

УДК 534.121.1

© 1992 г. Ф.М. Исмагилов, Ю.А. Кравцов, Л.М. Лямшев

ЭФФЕКТ УСИЛЕНИЯ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ НА ТОНКОЙ ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ ПЛАСТИНКЕ В ЖИДКОСТИ

Рассматривается задача о дифракции звука на тонкой ограниченной пластине, произвольно ориентированной в жидкости. Показано, что в результате усреднения по ориентациям пластины когерентные каналы рассеяния назад, в антизеркальном направлении, обеспечивают увеличение эффективного сечения рассеяния, тогда как пики излучения в зеркальном направлении исчезают.

При многократном рассеянии волн возникают многоканальные когерентные эффекты, которые ответственны за явление усиления обратного рассеяния (УОР) [1, 2]. Многократное рассеяние волн возникает, в частности, при падении звуковой волны на пластины, способные совершать собственные колебания. Высокая кратность рассеяния связана здесь с тем, что собственные колебания представляют собой многократно переломленные колебания.

Теория рассеяния звука на упругих пластинах была разработана еще 30–35 лет тому назад [3]. В данной работе мы хотели бы обратить внимание на то, что описанные в работе [3] явления антизеркального рассеяния представляют собой одно из проявлений эффекта УОР. Мы рассмотрим здесь рассеяние плоской звуковой волны на пластине, произвольно ориентированной на плоскости, когда длина пластины $2d$ существенно превосходит длину волны падающего излучения λ , а ее толщина в свою очередь намного меньше λ , и покажем, что при усреднении по ориентациям пластины когерентные каналы рассеяния назад, в антизеркальном направлении, всегда обеспечивают увеличение эффективного сечения рассеяния.

Пусть на тонкую пластину, закрепленную в неподвижном бесконечном экране и помещенную в жидкость, падает плоская монохроматическая волна $\exp(ikr)$, где $\mathbf{k} = (k_x, k_z) = (k \sin \theta, -k \cos \theta)$ (рис. 1) (множитель $\exp(-i\omega t)$ опускаем). Такая волна возбуждает в пластине продольные и изгибные собственные колебания. Для простоты ограничимся рассмотрением только изгибных колебаний пластинки. Пусть $\psi_n(x)$ и ω_n – нормированные собственные функции и собственные частоты колебаний пластинки в вакууме, удовлетворяющие уравнению

$$g \frac{\partial^4 \psi_n}{\partial x^4} + \omega_n^2 m_s \psi_n = 0 \quad (1)$$

и соответствующим граничным условиям. В выражении (1) $g = \frac{2}{3} E a^3$ – жесткость пластины, a – ее толщина, E – модуль Юнга, $m_s = 2a\rho_s$ – масса пластинки на единицу площади, ρ_s – плотность материала пластины.

Собственные колебания пластины возбуждают вторичные (рассеянные) звуковые волны в жидкости. Рассеянное поле в верхней полуплоскости ($z > 0$) в достаточно удаленной точке $\mathbf{r} = (r \sin \varphi, r \cos \varphi)$ ($r \gg \lambda$) имеет вид [3]:

$$p(x, z) = r^{-1/2} \exp\{i(kr - \pi/4)\} \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\theta) D_n(\varphi), \quad (2)$$

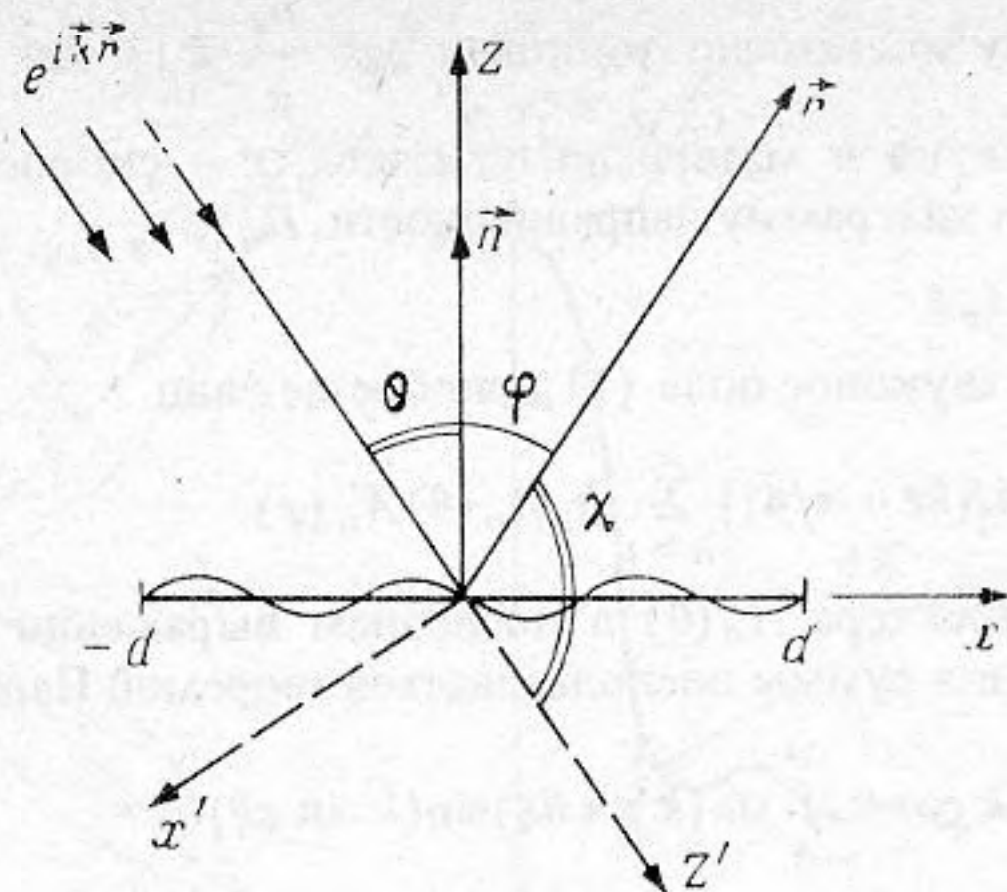


Рис. 1. На пластину шириной $2d$ под углом θ к нормали \vec{n} падает плоская звуковая волна $\exp(i\vec{k}\vec{r})$. Наблюдение проводится под углом φ

где

$$A_n(\theta) = \int_{-d}^d \exp(ik \sin \theta \xi) \psi_n(\xi) d\xi \quad (3)$$

— амплитуда возбуждения собственных колебаний,

$$D_n(\varphi) = -i \frac{\omega^2 \rho}{m_s} (2\pi k)^{-1/2} (\omega_n^2 - \omega^2 - 2iZ_n \frac{\omega}{m_s})^{-1} A_n(\varphi) \quad (4)$$

— диаграмма направленности поля, создаваемого соответствующим собственным колебанием, а импеданс Z_n определяется соотношением

$$Z_n = \frac{\omega \rho}{4} \int_{-d}^d \psi_n(x) dx \int_{-d}^d \psi_n(\xi) H_0^{(1)}(k|x-\xi|) d\xi, \quad (5)$$

$H_0^{(1)}$ — функция Ганкеля.

Поле в нижней полуплоскости ($z < 0$) находится из выражения (2) заменой $z \rightarrow -z$, или $\varphi \rightarrow \varphi + \pi$.

В частном случае шарнирно закрепленной пластинки собственные функции ψ_n имеют вид

$$\psi_n(x) = d^{-1/2} \sin\left(\frac{\pi n}{2d} x\right), \quad n = 1, 2, \dots \quad (6)$$

Тогда

$$A_n(\theta) = d^{-1/2} \left\{ \frac{\sin\left(kd \sin \theta - \frac{\pi n}{2}\right)}{kd \sin \theta - \frac{\pi n}{2}} \frac{\sin\left(kd \sin \theta + \frac{\pi n}{2}\right)}{kd \sin \theta + \frac{\pi n}{2}} \right\}. \quad (7)$$

В случае достаточно длинной пластины ($kd \gg 1$) амплитуда возбуждения как функция n имеет резонансный характер, так что в пластине возбуждается лишь небольшое число собственных колебаний с номерами порядка $n \cong (2kd \sin \theta)/\pi$. Учитывая это обстоятельство, удается упростить выражение (3) для импеданса Z_n :

$$Z_n = \frac{\omega \rho}{2h_n}, \quad h_n = \left(k^2 - \left(\frac{\pi n}{2d}\right)^2\right)^{1/2}. \quad (8)$$

Предполагая пластину достаточно тонкой ($2ak \frac{\rho_s}{\rho} \ll 1$, $2ak \frac{c_s}{c} \ll 1$, где $c_s = (E/\rho_s)^{-1/2}$ – скорость звука в материале пластины, c – скорость звука в жидкости) и учитывая (8), находим диаграмму направленности $D_n(\varphi)$:

$$D_n(\varphi) = (2\pi k)^{-1/2} h_n A_n(\varphi). \quad (9)$$

В результате рассеянное звуковое поле (1) приобретает вид

$$p(x, z) = (2\pi kr)^{-1/2} \exp\{i(kr - \pi/4)\} \sum_{n=1}^{\infty} h_n A_n(\theta) A_n(\varphi). \quad (10)$$

В силу резонансного характера $A_n(\theta)$ в последнем выражении можно положить $h_n \cong \cong k \cos \theta$, и для нахождения суммы воспользоваться теоремой Парсеваля:

$$\begin{aligned} p(x, z) &= \frac{e^{i(kr - \pi/4)}}{\sqrt{2\pi kr}} k \cos \theta \int_{-d}^d \sin(k \sin \theta \xi) \sin(k \sin \varphi \xi) d\xi = \\ &= \frac{e^{i(kr - \pi/4)}}{\sqrt{2\pi kr}} kd \cos \theta \left\{ \frac{\sin f_0^+}{f_0^+} - \frac{\sin f_0^-}{f_0^-} \right\}, \quad z > 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где $f_0^{\pm} = 2kd \cos \theta \sin\{(\theta \pm \varphi)/2\}$. Поле в нижней полуплоскости находим из (11) заменой $\varphi \rightarrow \varphi + \pi$:

$$p(x, z) = \frac{e^{i(kr - \pi/4)}}{\sqrt{2\pi kr}} kd \cos \theta \left\{ \frac{\sin f_{\pi}^+}{f_{\pi}^+} - \frac{\sin f_{\pi}^-}{f_{\pi}^-} \right\}, \quad z < 0, \quad (12)$$

где $f_{\pi}^{\pm} = 2kd \cos \theta \sin\{(\theta \pm \varphi \pm \pi)/2\}$.

Зная поля (11) и (12), найдем дифференциальное сечение рассеяния:

$$\sigma(\theta, \varphi) = \lim_{r \rightarrow \infty} |p(x, r)|^2 r = \frac{(kd \cos \theta)^2}{2\pi k} \left\{ \frac{\sin^2 f_0^+}{(f_0^+)^2} + \frac{\sin^2 f_0^-}{(f_0^-)^2} + \frac{\sin^2 f_{\pi}^+}{(f_{\pi}^+)^2} - \frac{\sin^2 f_{\pi}^-}{(f_{\pi}^-)^2} \right\}. \quad (13)$$

Угловая зависимость сечения σ от угла наблюдения представлена на рис. 2. Наблюдаются четыре узких пика шириной $\Delta\varphi \cong (kd \cos \theta)^{-1} \ll 1$. Два пика в верхней полуплоскости отвечают отражению в зеркальном ($\varphi = 0$) и антизеркальном ($\varphi = -\theta$) направлениях. Другие два пика в нижней полуплоскости отвечают рассеянию вперед ($\varphi = \pi - \theta$) и в направлении $\varphi = \pi + \theta$.

Интересуясь средними значениями сечения рассеяния $\sigma(\theta, \varphi)$, последнее выражение необходимо усреднить по ориентациям пластинки. Для этого удобно перейти к новой системе отсчета $Ox'z'$, связанной с направлением падающей волны (рис. 1). Угол наблюдения χ будем отсчитывать от положительного направления оси $\chi = \pi - \theta - \varphi$.

Полагая, что единичный вектор нормали n к поверхности пластины равномерно распределен на единичной окружности, находим среднее значение сечения рассеяния:

$$\bar{\sigma}(\chi) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma(\theta, \chi) d\theta = \frac{d}{4\pi} \{ \cos(\chi/2) + \sin(\chi/2) + kd(F_1(\chi) + F_1(\pi - \chi)) \}, \quad (14)$$

где $F_1(\chi) = 0,25 [1 - J_0(4kd \sin(\chi/2))] / (4kd \sin(\chi/2))^2$, J_0 – функция Бесселя.

Поведение нормированного сечения рассеяния $K(\chi) = 4\pi \bar{\sigma}(\chi)/d$ представлено на рис. 3. Как видим, наблюдаются два пика – вперед ($\chi = 0$) и назад ($\chi = \pi$) с малой шириной $\Delta\chi \cong (2kd)^{-1} \ll 1$.

Полученный результат легко объясняется. Дело в том, что два из четырех максимумов рассеянного звукового поля на одиночной пластине, а именно максимумы, отвечающие рассеянию вперед и назад, сохраняют свое положение при любой ориентации пластины: изменение ориентации пластинки меняет только их величину. В то же время направление двух других пиков определяется ориентацией пластины относительно направления падения звуковой волны, и в результате усреднения по ориентациям они размазываются.

Рассмотренный эффект представляет собой еще одно проявление эффекта усиления

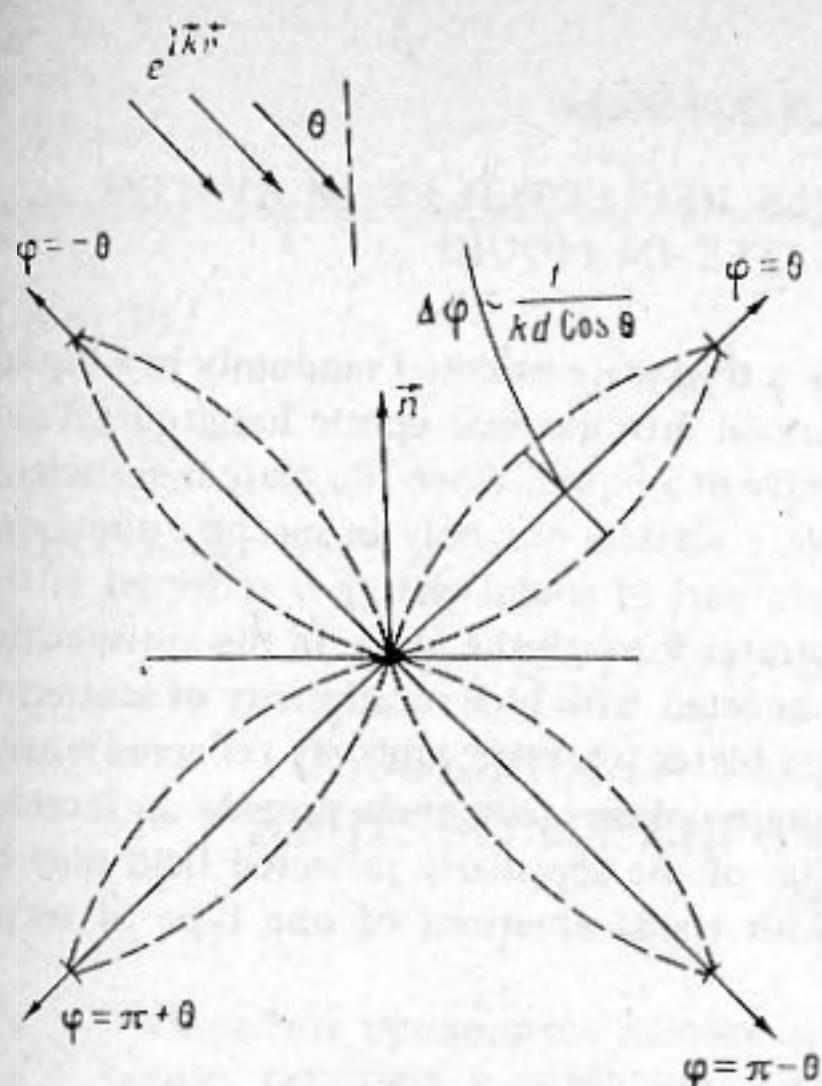


Рис. 2

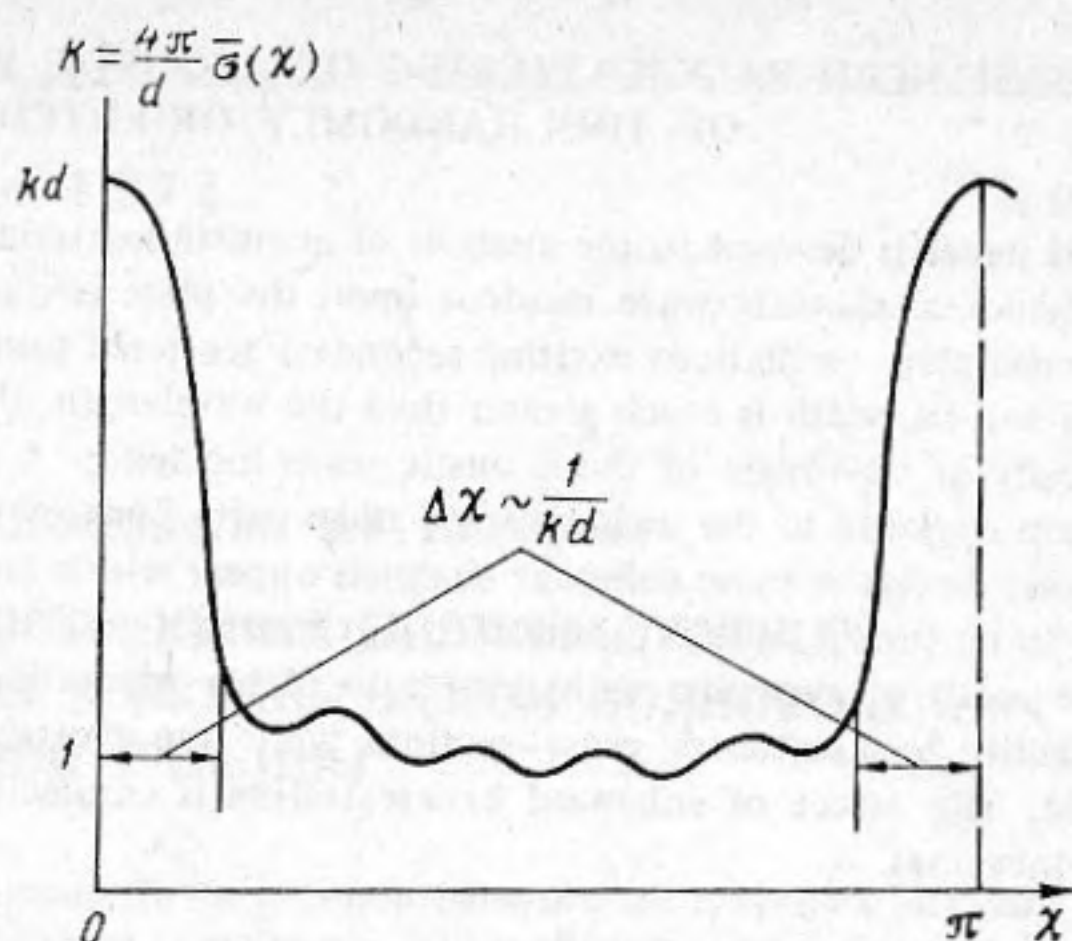


Рис. 3

Рис. 2. Вид рассеянного пластиной звукового поля. Излучение концентрируется симметрично вблизи четырех направлений

Рис. 3. Угловая зависимость нормированного сечения рассеяния $K = 4\pi\bar{\sigma}/d$. Наблюдаются два пика в узком интервале углов рассеяния вперед и назад

обратного рассеяния. Для электромагнитных волн явление подобного типа наблюдается при рассеянии волны на системе открытых концов волноводов. В этом случае падающая волна возбуждает в каждом волноводе собственные колебания, которые затем переизлучают волны в зеркальном и антизеркальном направлениях.

Специфика данной задачи состоит в том, что падающая продольная звуковая волна трансформируется в пластине в собственные изгибные колебания, т.е. эффект УОР связан здесь с преобразованием типа волны.

Рассмотренная задача дает основания для поиска эффекта УОР на телах других конфигураций, обеспечивающих трансформацию исходных волн в другие типы колебаний. Например, можно ожидать проявления когерентных эффектов при обратном рассеянии звука от оболочек и от упругих тел больших размеров. В этом случае звуковая волна трансформируется в продольные и поперечные упругие волны. В случае электромагнитных волн также возможно возбуждение упругих волн посредством пьезоэффекта или магнитострикции. Более того, возможно взаимодействие упругих волн и с током, если использовать пьезополупроводники [4]. Насколько нам известно, эффекты усиления с преобразованием типа колебаний еще не наблюдались.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Watson K.M., Multiple scattering of electromagnetic waves in an underdense plasma // J. Math. Phys. 1969. V. 10. № 4. p. 688.
2. Бутковский О.Я., Кравцов Ю.А., Рябыкин В.В. Многоканальные когерентные эффекты при обратном рассеянии звука в замкнутых объемах // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 5. С. 666.
3. Лямшев Л.М. Дифракция звука на тонкой ограниченной пластинке в жидкости // Акуст. журн. 1955. Т. 1. № 2. С. 138.
4. Лямшев Л.М., Курилкин Ю.В. Об усилении и поглощении акустических волн при их отражении от кристалла CdSe в воде // ДАН СССР. 1970. Т. 194. № 5. С. 1049.

Акустический институт
им. Н.Н. Андреева
Российской Академии наук

Поступила в редакцию
18.11.92

ENHANCED BACKSCATTERING OF ACOUSTIC WAVES REFLECTED FROM SYSTEM
OF THIN RANDOMLY ORIENTED PLATES IN LIQUID

This paper is devoted to the analysis of acoustic scattering by a thin plate oriented randomly in a liquid. A longitudinal acoustic wave incident upon the plate is transformed into intrinsic elastic longitudinal and transversal plate oscillations exciting secondary scattered sound wave in a liquid. When the plate is sufficiently thin and its width is much greater than the wavelength, the plate scatters not only in specular directions practically at any angle of the acoustic wave incidence. A certain part of sound energy is reflected in the direction opposite to the incident wave and a part of energy penetrates through the plate. In the antispecular scattering direction some coherent channels appear which are connected with high multiplicity of scattering which in its turn is caused by the fact that intrinsic oscillations of plates represent multiply reflected waves. As the result of averaging with respect to plates orientations, these coherent channels provide an increase of effective backscattering cross-sections while the average value of the specularly reflected field may be ignored. The effect of enhanced backscattering is connected with transformations of one type of waves into other ones.