АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 6

УДК 534.23

© 1992 г. А.М. Плоткин

КОРРЕКЦИЯ ЛУЧЕВОГО АЛГОРИТМА ПРИ ПОМОЩИ ВОЛНОВОГО МЕТОДА

Известны аналогии мжеду лучевым методом и методом нормальных волн, в котором к решению поперечного уравнения применяется приближение ВКБ. Это позволяет предположить, что модификация последнего метода позволит уточнить и лучевой подход. Настоящая работа посвящена разработке и верификации этого метода. Отыскивается семейство лучей, не соединяющих источник и приемник, но передающих акустическую энергию между ними. Описан алгоритм построения этих лучей и вычисления звукового поля, распространяющегося по ним.

Хорошо известны достоинства лучевого подхода при расчете звуковых полей и наглядной интерпретации хода звукового сигнала в океане. Ограничением применимости метода является рост погрешности при расчете поля звукового давления с понижением частоты звукового сигнала ниже сотен герц. Особенно ярко эти расхождения проявляются в начале зон конвергенции, где звуковое поле, измеренное в натурных экспериментах [1] (и рассчитанное с помощью волновых алгоритмов), наблюдается в зоне геометрической тени. Каустическая коррекция лучевой теории [2–4] сводится к выделению областей пространства со специфическим способом расчета звукового поля. Это приводит к утрате стройности лучевого метода.

В настоящей работе предлагается коррекция лучевого алгоритма, сохраняющая лучевую структуру в окрестности зон конвергенции. Применим равномерную асимптотику для функции Грина поперечного уравнения в области значений волновых чисел $\xi > \xi_{max}$ (см. ниже), где решение в геометрооптическом приближении экспоненциально мало. и лучей нет.

Будем рассматривать слоистый океан со слоистым дном. В каждом водном слое полагаем линейный закон для квадрата показателя преломления. Плотность и поглощение в водных слоях постоянны. Дно моделируем набором жидких однородных поглощающих слоев, лежащих на упругом поглощающем полупространстве.

Поле звукового давления монохроматического источника в цилиндрических координатах (r, z) описывается решением краевой задачи для уравнения Гельмгольца [4], а давление звука P отыскивается при помощи преобразования Ханкеля:

$$P(r, z_r, z_s) = \int_0^\infty H_0^1(\xi r)\, G(z_r, z_s, \xi)\, \xi d\xi. \tag{1}$$

Здесь $z_s > 0$, $z_r > 0$ – глубины источника и приемника, H_0^1 – функция Ханкеля, ξ – горизонтальное волновое число в воде; функция Грина поперечного уравнения G определяется из уравнения

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2(z)} - \xi^2\right) G(z, z_s, \xi) = -\delta(z - z_s), \tag{2}$$

где $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота звука, $c(z)$ – скорость звука на горизонте z. Гра-

ничные условия на поверхности и дне ($z = H$) океана определим в виде

$$G(0, z_s, \xi) = 0, \qquad (B(\xi) + \frac{d}{dz}) G(H, z_s, \xi) = 0;$$

функция $B(\xi)$ определяется свойствами дна океана.

Можно проследить аналогию между звуковым полем, подсчитанным в приближении ВКБ методом нормальных волн и лучевым методом [4, 5]. При этих подходах решения уравнения (2) представляются в виде бегущих волн, а при поиске решений поперечного уравнения можно пренебречь участком спектра с $\xi > \xi_{max} \cong \min(\frac{\omega}{c(z)}, \frac{\omega}{c(z_s)})$, так как при этих ξ решение уравнения (2) в ВКБ приближении (лучевом) экспоненциально мало. Поэтому полагаем, что верхняя граница спектра интеграла (1) в лучевом методе определяется ξ_{max}.

Переход от ВКБ приближения решения к его равномерной асимптотике, определяемой через функции Эйри, приводит к изменению интегрального представления поля каждого луча и сдвигу седловых точек в области определения решений уравнения (2), т.е. при $\xi < \xi_{max}$. Кроме этого, верхняя граница спектра собственных значений функций Грина растет от $\xi = \xi_{max}$ до $\xi = \xi^*$. При обычном лучевом подходе в этом диапазоне волновых чисел нет седловых точек. Построению лучевых конструкций в этой области волновых чисел и обсуждению влияния этих лучей посвящена предлагаемая работа.

При определении ξ^* условие малости вклада нормальных волн с $\xi > \xi^*$ по сравнению с их вкладом для $\xi > \xi_{max}$ на основании многочисленных расчетов может быть сведено к более простому ограничению значения аргумента функции Эйри t_r на горизонте приемника z_r: $t(z_r, \xi^*) \cong 2$. Отметим, что ξ^* заведомо меньше, чем $\max(\frac{\omega}{c(z)}, \frac{\omega}{c(z)})$. Значение t_r вычисляется по формулам (3)–(5) работы [6]. Расчеты показывают, что луч, выходящий из источника под углом скольжения $\theta^* = \pm \arccos(c(z_s))\xi^*/\omega)$ заворачивает на глубине 5 – 6λ (λ – длина волны) ниже приемника.

Определим функцию Грина в виде $G = Y_1 Y_2 / W$, где Y_1 и Y_2 – решения уравнения (2), удовлетворяющие граничным условиям на поверхности и дне океана соответственно, а W – определитель Вронского. Оценки точности представления решения показывают, что при достаточно большой частоте ($f > 100$ Гц) и $z_s > z_r$ для решения сверху достаточно ограничиться функцией Эйри Ai, убывающей с ростом аргумента t, а снизу – главным членом асимптотического представления решения, определяемого через функции Эйри – его ВКБ приближением:

$$Y_1 = Ai(t_r), \qquad Y_2 = p(z_s, \xi)^{-1/2} \sin(\psi), \tag{3}$$

где

$$\psi = \omega \int_{z_s}^{z_2} p(z, \xi) dz + \pi/4$$

– набег фаз от горизонта источника до нижней точки заворота, см. рис. 1, *а*

$$p(z, \xi) = (\frac{1}{c^2(z)} - \frac{\xi^2}{\omega^2})^{1/2}. \tag{4}$$

Полагая, что на горизонте источника возможен переход к асимптотике функций Эйри, получим

$$W = -\pi^{-1/2} |t_s|^{-1/4} \omega p(z_s, \xi)^{1/2} \sin(\psi_0), \tag{5}$$

где

$$\psi = \omega \int_{z_1}^{z_2} p(z, \xi) dz + Q_1 + \pi/4.$$

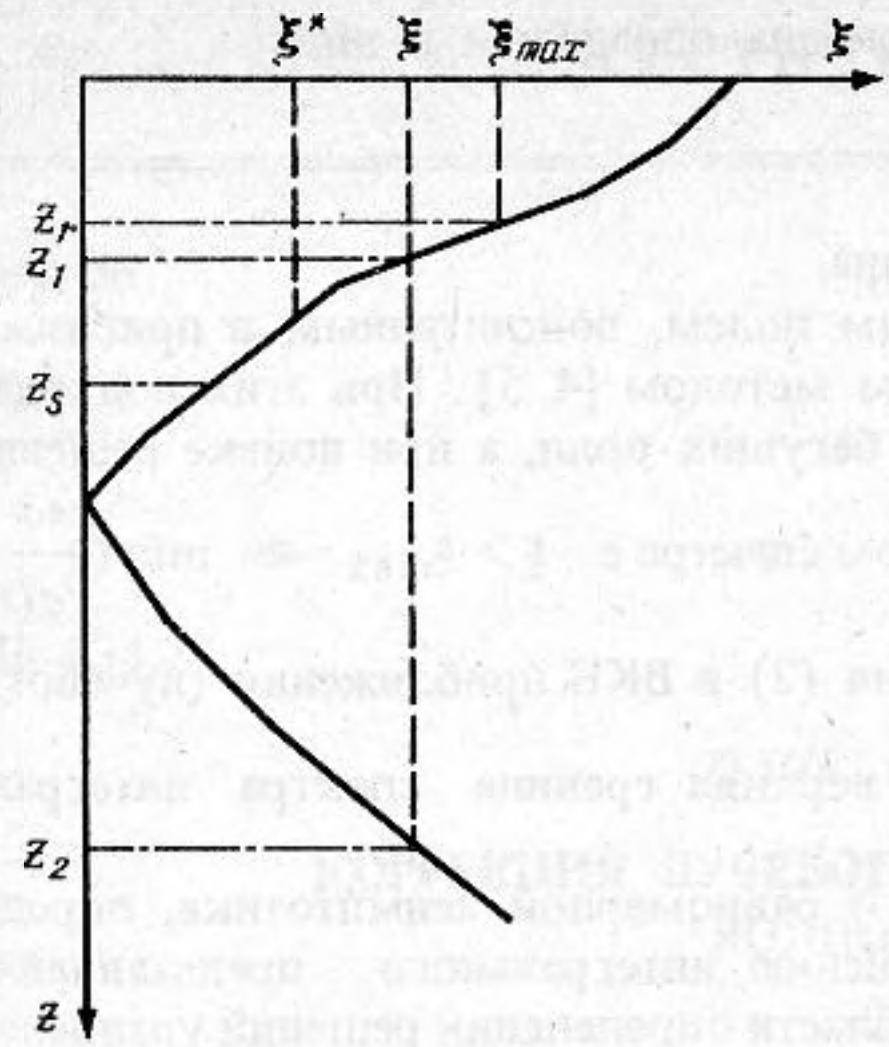

Рис. 1

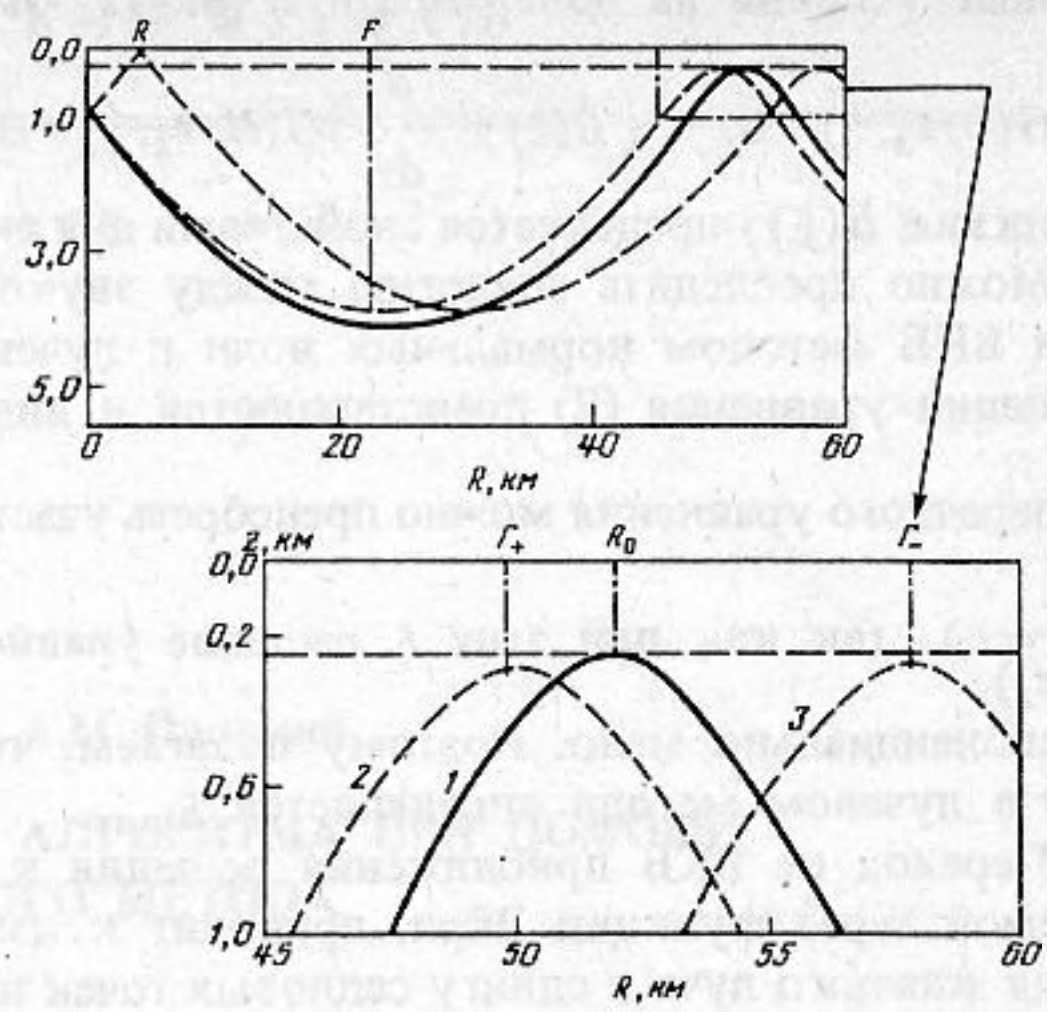

Рис. 2

Рис. 1. Зависимость скорости звука от глубины

Рис. 2. Траектории характерных лучей. В нижнем рисунке более подробно выделен выход лучей в первую зону конвергенции. Индексом *1* отмечен луч, касающийся каустики на горизонте приемника, *2* – луч дифракционного типа, выходящий из источника вниз, *3* – вверх

– набег фаз между верхней точкой заворота z_1 и нижней z_2, а Q_1 – фазовый сдвиг в верхней точке заворота – вычисляется по формулам [7, 8].

Представим знаменатель $1/W$ в виде $1/(I-\alpha)$ (с точностью до множителя) и разложим это выражение в ряд по степеням α. Применяя экспоненциальное представление синуса, получим

$$W = 0{,}5\pi^{-1/2}\,|\,t_s\,|^{-1/4}\,\omega p(z_s,\xi)^{1/2} e^{-i(\psi_0-\pi)}(1-e^{2i\psi_0}).$$

Здесь $\alpha = e^{2i\psi_0}$. Учитывая асимптотику функций Ханкеля, после несложных преобразований получим из уравнений (1), (3)

$$P(r, r_z, z_s) = P^+(r) - P^-(r) = \sum_{n=0}^{\infty} (P_n^+(r) - P_n^-(r)), \tag{6}$$

где индекс n означает определенное число циклов луча, а индексы + или – соответствуют слагаемым поля с таким знаком фазы в представлении Y_2

$$P_n^{\pm}(r) = \int_{\xi_{\max}}^{\xi^*} C(\xi)\, e^{i(\xi r \pm \psi + \psi_0(2n+1) - \pi/4)} d\xi, \tag{7}$$

где

$$C(\xi) = \frac{(2\xi/r)^{1/2} Ai(t_r)\,|\,t_s^{1/4}\,|}{\omega p(z_s,\xi)}\, e^{-i\pi/4}.$$

Для вычисления P^+ и P^- воспользуемся методом стационарной фазы. Будем полагать, что на участке интегрирования P^+ и P^- имеют стационарные точки и учтем их вклад (раздельно).

Условие на стационарную точку для $P^+(\xi_n = \xi = \xi_+)$ записывается в виде

$$\frac{d}{d\xi}(\xi r + \psi + (2n+1)\psi_0) = 0, \tag{8}$$

Причем очевидно, что

$$\frac{d}{d\xi}\psi_0 = -\frac{\xi}{\omega}\int_{z_1}^{z_2} p^{-1}(z,\xi)dz = -0{,}5D(\xi),$$
$$\frac{d}{d\xi}\psi = -\frac{\xi}{\omega}\int_{z_s}^{z_2} p^{-1}(z,\xi)dz = -F(\xi) \tag{9}$$

(пренебрегая вкладом фазовых сдвигов [4, 7, 9]). Здесь F – расстояние, проходимое лучом по горизонтали от источника до нижней точки заворота (см. рис. 2), а $D(\xi)$ – длина цикла луча.

Вклад $P_n^+(r)$ будет существенным для расстояний r_+ для $\xi \in (\xi_{max}, \xi^*)$:

$$r_+(\xi_+) = (n+0{,}5)D(\xi_+) + F(\xi_+); \tag{10}$$

аналогично для $P_n^-(r)$ находим

$$r_-(\epsilon_-) = (n+0{,}5)D(\xi_-) - F(\xi_-). \tag{11}$$

Альтернативный вывод формул (7), (10), (11), основанный на волновом представлении звукового поля, приведен в Приложении.

Заметно сходство со стандартным лучевым представлением [4] для лучей, выходящих на горизонт приемника, расположенного вблизи от верхней точки заворота.

Если стационарная точка не вырождена, то вклад от точки стационарной фазы ξ равен [10]

$$P^{\pm}(r) = \left(\frac{2\pi}{\frac{d^2}{d\xi^2}\phi_{\pm}}\right)^{1/2} C(\xi)e^{i\left(\phi_{\pm}(\xi) + \pi/4\,\mathrm{sgn}\frac{d^2}{d\xi^2}\phi_{\pm}\right)} \tag{12}$$

Здесь $\phi_{\pm}$ – фазовая функция для $P_n^{\pm}$. Для вычисления $\frac{d^2}{d\xi^2}\phi_{\pm}$ применим замену переменных [4]. Вблизи от стационарной точки $\xi = \xi_{\pm}$ фаза $\phi_{\pm}$ меняется пропорционально квадрату $\xi - \xi_{\pm}$, поэтому после дифференцирования получаем

$$\frac{d^2}{d\xi^2}\phi_{\pm} = \frac{dr}{d\xi} = \frac{c(z_s)}{\omega\cos\theta}\frac{dr}{d\theta}. \tag{13}$$

Здесь θ – угол выхода луча из источника. Будем полагать, что положительные углы выхода лучей соответствуют лучам, выходящим из источника вниз. Подставим (13) в (12):

$$P^{\pm}(r) = \left(\frac{\pi\sin 2\theta}{2r\frac{dr}{d\theta}}\right)^{1/2}\frac{1}{c(z_s)}\frac{Ai(t_r)\,|\,t_s\,|^{1/4}}{p(z_s,\theta)},$$
$$p(z_s,\theta) = [1/c^2(z) - \cos^2(\theta)/c^2(z_s)]^{1/2}. \tag{14}$$

Процедура вычисления поля очень похожа на обычную лучевую – выпускаем лучи $\theta \in (\theta^*, \theta_{max})$, где $\theta_{max} = \arccos\left(\frac{\xi_{max}}{\omega^*}c(z_s)\right)$, и согласно (8), (10), (11) находим r_+ и фазу ϕ_+ для каждого луча. По лучевым алгоритмам численно определяем $\frac{dr}{d\theta}$ и получаем поле $P_n^+(r)$. Подобным образом, выпуская лучи в интервале углов $\theta \in (-\theta_{max}, -\theta^*)$, определим поле $P_n^-(r)$.

Рассмотрим формулы (10) и (14). Мы видим, что зависимость $r_+(\xi_+)$ не содержит z_r. Тем самым, задавая ξ_+, мы определяем вертикальный разрез звукового поля на расстоянии $r = r_+$ от источника в диапазоне глубин (z_r, z_1), $t(z_r) = 2$. Акустическая энергия приходит в каждую точку этого разреза от луча, заворачивающего в точке

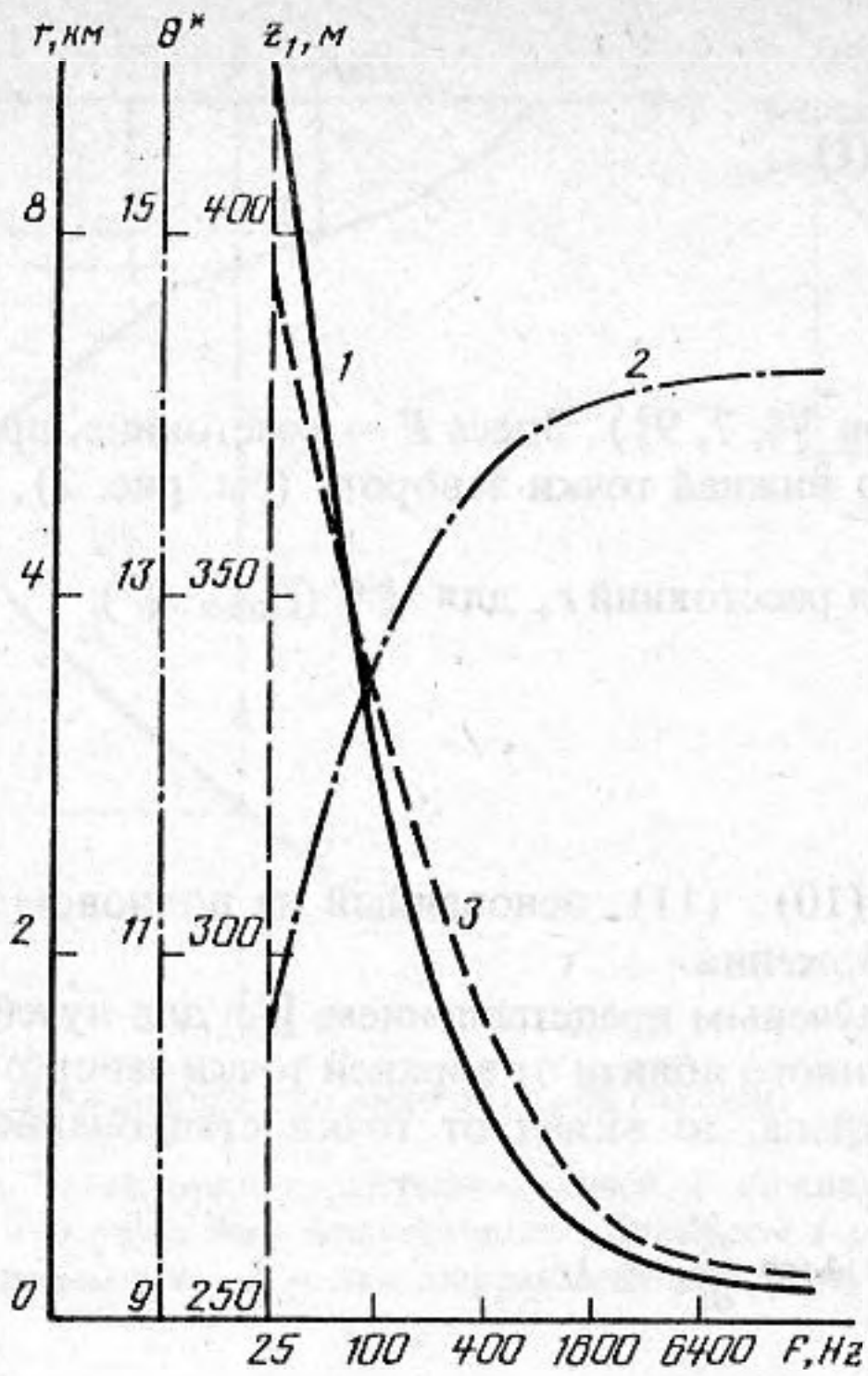

Рис. 3. Влияние частоты звука на сдвиг начала зоны конвергенции $\Delta r(f)$ – *1*, на угол выхода граничного луча из источника $\theta^*(f)$ – *2*, на глубину точки заворота $z_1(f)$ – *3* В этом расчете z_r = 254 м, $\theta = 13{,}93°$

(z_1, r_+). Уровень поля при удалении от этой точки монотонно уменьшается (пропорционально значению $Ai(t), t > 0$).

При вычислении (12) мы пренебрегаем вкладом от границ интегрирования, так как этот член ([10, стр. 153]) имеет бо́льший порядок малости при разложении по $1/\omega$, чем P^+, P^-. Поэтому разность $P^+ - P^-$ и представляет собой интеграл (1).

На рис. 2 выделено расстояние Ro, на котором при данных z_s, z_r начинается зона конвергенции в соответствии с геометрооптическим приближением [4],

$$Ro = nD(\xi) - R(\xi) - G(\xi),$$

где R – расстояние, проходимое лучом по горизонтали от источника до верхней точки заворота,

$$G(\xi) = \frac{\xi}{\omega} \int_{z_1}^{z_r} p^{-1}(z, \xi)\, dz.$$

Разность $\Delta r(\xi) = Ro - r_+(\xi)$ показывает, на сколько приближает начало зоны конвергенции разработанная методика. Несложно видеть, что $\max(\Delta r(\xi)) = \Delta r(\xi^*)$.

Таким образом, лучи, вышедшие из источника в диапазоне углов $|\theta| \in (\theta^*, \theta_{max})$ вниз или вверх, не доходят до горизонта приема z_r и заворачивают раньше него на горизонте z_1. Однако акустическая энергия, распространяющаяся вдоль этих лучевых трубок, выходит на горизонт приемника z_r на расстоянии r_- или r_+ соответственно (см. рис. 2). При данном номере зоны (параметр n в (6) и далее) r_-, r_+ зависят только от θ. С убыванием $|\theta|$ (ростом ξ) расстояния r_-, r_+ монотонно уменьшаются, а значение аргумента t_r растет. Отметим, что ближняя граница зоны конвергенции формируется лучом, выходящим под углом $\theta^* = \pm \arccos\left(\frac{\xi^*}{\omega} c(z_s)\right)$. Согласно [5] с ростом t_r происходит почти линейный рост $\Delta r(t_r)$ и разности между глубиной заворота луча и горизонтом приемника $z_1(t_r) - z_r$. Одновременно с этим уменьшается (не-

монотонно) и уровень звукового сигнала, приходящего по этим траекториям (определяется значением $Ai(t_r)$. При $t_r > 3$ уровень поля будет пренебрежимо мал.

Влияние лучей, приходящих на расстоянии r_+, будет заметно в начале зон конвергенции. Ближняя граница зон конвергенции становится более размытой – нет резкого, пикового нарастания уровня поля в начале зоны.

При изменении частоты звука меняется и размер области, в которой существенны эти дифракционные эффекты. Приведенные на рис. 3 зависимости $\Delta r(f)$, $\theta^*(f)$, $z_1(f)$ соответствуют $t_r = 2$. Рост Δr с уменьшением частоты находится в полном соответствии с хорошо известными экспериментальными данными.

Условия расчета взяты из задачи 1(2) семинара в Петергофе [11]. Отметим, что численное значение Δr по уровню поля – 35 дБ (частота расчета 250 Гц) соответствует результатам работы [5].

Рассмотрим угловую структуру звукового поля, приходящего по этим лучам в начале зоны конвергенции (соответствует r_+). Сопоставив углы выхода лучей, формирующих эту область и геометрическую границу зоны конвергенции, получим, что звуковой сигнал приходит на горизонт приемника под углами скольжения на 0,5–1,5 градуса меньших, чем углы прихода первых геометрооптических лучей.

Второй диапазон расстояний (r_-) лежит в ближней освещенной зоне и в области зон конвергенции, и сигнал, приходящий по рассматриваемым траекториям, может маскироваться более сильными сигналами, выходящими из источника под большими углами.

В заключение автор выражает благодарность В.С. Булдыреву, высказавшему ряд ценных замечаний.

Приложение

Использование волнового подхода для коррекции лучевого метода

Решение представляется в виде лучевых конструкций при помощи следующей схемы.

1. Раскладываем звуковое поле по нормальным волнам.

2. Поле каждой волны представляем как произведение медленно меняющегося множителя на экспоненту от фазового интеграла.

3. При определении результирующего поля в пакете волн заменяем суммирование по номеру на интегрирование по ξ, а интеграл вычисляем с помощью метода стационарной фазы.

4. В фазовой функции выделяем аддитивную добавку (кратную 2π), моделирующую набег фазы от полного цикла луча.

В работе [6] описан способ коррекции метода ВКБ, позволяющий в рамках высокочастотного приближения при $z_s > z_r$ (иначе применяем принцип взаимности) расширить спектр собственных значений уравнения (2) до $\xi^* > \xi_{\max}$, т.е. для $\xi_k \in (\xi_{\max}, \xi^*)$ найти $A_k \equiv A(\xi_k)$. Здесь ξ_k – собственные значения, A_k – коэффициенты возбуждения нормальных волн при данных z_s и z_r.

Значение k меняется от $k = k_m$ до $k = k_m + M$, где $\xi_{k_m} = \xi_{\max}$, M – число волн в пакете ($M \cong (\xi^* - \xi_{\max})/\Delta\xi$), а $\Delta\xi$ – разность волновых чисел между соседними нормальными волнами, вычисляемая в рамках ВКБ-приближения,

$$\Delta\xi = \xi_k - \xi_{k+1} = \frac{2\pi}{D_k} = \frac{\omega\pi}{\xi_k \int\limits_{z_1}^{z_2} p^{-1}(z, \xi_k)\,dz}. \qquad (\text{П}.1)$$

Здесь $D_k = D(\xi_k)$ – длина цикла луча, выходящего из источника под углом сколь-

жения $\theta_k = \pm \arccos\left(\frac{\xi_k}{\omega} c(z_s)\right)$. Согласно [6, (13̄)], A_k определяется как

$$A_k = A(\xi_k) = -\frac{\pi^{1/2} Ai(t(z_r, \xi_k))\,|\,t(z_s, \xi_k)|^{1/4}}{p(z_s, \xi_k)\,\xi_k \int\limits_{z_1}^{z_2} p^{-1}(z, \xi_k)\,dz} \sin(\nu), \tag{П.2}$$

где

$$\nu = \omega \int\limits_{z_1}^{z_s} p(z, \xi_k)\,dz + Q_1.$$

Вклад каждой нормальной волны в результирующее звуковое поле определяется в рамках теории вычетов [4]:

$$P_k = 4\pi e^{i(\pi/4 + \xi_k r)} \xi_k (2\pi\xi_k r)^{-1/2} A_k. \tag{П.3}$$

Здесь мы учли асимптотику функции Ханкеля. Выделим в (П.2), (П.3) осциллирующую часть:

$$P_k = B_k\left(e^{i(\xi_k r + \nu)} - e^{i(\xi_k r - \nu)}\right), \tag{П.4}$$

где $B_k = B(\xi_k)$:

$$B_k = -2\pi(2\xi_k/r)^{1/2} \frac{Ai(t_r)\,|\,t_s\,|^{1/4}}{p(z_s, \xi_k)\,\omega D_k} e^{-i\pi/4}.$$

Выражение (П.4) инвариантно к добавлению $2n\pi$, где n – целое число, к значению фазы каждого из слагаемых:

$$e^{i(\xi_k r + \nu)} - e^{i(\xi_k r - \nu)} \equiv e^{i(\xi r + \nu + 2n\pi)} - e^{i(\xi r - \nu + 2n\pi - \psi_0)}. \tag{П.5}$$

Набег фаз между точками заворота ψ_0 в корнях уравнения (2) ξ_k кратен π. Это позволяет добавить к значению фазы первого слагаемого $2n_+\psi_0$, а второго – $2n_-\psi_0$, причем равенство $n_- = n_+$ не требуется. Так (9) переходит в

$$P_k = B_k\left(e^{i(\xi_k r + \nu + 2n_+\psi_0)} - e^{i(\xi_k r - \nu + 2n_-\psi_0)}\right). \tag{П.6}$$

Выражения (П.5), (П.6) определяют звуковое поле, создаваемое на расстоянии r от источника нормальной волной с волновым числом ξ_k. Вклад пакета волн с $\xi > \xi_{max}$ находим путем суммирования по k в (П.6). Если число волн в пакете $M \gg 1$, то заменяем дискретную сумму Фурье на интеграл

$$P(r) = \sum_{k=1}^{M} Pk \cong \frac{1}{\Delta\xi} \int\limits_{\xi_{max}}^{\xi^*} P(\xi)\,d\xi = \frac{D}{2\pi} \int\limits_{\xi_{max}}^{\xi^*} B(\xi)\left(e^{i\phi_+} - e^{i\phi_-}\right) d\xi,$$

где $\phi_\pm = \xi_k r + 2n_\pm\psi_0 \pm \nu$, а D – усредненная по пакету ($\xi \in (\xi_{max}, \xi^*)$) длина цикла луча. Комбинируем в (П.4), (П.6) члены с одинаковым знаком ν:

$$P(r) = P_+(r) - P_-(r) \equiv \int\limits_{\xi_{max}}^{\xi^*} E(\xi)\left(e^{i\phi_+} + e^{i\phi_-}\right) d\xi, \tag{П.7}$$

где

$$E(\xi) = -\frac{(2\xi/r)^{1/2} Ai(t_r)\,|\,t_s^{1/4}\,|}{\omega p(z_s, \xi)} e^{-i\pi/4}. \tag{П.8}$$

Для вычисления P_+ и P_- воспользуемся методом стационарной фазы. Будем полагать, что на участке интегрирования ϕ_+ и ϕ_- имеют стационарные точки и учтем их вклад (раздельно).

Условие на стационарную точку для $\phi_+(\xi = \xi_+)$ записывается в виде

$$\frac{d}{d\xi}(\xi r + \nu + 2n_+\psi_0) = 0, \tag{П.9}$$

$$\frac{d}{d\xi}\nu = -\frac{\xi}{\omega} \int\limits_{z_1}^{z_s} p^{-1}(z, \xi)\,dz = -R(\xi).$$

Отсюда

$$\bar{r}_+(\xi_+) = n_+ D(\xi_+) + R(\xi_+). \qquad (П.10)$$

Это условие выполняется для $\xi_+ \in (\xi_{max}, \xi\ )$, но в силу (П.5) и (П.9), лишь при $\xi = \xi_k$, $k = k_m, \ldots, k_m + M$; выражение (П.10) служит для определения $\bar{r}_+$ по ξ_+: $\xi_+ = \xi_k$, $k = k_m, \ldots, k_m + M$.

Аналогично для второго слагаемого в (П.7) получаем

$$\bar{r}_-(\xi_-) = n_- D(\xi_-) - R(\xi_-). \qquad (П.11)$$

Физический смысл n_- и n_+, введенных в (П.5) как целые числа, не определяется последующими операциями. Более того, логика всех вычислений сохраняется, если $n_+ \neq n_-$. Анализ формулы (П.11) показывает, что при $n_- = 0$ получаемое значение $\bar{r}_-$ лишено физического смысла. Следовательно, n_- – натуральное число. Если определить n_+ и n_-, как $n_+ = n$,

$$n_- = n + 1, \quad n = 0, 1, \ldots,$$

то n будет аналогом номера зоны конвергенции, а лучевое поле, определенное в Приложении, будет совпадать с полем, определяемым по формулам (10), (11).

Действительно,

$$\begin{aligned} \bar{r}_-(\xi) &= (n+1)D(\xi) - R(\xi) = (n+0{,}5)D(\xi) + F(\xi) = r_+(\xi), \\ \bar{r}_+(\xi) &= nD(\xi) + R(\xi) = (n+0{,}5)D(\xi) - F(\xi) = r_-(\xi), \end{aligned} \qquad (П.12)$$

и наблюдается полное соответствие с формулами (10), (11) и численного коэффициента (П.8) с (7) с учетом изменения знака при P_+ и P_- в (6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Галкин О.П.* О структуре звукового поля в глубоком океане // Акустика океана. М.: Наука, 1982. С. 92–106.
2. *Газарян Ю.Л.* О геометро-акустическом приближении поля в окрестности неособого участка каустики // Вопр. динамической теории распространения сейсмических волн. Л.: Изд-во ЛГУ, 1961. (5). С. 73–89.
3. *Бабич В.М., Булдырев В.С.* Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972.
4. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
5. *Толстой И., Клей С.* Акустика океана. М.: Мир, 1972. С. 68.
6. *Плоткин А.М.* Применение приближения ВКБ для вычисления звукового поля в зоне геометрической тени // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 6. С. 1104–1110.
7. *Murphy E.L., Davis J.A.* Modified ray theory for bounded media // J. Acoust. Soc. Amer. 1974. V. 56. № 6. P. 1747–1760.
8. *Явор М.И.* Асимптотическое вычисление звуковых полей в океане при наличии глубинного и приповерхностного волновода // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 553–560.
9. *Плоткин А.М.* Оценки применимости приближения ВКБ в методе нормальных волн // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 4. С. 496–501.
10. *Федорюк М.В.* Асимптотика: интегралы и ряды // М.: Наука, 1987. 544 с.
11. *Агеева Н.С., Мальцев Н.Е.* IV семинар – совещание по методам расчета полей в океане // Судостроительная промышленность. 1989. Вып. 4.

Акустический институт
им. Н.Н. Андреева
Российской академии наук

Поступила в редакцию
30.05.90
После исправления
14.04.92

A.M. Plotkin

REY ALGORITHM CORRECTION BY NORMAL MODE METHOD

The method of high frequency asymptotics for sound pressure calculations at the beginning of the convergence zone and at the end of shadow zones is described. The WKB approximation have been modified in order to construct such asymptotics.

The application of the WKB approximation limits its spectrum by the value ξ. The eigenfunctions are determined as a combination of the Airy functions at the beginning and in a standard WDB way at the end. It is shown that the application of the Airy functions asymptotics allows to solve the spectral problem directly. The pressure field is constructed out of two travelling waves. Searching for stationary points for them separately, we obtain the distances, at which the influence of such rays would be significant.

Thus, we find out the family of rays which do not connect the source and the receiver but, nevertheless, transfer acoustic energy between them. The algorithm for ray tracing and sound fields calculation is described.

The influence of such rays is significant in a shadow zone at the border of the convergence zone. It manifests itself nearer to the source and does not begin sharply but smoothly. The dimensions of the area where these effects are important increase as the frequency decreases.