АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 6

УДК 539.3

© 1992 г. А.В. Лебедев, А.И. Хилько

РАССЕЯНИЕ ЗВУКА УПРУГИМИ ТОНКОСТЕННЫМИ ЦИЛИНДРАМИ ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЫ

Исследовано рассеяние акустических полей упругими тонкостенными цилиндрами ограниченной длины. Для расчетов и оценок использована приближенная модель рассеяния, основанная на применении метода последовательных отражений. Определен диапазон геометрических параметров оболочки, при которых наблюдается ярко выраженное рассеяние в локационном направлении.

Рассеяние звука телами ограниченных размеров представляет значительный интерес в акустике [1, 2]. Среди рассеивателей различной геометрии особое место занимает ограниченный цилиндр. Это обусловлено модельным характером задачи, т.е. возможностью получить на основе ее решения адекватное представление о свойствах рассеивателей другой геометрии, например морских организмов [1].

Несмотря на значительный прогресс в использовании численных методов, ценность приближенных аналитических методов не уменьшается, так как последние позволяют получить удобные для анализа результаты, а также провести классификацию объектов исследования [1].

Геометрия ограниченного цилиндра не позволяет разделить переменные в уравнении Гельмгольца, и, следовательно, получить строгое аналитическое решение не удается. Рассмотрим в первую очередь вопросы, связанные с упругостью цилиндра и взаимодействием упругих волн и звука. При этом рассеяние звука на торцах и акустическое взаимодействие различных участков поверхности цилиндра рассматривать не будем. Отметим лишь, что соответствующие особенности не ярко выражены и проявляются на частотах $\lambda_0 \approx nL/2$, λ_0 – длина звуковой волны, L – длина цилиндра, n – целое число [3].

Ограничимся наиболее интересным случаем углов падения, близких к нормали к боковой поверхности. Кроме того, предположим, что цилиндр достаточно длинный $L > 2R$, где R – радиус цилиндра. Очевидно, что при этом специфика рассеяния звука цилиндрической поверхностью проявится в наибольшей степени.

Из общих соображений ясно, что конечная величина импеданса цилиндрической поверхности делает ее более мягкой, что может заметно изменить характер рассеяния в области низких частот $(\lambda_0 < R)$. Поэтому наибольший интерес представляет анализ рассеяния звука на более мягких тонкостенных полых цилиндрах.

Из результатов работы [4] следует, что в области частот ниже частоты акустического совпадения при $h/R \ll 0{,}1$, где h – толщина стенок цилиндра, изгибные волны, отвечающие за излучение и упругое рассеяние на боковой поверхности цилиндра, являются медленными по сравнению с остальными. Это позволяет, во-первых, пренебречь вкладом торцов в упругую компоненту рассеянного поля в области низких частот и, во-вторых, не рассматривать проблему акустического взаимодействия различных участков поверхности цилиндра.

При анализе влияния упругих характеристик на рассеяние звука разделим эффекты, связанные со средними свойствами упругой цилиндрической поверхности, и резонансные эффекты, приводящие к резкому изменению характеристик рассеяния. В первом случае пренебрежем многократным отражением упругих волн от границ цилиндра. Другими словами, рассмотрим решение задачи в случае $L \gg L_x$, где L_x – характерная длина затухания упругих волн. При этом отдельные резонансные отклики неразличимы, а характеристики рассеянного поля определяются дисперсионными соотношениями для упругих волн. Анализ рассеяния звука в переходной области ($L \approx L_x$) (вторая часть задачи) проведем, используя метод последовательных отражений, опираясь на решение в первом случае.

Таким образом, в отличие от традиционного метода нормальных мод [2], мы ищем решение не в виде суперпозиции модовых откликов, а в виде суперпозиции вкладов волн, выделяя при этом вклад первичной и вторичных волн различных порядков. Такой подход к решению задачи безусловно выигрывает в наглядности и, кроме того, позволяет провести аналитическое исследование влияния дисперсионных свойств на характеристики излучения и рассеяния.

Строгий анализ задачи дифракции на ограниченном теле неканонической формы может быть проведен только на основе решения интегрального уравнения. В силу осевой симметрии рассеивателя это уравнение может быть сведено к системе не связанных между собой линейных интегральных уравнений. Как показывает анализ решений канонических задач дифракции, функции, описывающие продольное распределение плотности вторичных источников, должны иметь следующий вид:

$$f(x) = f_0(x) + f_1(x), \tag{1}$$

где $f_0(x) = \exp(-ik_0 x \sin(\theta_0))$, $|x| \leqslant L/2$, θ_0 – угол падения плоской акустической волны, отсчитываемый от нормали к цилиндрической поверхности; $f_1(x) = A\cos(k'x)$, A – комплексная амплитуда стоячей волны, образованной в результате интерференции вторичных поверхностных акустических волн, огибающих цилиндр в продольном направлении, $k' \approx k_0$ – действительная часть волнового числа этих волн.

Поверхностные акустические волны (волны Франца) имеют значительные декременты затухания, и поэтому ограничимся приближением $f(x) \approx f_0(x)$.

Исходя из интеграла Гюйгенса с учетом фазовых запаздываний от участков цилиндрической поверхности, нетрудно получить выражение, описывающее поле излучения (переизлучения) ограниченного цилиндра в дальней зоне:

$$P(r, \theta, \Phi) = \frac{ik_0 S}{4\pi r} \exp(ik_0 r) \sum_m i^{-m} \{ J_m(y) \rho_0 c_0 \hat{v}_m(\theta) + $$
$$+ i\cos(\theta) J'_m(y) p_m(\theta) \} \cos(m\phi), \tag{2}$$

где $\hat{v}_m(\theta)$ и $\hat{p}_m(\theta)$ имеют вид

$$\hat{v}_m(\theta) = 1/L \int_{-L/2}^{L/2} v_m(x) \exp(-ik_0 x \sin(\theta))\, dx,$$
$$\hat{p}_m(\theta) = 1/L \int_{-L/2}^{L/2} p_m(x) \exp(-ik_0 x \sin(\theta))\, dx, \tag{3}$$

$k_0 = \omega/c_0$ – акустическое волновое число, $S = 2\pi RL$ – площадь излучающей звук поверхности, r – модуль радиус-вектора из середины цилиндра в точку наблюдения, $\rho_0 c_0$ – волновое сопротивление в жидкости, $J_m(y)$, $J'_m(y)$ – функция Бесселя порядка m и ее производная по аргументу, m – порядок угловой моды колебаний, $y = \xi\cos(\theta)$, $\xi = k_0 R$, v_m, p_m – скорость и давление на поверхности S, θ, Φ – углы наблюдения (рис. 1), $\Phi = 0$ совпадает с направлением вектора k_0 в падающей волне;

$\hat{v}_m(\theta)$ и $\hat{p}_m(\theta)$ представим в виде:

$$\hat{v}_m(\theta) = \hat{v}_m^{(c)}(\theta)(1 + \kappa_m^{(1)}(\theta)), \quad \hat{p}_m(\theta) = \hat{p}_m^{(c)}(\theta)(1 + \kappa_m^{(2)}(\theta)), \tag{4}$$

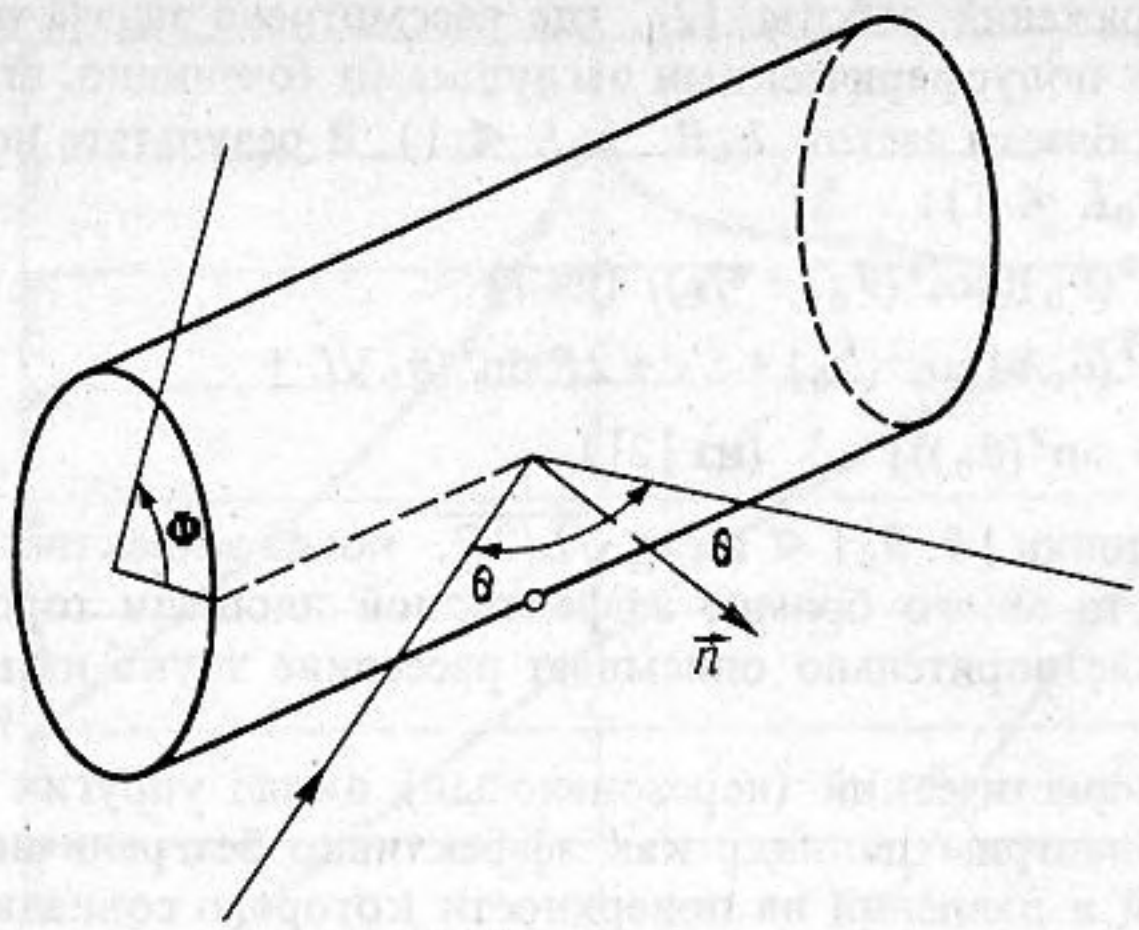

Рис. 1. Геометрия задачи

$\kappa_m^{(1,2)}$ – характеризуют вклад резонансов в излучение, а $\upsilon_m^{(c)}$, $p_m^{(c)}$ – вклад простых и дипольных источников, распределенных по поверхности S, в нерезонансное излучение (рассеяние).

Рассмотрим нерезонансное рассеяние, т.е. положим $\kappa_m^{(1,2)}(\theta)$ равными нулю. Тогда выражение (2) перепишется следующим образом:

$$P(r,\theta,\Phi) = P_0 \frac{ik_0 S}{4\pi r} F(t)\exp(ik_0 r)\sum_m i^{-m}\{J(y)\hat{\tilde{\upsilon}}_m^{(c)} + \\ + i\cos(\theta)J'_m(y)\hat{\tilde{p}}_m^{(c)}\}\cos(m\Phi), \tag{5}$$

где $F(t) = \sin(t)/t$, $t = k_0 L(\sin(\theta) + \sin(\theta_0))/2$, $\tilde{\upsilon}_m^{(c)}$ нормирована на скорость частиц жидкости в падающей волне, $\tilde{p}_m^{(c)}$ – на давление в падающей волне P_0. Поскольку радиационное взаимодействие участков поверхности S не учитывается, скорость и давление в m угловой моде могут быть связаны приближенным соотношением: $\tilde{p}_m^{(c)} = Z_m(\theta_0)\tilde{\upsilon}_m^{(c)}$, где

$$Z_m(\theta_0) = \frac{ik_0 L}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{H_m((k_0^2-\gamma^2)^{1/2}R)F^2(\beta)}{H'_m((k_0^2-\gamma^2)^{1/2}R)(k^2-\gamma^2)^{1/2}}d\gamma, \\ \beta = (k_0\sin(\theta_0)+\gamma)L/2. \tag{6}$$

Выражение (6) определяет акустический импеданс ограниченного цилиндра, продолженного безграничными акустически жесткими экранами. Как показывает сравнительный анализ, проведенный в [5], выражение (6) является очень хорошим приближением. Незначительные расхождения в величине реальной части (6) и точным значением, которое получается из решения интегрального уравнения, имеет место в окрестности частоты, на которой $\lambda_0 \approx L$. Другими словами, (6) определяет акустический импеданс в приближении $f(x) \approx f_0(x)$.

Компонента поля, отвечающая рассеянию на акустически жестком цилиндре при тех же предположениях, что и для выражения (2), имеет следующий вид:

$$P_r(r,\theta,\Phi) = P_0\frac{k_0 SF(t)}{4\pi r}\exp(ik_0 r)\sum_m e_m\cos(m(\Phi - \\ - \pi))\cos(\theta_0)J'_m(x)(J_m(y) + iZ_m(\theta)J'_m(y)\cos(\theta)), \tag{7}$$

где $e_0 = 1$, $e_m = 2$.

Сравним между собой интегральные сечения рассеяния, рассчитанные на основе

(7) и на основе выражений работы [2], где рассмотрена задача рассеяния звука на цилиндре с жесткими полусферическими заглушками (очевидно, что форма заглушек не имеет значения в области частот k_0R, $k_0L \ll 1$). В результате несложных вычислений получаем ($k_0R, k_0L \ll 1$):

$$\sigma = (k_0R)^4 L/8R\cos^2(\theta_0)(\cos^2(\theta_0) + 8/3) \quad \text{(из 7)};$$

$$\sigma = (k_0R)^4 L/8R\cos^2(\theta_0)\{\cos^2(\theta_0) + 8/3 + 2R\sin^2(\theta_0)/L +$$

$$+ (R/L)^2 \operatorname{tg}^2(\theta_0)(1 + \sin^2(\theta_0))\} \qquad \text{(из [2])}.$$

Видно, что при условии $|\theta, \theta_0| \ll \operatorname{arctg}\sqrt{L/2R}$, когда эффективная площадь цилиндрической поверхности много больше эффективной площади торцов, приближенное выражение (5) удовлетворительно описывает рассеяние звука на цилиндре конечной длины.

Определим характеристический (нерезонансный) вклад упругих волн в рассеянное поле. Для этого рассмотрим цилиндр как эффективно безграничный ($L \gg L_x$), распределение скоростей и давлений на поверхности которого совпадает с аналогичными распределениями в падающей волне. В результате получим следующее выражение (аналогичное выражение можно найти, например, в работе [6]):

$$P_c(r) = P_0 \frac{ik_0SF(t)}{4\pi r} \exp(ik_0r) \sum_m e_m \cos(m(\Phi - \pi)) \times$$

$$\times \frac{(J_m(x) + iZ_m(\theta_0)J'_m(x)\cos(\theta_0))(J_m(y) + iZ_m(\theta)J'_m(y)\cos(\theta))}{-i(\rho_s c_p h/\rho_0 c_0 R)\,\Omega \det_0/\det_1 + Z_m(\theta_0)}, \tag{8}$$

где ρ_s, c_p – плотность и скорость звука в материале цилиндра, $\Omega = \omega R/c_p$ – безразмерная частота, $x = \xi\cos(\theta_0)$,

$$\det_0 = \begin{vmatrix} -\Omega^2 + (m^2(1-\nu)/2 + \zeta^2), & -im(1+\nu)\zeta/2, & i\nu\zeta \\ im(1+\nu)\zeta/2, & -\Omega^2 + (m^2 + (1-\nu)\zeta^2/2), & m \\ -i\nu\zeta, & -m, & -\Omega^2 + 1 + \beta^2((m^2-1)^2 + 2m^2\zeta^2 - \zeta^4) \end{vmatrix},$$

$$\det_1 = \begin{vmatrix} -\Omega^2 + (m^2(1-\nu)/2 + \zeta^2), & -im(1+\nu)\zeta/2, & 0 \\ im(1+\nu)\zeta/2, & -\Omega^2 + (m^2 + (1-\nu)\zeta^2/2), & 0 \\ -i\nu\zeta, & -m, & -\Omega^2 \end{vmatrix},$$

$\zeta = k_0R\sin(\theta_0)$, ν – коэффициент Пуассона.

Выражение (8) описывает вклад в рассеяние только упругих волн. Нетрудно видеть, что при $\rho_0c_0/\rho_sc_p \to 0$ упругое рассеяние отсутствует (акустически жесткий цилиндр). Для того чтобы получить полное поле рассеяния, к выражению (8) необходимо добавить аналогичное выражение, описывающее рассеяние на акустически жестком цилиндре (7).

Рассмотрим область малых волновых размеров $x, y \ll 1$ и $t \ll 1$. При этом полное поле рассеяния

$$P = P_0L\exp(ik_0r)/r(\xi/2)^2\{(\cos^2(\theta_0) - 2\rho_0c_0^2R/\rho_sc_p^2h) +$$

$$+ 2\cos(\theta_0)\cos(\theta)\cos(\Phi)(1 - 2\rho_0R/(2\rho_sh + \rho_0R)) + 0(\xi^2)\cos(2\Phi) + \ldots\}. \tag{9}$$

Нетрудно видеть, что податливость поверхности S уменьшает поле рассеяния и соответственно сечение рассеяния. Причем если одновременно выполняются условия:

$$\rho_sc_p^2h/\rho_0c_0^2R = 2\cos^2(\theta_0), \quad 2\rho_sh/\rho_0R = 1, \tag{10}$$

то главные члены асимптотического разложения равны нулю и рассеянное поле определяется квадрупольной составляющей. Физический смысл условий (10) заключается в следующем. Первое условие означает равенство эффективных сжимаемостей жидкости и оболочки. Второе – равенство масс (нейтральная плавучесть).

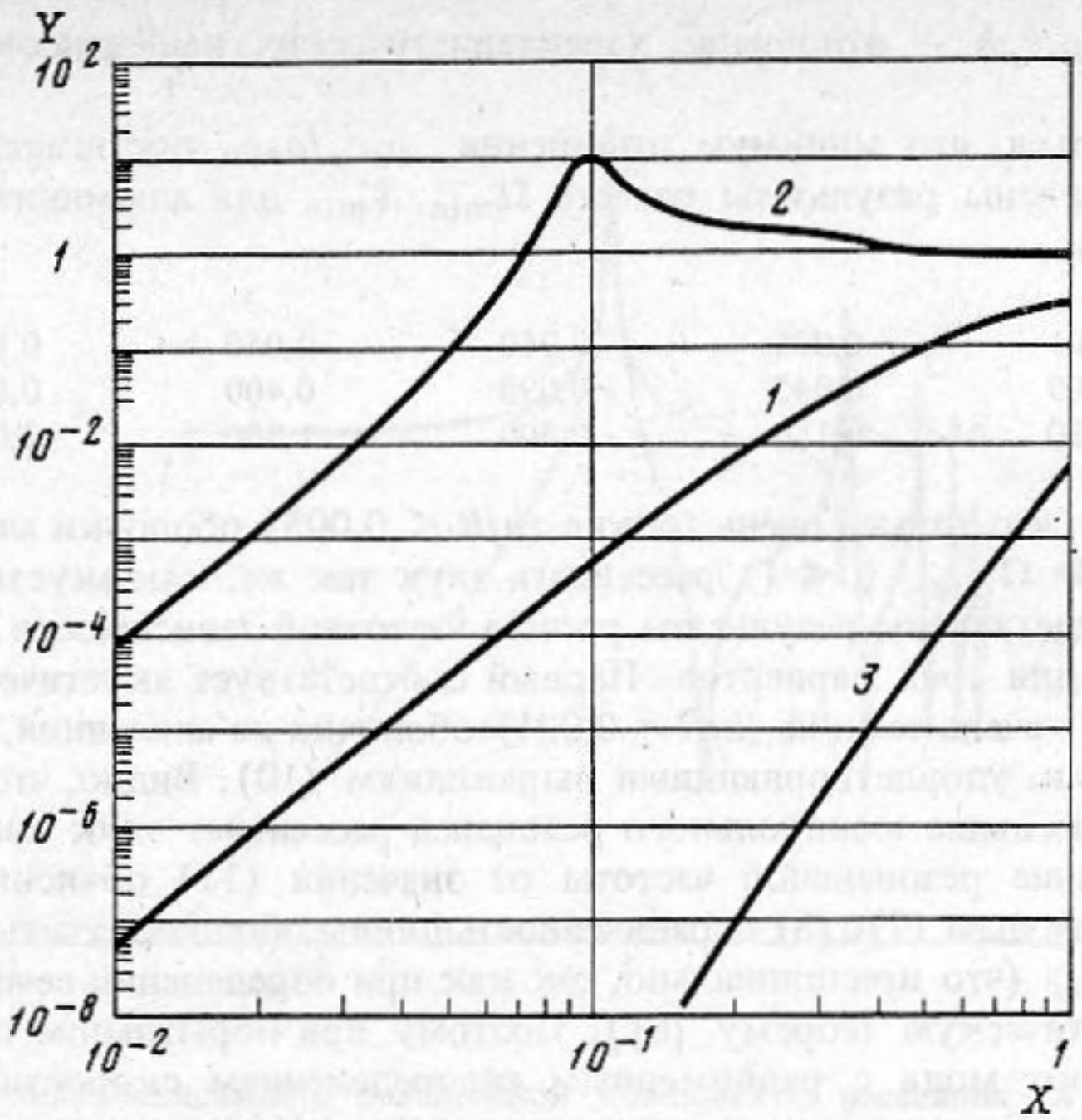

Рис. 2. Частотная зависимость интегрального сечения рассеяния. $X = k_0 R$, $Y = \sigma$ (нормировано на площадь боковой поверхности)

Ниже приведены результаты расчета сечения рассеяния погруженных в воду оболочек нейтральной плавучести, выполненных из различного материала:

	Алюминий	Железо	Медь	Латунь	Свинец	Олово
$\sigma/\sigma_{\text{жестк}}$	0,59	0,54	0,35	0,29	0,093	0,034

Таким образом, конечность жесткости цилиндра приводит к уменьшению сечения рассеяния тем заметнее, чем ближе упруго-инерционные свойства оболочки и окружающей среды. Минимум рассеяния имеет место для оловянного цилиндра, скорость звука в котором в 2,2 раза (против 2 из (10)) выше, чем в воде.

В связи с этим полезно вспомнить известный в акустике результат – отсутствие отражения плоской волны от плоской поверхности с волновым сопротивлением, равным волновому сопротивлению окружающей среды $\rho_0 c_0$. Мы видим, что для поверхности малой кривизны источник рассеянного поля является сосредоточенным, и поэтому отсутствие отражения имеет место не при равенстве волновых сопротивлений, а при равенстве эквивалентных параметров.

Оценим область параметров, где оболочку можно рассматривать как акустически мягкую цилиндрическую поверхность. Прежде всего заметим, что формальный переход к пределу $\rho_s c_p^2 h/\rho_0 c_0^2 R \to 0$ не приводит к желаемому результату, поскольку сохраняется частотная зависимость рассеянного поля, характерная для акустически жесткого цилиндра. Акустически мягкой поверхность цилиндра будет в области частот выше резонансной частоты монопольных колебаний, где противофазны давления, создаваемые колеблющейся поверхностью и полем падающей акустической волны. Низшая частота монопольных колебаний оболочки для произвольной функции распределения скорости по поверхности определяется как соответствующая точка пересечения дисперсионной характеристики монопольных изгибных волн и звука в окружающей оболочку среде. Используя результаты работы [7], получим следующее выражение для низшей частоты монопольных колебаний:

$$\Omega_{\min} = (1 + g^2)^{1/2} - g, \tag{11}$$

где $g = \rho_0 c_0 R/2\rho_s c_p h$ – отношение характеристических импедансов окружающей среды и оболочки.

Нетрудно убедиться, что минимум отношения $\rho_s c_p/\rho_0 c_0$ достигается для алюминия. Ниже представлены результаты расчета $\Omega_{\min}$, $\xi_{\min}$ для алюминиевых оболочек различной толщины:

h/R	0,001	0,005	0,010	0,050	0,100
$\Omega_{\min}$	0,009	0,045	0,090	0,400	0,600
$\xi_{\min}$	0,030	0,150	0,300	1,300	2,000

Нетрудно видеть, что только очень тонкие ($h/R < 0{,}005$) оболочки могут в области низких частот ($\Omega \gg \Omega_{\min}$, $\zeta \ll 1$) рассеивать звук так же, как акустически мягкое тело. На рис. 2 представлены результаты расчета частотной зависимости интегрального сечения рассеяния для трех вариантов. Первый соответствует акустически жесткому цилиндру. Второй – очень тонкой ($h/R = 0{,}001$) оболочке из алюминия, третий – оболочке с параметрами, удовлетворяющими выражениям (10). Видно, что очень тонкая оболочка на частотах выше монопольного резонанса рассеивает звук как акустически мягкое тело. Отличие резонансной частоты от значения (11) объясняется тем, что при расчетах по формулам (7), (8) ограниченность длины оболочки учитывается только при вычислении Z_m (что принципиально, так как при определении сечения рассеяния мы используем оптическую теорему [6]). Поэтому при нормальном падении волны возбуждается только мода с равномерным распределением скорости колебаний в осевом направлении. Ее резонансная частота выше, чем (11), и определяется соответствующей присоединенной массой. В случае $k_0 L/2 \ll 1$ ограниченность длины цилиндра приведет к возбуждению всех мод. Следовательно, очень тонкая оболочка будет рассеивать звук как акустически мягкое тело, начиная с частот, определяемых выражением (11).

В работе [7] было показано, что излучение звука оболочкой, возбуждаемой сосредоточенной гармонической силой, есть результат суперпозиции излучения трех групп источников. Первая группа локализована в точке возбуждения, две других – по концам оболочки. При возбуждении колебаний распределенным источником (падающим акустическим полем) излучение определяется интегралом:

$$P(\omega, r) = \int_S P(\omega, r, r_0)\, dr_0,$$

где r_0 – координата точки приложения силы. Используем выражения работы [7]. Ограничимся анализом самого простого случая – краевых условий Навье. При этом имеет место только отражение первичных волн (волн, генерируемых в точке возбуждения) без их взаимной трансформации. Вопрос о влиянии краевых условий и трансформации упругих волн на концах оболочки на ее излучение рассмотрен в работе [7] и в настоящей работе не обсуждается. В результате несложных вычислений, основанных на методе многократных отражений (построении мнимых источников), получим следующие выражения, описывающие вклад вторичных волн, или волн, многократно отраженных от концов оболочки:

$$\hat{w}_{res}(\theta) = -2\hat{w}_{pr}(\theta) \sum_{j=1}^{4} \frac{A_j \{\sin(z_j(1+\Delta))\, e^{-i\delta} + \sin(z_j(1-\Delta))\, e^{i\delta}\}}{\sin(2z_j)},$$

$$\hat{p}_{res}(\theta) = -2\hat{p}_{pr.}(\theta) \sum_{j=1}^{4} \frac{B_j \{\sin(z_j(1+\Delta))\, e^{-i\delta} + \sin(z_j(1-\Delta))\, e^{i\delta}\}}{\sin(2z_j)},$$

где $z_j = \sigma_j(\Omega)\,\alpha/2$, $\delta = k_0 L \sin(\theta)/2$, $\alpha = L/R$, $\sigma_j = k_{xj} R$, k_{xj} – проекция волнового вектора упругих колебаний на ось оболочки, A_j, B_j – относительные ($\Sigma A_j = 1$, $\Sigma B_j = 1$) вклады первичных волн в излучение, Δ – расстояние от точки возбуждения до середины оболочки. Полученные выражения необходимо проинтегрировать по Δ с учетом

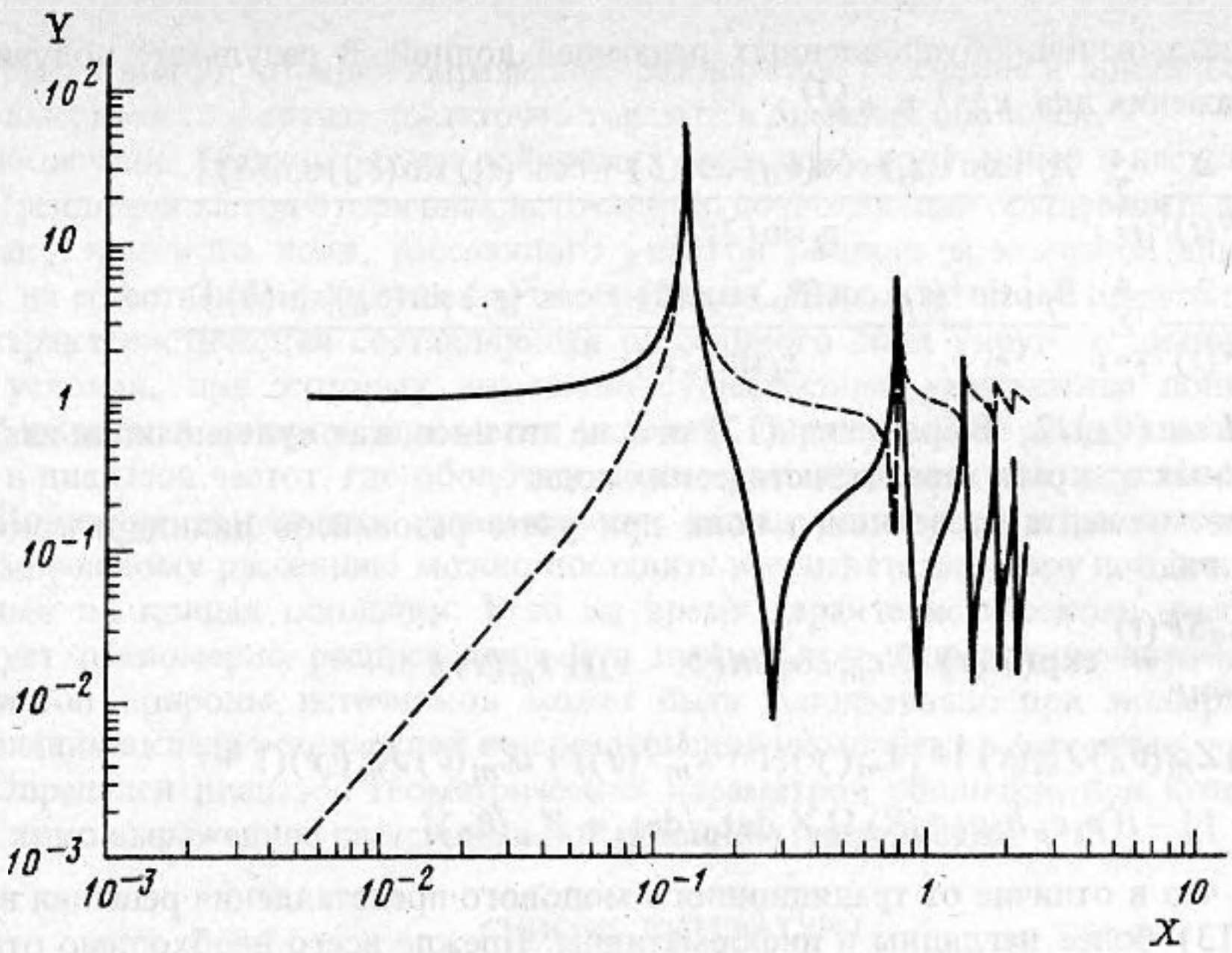

Рис. 3. Частотная зависимость резонансной компоненты рассеяния. $X = L/\lambda_0$, $Y = |\kappa_m^{(1)}|$ – сплошная линия, $|1 + \kappa_m^{(1)}|$ – пунктир

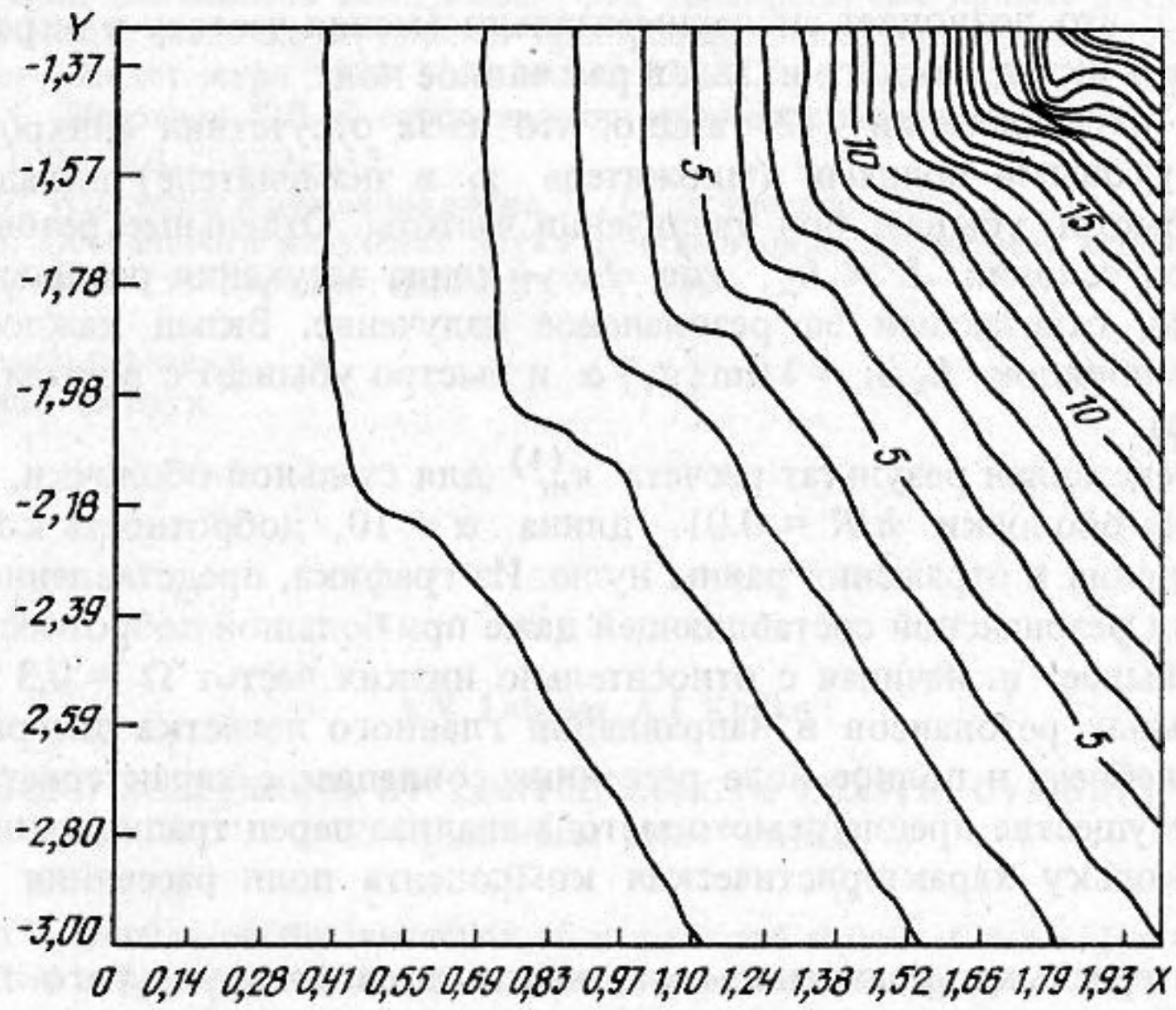

Рис. 4. Зависимость числа лепестков в диаграмме рассеяния от геометрических параметров оболочки. $X = \lg(L/R)$, $Y = \lg(h/R)$

фазовых запаздываний, обусловленных падающей волной. В результате получим следующие выражения для $\kappa_m^{(1)}$ и $\kappa_m^{(2)}$:

$$\kappa_m^{(1)} = -\frac{2}{F(t)} \sum_{j=1}^{4} \frac{A_j \{\sin^2(z_j)\cos(\delta_0)\cos(\delta) + \cos^2(z_j)\sin(\delta_0)\sin(\delta)\}}{z_j \sin(2z_j)},$$
$$\kappa_m^{(2)} = -\frac{2}{F(t)} \sum_{j=1}^{4} \frac{B_j \{\sin^2(z_j)\cos(\delta_0)\cos(\delta) + \cos^2(z_j)\sin(\delta_0)\sin(\delta)\}}{z_j \sin(2z_j)}. \quad (12)$$

где $\delta_0 = k_0 L \sin(\theta_0)/2$. Выражение (12) есть не что иное, как суперпозиция излучения всех отраженных от краев характеристических волн.

Упругая компонента рассеянного поля при учете резонансов цилиндрической оболочки имеет вид:

$$P_s = P_0 \frac{ik_0 SF(t)}{4\pi r} \exp(ik_0 r) \sum_m e_m \cos(m(\Phi - \pi)) \{ J_m(x) +$$
$$+ i\cos(\theta_0) Z_m(\theta_0) J'_m(x) \} / \{ J_m(y)(1 + \kappa_m^{(1)}(\theta)) + iZ_m(\theta) J'_m(y)(1 +$$
$$+ \kappa_m^{(2)}(\theta)) \} \{ -i(\rho_s c_p h/\rho_0 c_0 R)\, \Omega \times \det_0/\det_1 + Z_m(\theta_0) \}. \quad (13)$$

Отметим, что в отличие от традиционного модового представления решения выражения (12), (13) более наглядны и информативны. Прежде всего необходимо отметить, что представление (12), (13) есть представление по физическим источникам излучения. Полное поле рассеяния есть результат суперпозиции поля излучения равномерно распределенного (по амплитуде) источника (характеристическое рассеяние) и двух сосредоточенных на концах оболочки источников (резонансная компонента). Диаграммы направленности этих источников существенно отличаются друг от друга в области частот $k_0 L \gg 1$, что позволяет экспериментально (меняя частоту в окрестности резонанса) определить вклад каждого из них в рассеянное поле.

Кроме того, из выражений (12) видно, что из-за отсутствия синхронизма между упругими и звуковыми волнами (множитель z_j в знаменателе) вклад резонансной составляющей быстро убывает при увеличении частоты. Отдельные резонансные пики разрешаются при условии $L \ll L_x$, где L_x – длина затухания распространяющейся изгибной волны, отвечающей за резонансное излучение. Вклад каждого резонанса при этом имеет порядок $L_x/L \approx 1/\mathrm{Im}(\sigma_1)\,\alpha$ и быстро убывает с ростом частоты (порядка резонанса).

На рис. 3 представлен результат расчета $\kappa_m^{(1)}$ для стальной оболочки, погруженной в воду. Толщина оболочки $h/R = 0{,}01$, длина $\alpha = 10$, добротность колебаний $Q = 100$, углы падения и отражения равны нулю. Из графика, представленного на рис. 3, видно, что вклад резонансной составляющей даже при большой добротности колебаний очень быстро убывает и, начиная с относительно низких частот $\Omega \approx 0{,}3$ или $\xi \approx 5{,}4$), вкладом отдельных резонансов в направлении главного лепестка диаграммы рассеяния можно пренебречь и полное поле рассеяния совпадает с характеристическим. Это говорит о преимуществе предлагаемого метода анализа перед традиционным модовым подходом, поскольку характеристическая компонента поля рассеяния определяется очень просто.

Наиболее интересным проявлением резонансных свойств упругого тела является значительный уровень рассеянного поля в локационном направлении. Определим диапазон параметров оболочки, при которых возможно наблюдение этого эффекта. В качестве верхней границы диапазона частот, где проявляется резонансное рассеяние, выберем частоту, на которой $\max\{|\kappa_m|\} = 1$. При этом рассеяние в локационном направлении имеет тот же порядок, что и в направлении главного максимума.

На диаграмме (рис. 4) представлен результат расчета числа лепестков диаграммы резонансного рассеяния, которая соответствует верхней границе частотного диапазона. По оси X отложена величина h/R (0,001–0,1), по оси Y – α (1–100). Расчеты проводились для стальной оболочки, погруженной в воду, $m = 1$.

Из рис. 4 видно, что ярко выраженное резонансное рассеяние в локационном направлении имеет место в случае достаточно толстых и длинных оболочек.

В заключение сформулируем основные результаты, полученные в настоящей работе.

1. Предложен метод вторичных источников, позволяющий осуществить анализ структуры акустического поля, рассеянного упругой оболочкой конечной длины, опирающийся на естественные физические соображения. Исходя из этого представления выделена характеристическая составляющая рассеянного поля упругого цилиндра. Определены условия, при которых возможно существенное уменьшение поля рассеяния. Дана физическая интерпретация этих условий. Определены характерные значения толщины и диапазон частот, где оболочку можно рассматривать как акустически мягкую.

2. Получены выражения, описывающие вклад резонансов в рассеяние. Показано, что резонансному рассеянию можно поставить в соответствие пару источников, локализованных на концах оболочки. В то же время характеристическому рассеянию соответствует равномерно распределенный в продольном направлении источник. Отличие физической природы источников может быть использовано при экспериментальном определении вклада резонансной и нерезонансной компонент в рассеяние.

3. Определен диапазон геометрических параметров оболочки, при которых наблюдается ярко выраженное рассеяние в локационном направлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stanton T.K.* Simple approximate formulas for backscattering of sound by spherical and elongated objects // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 86. № 4. P. 1499–1510.
2. *Музыченко В.В., Рыбак С.А.* Низкочастотное резонансное рассеяние звука ограниченными цилиндрическими оболочками. Обзор // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 4. С. 561–577.
3. *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964.
4. *Музыченко В.В., Паникленко А.П., Рыбак С.А.* Дисперсионные кривые для нормальных волн в цилиндрической оболочке и условия пространственного совпадения в окрестности критических частот // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 1. С. 83–88.
5. *Козырев В.А., Шендеров Е.Л.* О сопротивлении излучения цилиндра конечной высоты // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 3. С. 422–432.
6. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989.
7. *Лебедев А.В.* Особенности излучения звука тонкими цилиндрическими оболочками конечной длины: Препринт № 253. Горький: ИПФ АН СССР, 1990.

Институт прикладной физики
Российской академии наук

Поступила в редакцию
22.07.91
После исправления
31.03.92

A.V. Lebedev, A.I. Khilko

SOUND SCATTERING BY LIMITED LENGTH ELASTIC CYLINDRICAL SHELLS WITH THIN WALLS

The attention is centered on the interaction of acoustic and structural waves. The elastic component of the scattered field is shown to have terms, the resonant one decreasing rapidly.

The condition is obtained, under which the high level of the backscattered field can be observed. The conditions for the invisibility of the shell are also determined.