различных размеров представлены на рис. 3, 4.

Таким образом, в работе предложен алгоритм численного решения двумерной задачи рассеяния на однородном проницаемом теле, расположенном в плоскостной среде. Этот алгоритм по своему быстродействию и запрашиваемой оперативной памяти позволяет рассчитывать на современных ЭВМ рассеяние на двумерных телах, контур которых описывается гладкой кривой, а характерные размеры могут достигать десятка длин волн. Профиль материальных параметров вмещающей тело среды может быть как кусочно-однородным, так и кусочно-непрерывным (полиномиальным, экспоненциальным и т.д.). Вышеперечисленные обстоятельства свидетельствуют о высокой эффективности алгоритма и существенно большей его области применимости по сравнению с уже существующими [8, 9].

В заключение автор выражает признательность О.А. Третьякову за внимание к работе и полезные обсуждения полученных результатов и Н.П. Жуку за разъяснение многих вопросов, касающихся распространения волн в слоистых средах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 264 с.
2. Распространение волн и подводная акустика / Под ред. Келлера Дж.Б., Пападакиса Дж.С. Пер. с англ. под ред. Бреховских Л.М. М.: Мир, 1980. 232 с.
3. Акустика дна океана / Под ред. Купермана У., Енсена Ф. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 454 с.
4. Richmond J.H. Scattering by dielectric cylinder of arbitrary cross section shape // IEEE Trans. Antennas and Propagat. 1965. V. 13. № 2. P. 334–341.
5. Яровой А.Г. Двумерная задача дифракции звуковых волн на неоднородном теле в полупространстве // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 5. С. 1047–1050.
6. Назарчук З.Т. Численное исследование дифракции волн на цилиндрических структурах. Киев: Наук. думка, 1989. 256 с.
7. Андренко А.С., Носич А.И. Дифракция волн диэлектрического волновода на резонансных неоднородностях // Докл. АН УССР. Сер. А. Физ.-мат. и техн. науки. 1989. Т. 4. С. 61–66.
8. Morita N. Scattering and mode conversion of guided modes of a slab waveguide by a circular cylinder // IEE Proc. 1980. V. 127. Pt.H. № 5. P. 263–269.
9. Uzunoglu N.K., Fikioris J.G. Scattering from an inhomogeneity inside a dielectric slab waveguide // J. Of the Optical Society of America. 1982. V. 72. № 5. P. 628–637.
10. Фелсен Л., Саркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. М.: Мир, 1978. 547 с.
11. Жук Н.П., Шульга С.Н. Двумерная задача рассеяния электромагнитных волн на цилиндрическом включении в плоскостной среде // Радиотехника: Респ. междувед. научно-техн. сб. Вып. 90. Харьков: Вища школа, 1989. С. 93–101.

12. *Дмитриев В.И., Захаров Е.И.* Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики. М.: Изд-во МГУ, 1987. 167 с.
13. *Колтон Д., Кресс Р.* Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987. 311 с.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
21.10.91

A.G. Yarovoy

WAVE SCATTERING FROM PERMEABLE INHOMOGENEITIES IN OPEN ACOUSTIC WAVEGUIDES

The two-dimensional problem of acoustic wave scattering from a homogeneous permeable object embedded into a plane layered medium is discussed. The initial problem is formulated in terms of a system of boundary integral equations in the assumption that wave propagation is described by the Helmholtz equation. The spatial inhomogeneity of the surrounding medium is taken into account in the kernels of the integral equations by means of the Green function of the corresponding boundary problem. The finite system of linear algebraic equations of the second kind is obtained using the kernel and the function expansion into the Fourier series and the reduction method. This system is convenient for a numerical solution. The developed algorithm is shown to be highly accurate and efficient.

The numerical calculations are performed for the particular case of an elliptical object inserted into a homogeneous layer. The properties of the field scattered inside and outside of the layer are investigated.