АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 6

УДК 534.83

© 1992 г. Б.П. Белов

ВИБРОЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ СТЕРЖНЕВЫХ АРМИРОВАННЫХ ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Получены выражения для виброчувствительности одностороннего армированного пьезопреобразователя в режиме приема вибрации со стороны опоры. Исследованы распределения смещений в пьезосекции преобразователя и влияние на виброчувствительность схемы крепления преобразователя, параметров элемента крепления и электрической нагрузки. Показаны пути уменьшения виброчувствительности.

В антеннах судовых гидроакустических приборов применяются стержневые армированные пьезопреобразователи, работающие в полосе частот вблизи резонанса. Излучение и прием звуковых волн такими преобразователями хорошо изучены. Однако кроме звуковых волн на преобразователи воздействует вибрация в рабочей полосе частот, передающаяся через элементы крепления от опорной конструкции антенны и вызывающая помехи работе гидроакустического прибора. Способы крепления преобразователей и свойства опорных конструкций весьма многообразны и влияют на чувствительность преобразователя к вибрации.

Цель настоящей работы – определение чувствительности армированных преобразователей на рабочих частотах к вибрации, называемой в дальнейшем виброчувствительностью, а также зависимости последней от параметров элементов обратимого преобразователя и его крепления и электрической нагрузки преобразователя в режиме приема.

Рассмотрим колебания механической системы одностороннего армированного преобразователя, у которого рабочая накладка контактирует с водой, а свободная находится в воздухе, при четырех возможных вариантах крепления (рис. 1). В сечении закрепления на элемент преобразователя воздействуют сила F и колебательная скорость $\dot{\xi}$, в месте соединения элемента крепления, именуемого в дальнейшем прокладкой, с опорной конструкцией F_0 и $\dot{\xi}$. Форма продольных колебаний пьезокерамической секции под действием силы F в сечении закрепления находится как решение системы уравнений, определяющих граничные условия на стыках четырех жестко соединенных стержней (рис. 2), где элементом d может быть как армирующий, так и пьезокерамический стержень:

$$\xi_d = \xi_b, \quad Z_d + Z_b = Z_p \quad \text{при} \quad x = 2l; \quad \xi_d = \xi_b, \quad Z_d + Z_b = Z_c \quad \text{при} \quad x = 0;$$
$$\lim_{\epsilon\to 0}[\xi_d(x-\epsilon) - \xi_d(x+\epsilon)] = 0, \quad F = -i\omega\xi_d \lim_{\epsilon\to 0}[Z_d(x-\epsilon) + Z_d(x+\epsilon)] \quad \text{при} \quad x = l_2, \tag{1}$$

где импеданс соответствующего стержня в заданном сечении находится как $Z = \pm ES\,(\partial\xi/\partial x)/(\partial\xi/\partial t)$.

Подставляя в систему (1) общие решения вида

$$\xi_d = A_1[\exp[-\gamma_d(x-l_2)] - R_1\exp[\gamma_d(x-l_2)]] \quad \text{при} \quad l_2 \leqslant x \leqslant 2l,$$
$$\xi_d = A_2[\exp[\gamma_d(x-l_2)] - R_2\exp[-\gamma_d(x-l_2)]] \quad \text{при} \quad 0 \leqslant x \leqslant l_2,$$
$$\xi_b = A_3[\exp(-\gamma_b x) - R_3\exp(\gamma_b x)] \quad \text{при} \quad 0 \leqslant x \leqslant 2l$$

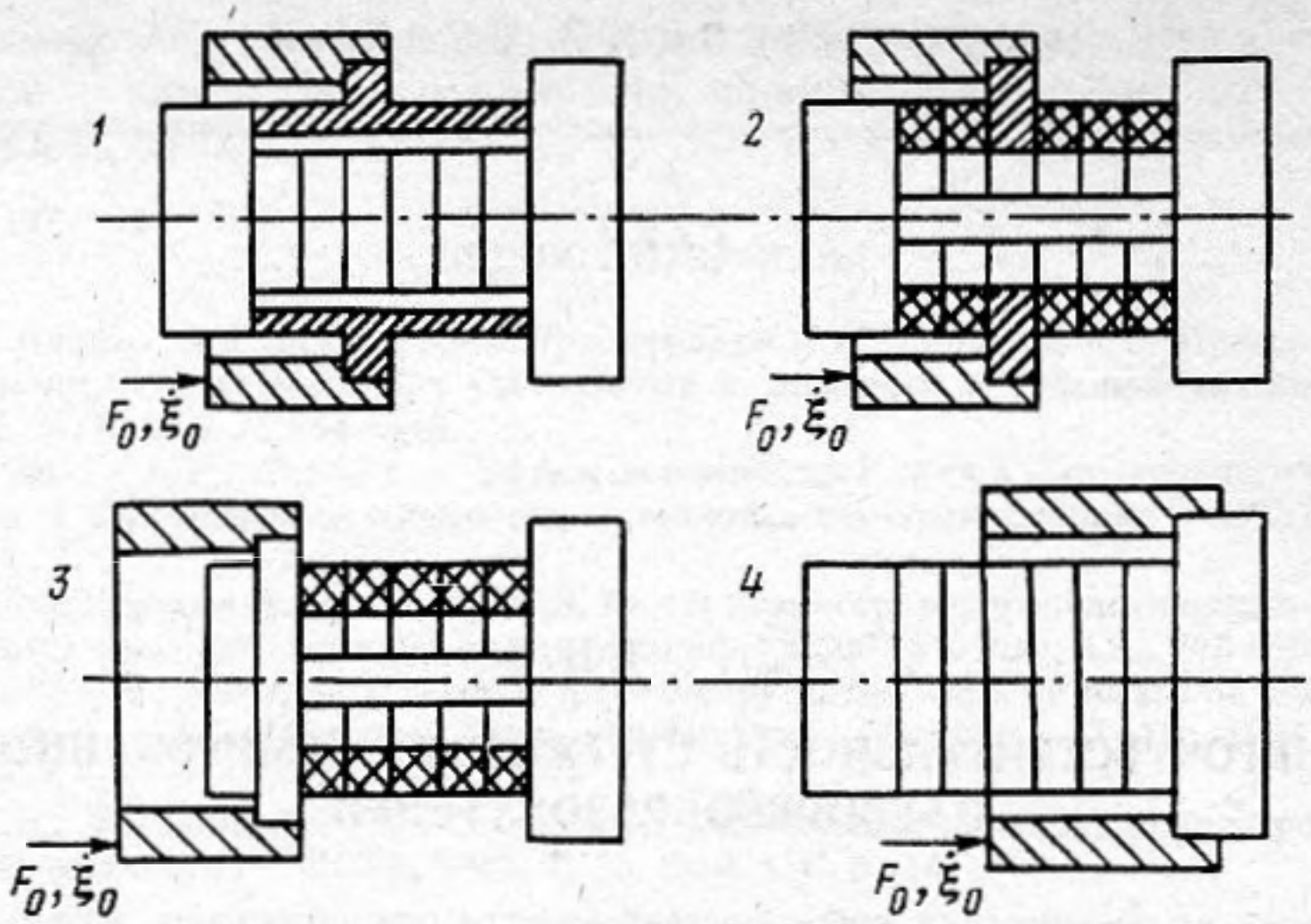

Рис. 1. Схемы крепления преобразователя: *1* – элементом армирования; *2* – пьезокерамической секцией; *3* – свободной накладкой; *4* – рабочей накладкой

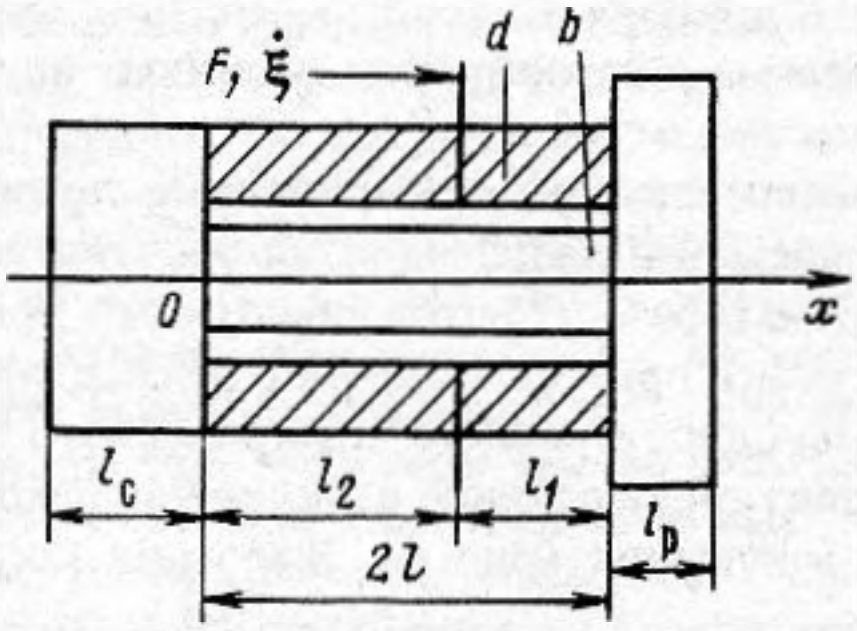

Рис. 2. Схема механической системы преобразователя при возбуждении со стороны опоры

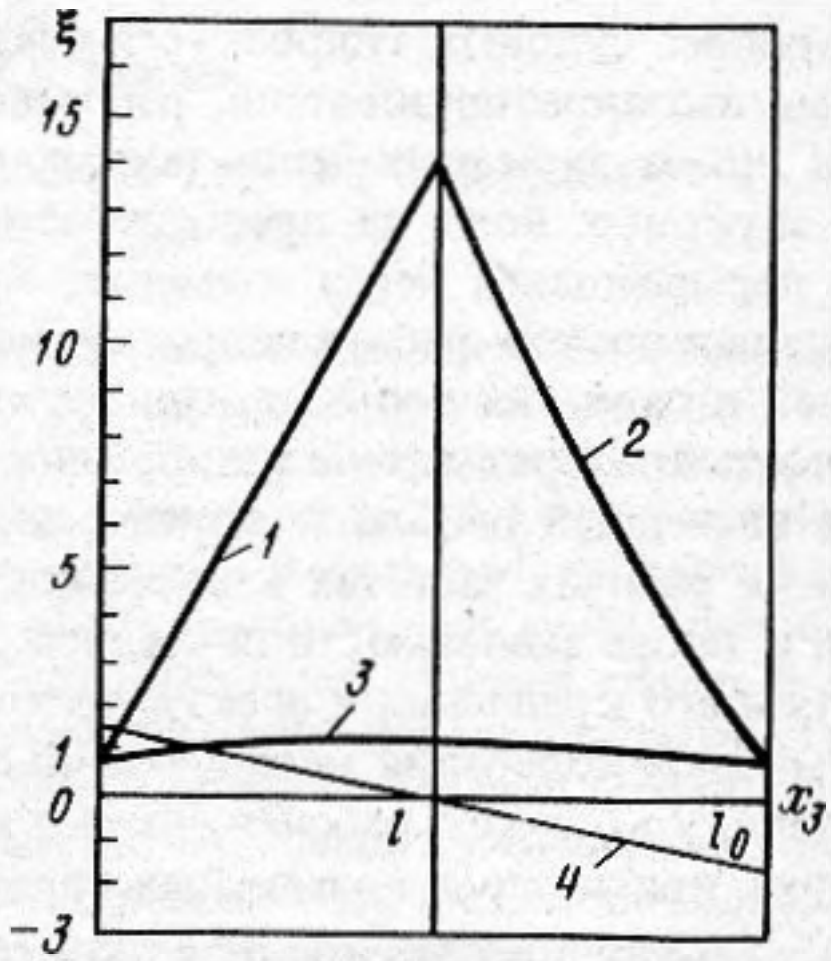

Рис. 3. Распределение смещений в элементе армирования и пьезокерамической секции в схеме *1*: *1* – ξ_2; *2* – ξ_1; *3, 4* – ξ_3

и решив систему относительно неизвестных амплитуд A и коэффициентов отражения R, получаем:

$$\begin{aligned}
&\xi_d = F\,\mathrm{ch}\gamma_d l_2 [(Z_c - W_b u)\,\mathrm{th}\,\gamma_d l_2 + W_d]\,[(Z_p + W_b v)\,\mathrm{sh}\gamma_d (2l - x) + \\
&+ W_d\,\mathrm{ch}\gamma_d (2l - x)]\,/BW_d, \quad l_2 \leqslant x \leqslant 2l, \\
&\xi_d = F\,\mathrm{ch}\gamma_d l_1 [(Z_p + W_b v)\,\mathrm{th}\gamma_d l_1 + W_d]\,[(Z_c - W_b u)\,\mathrm{sh}\gamma_d x + \\
&+ W_d\,\mathrm{ch}\gamma_d x]\,/BW_d, \quad 0 \leqslant x \leqslant l_2,
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
&\xi_b = F\,\mathrm{ch}\gamma_d l_2 [(Z_c - W_b u)\,\mathrm{th}\gamma_d l_2 + W_d]\,[\mathrm{ch}\gamma_b (l - x) - \\
&- a\,\mathrm{sh}\gamma_b (l - x)]\,/B(\mathrm{ch}\gamma_b l + a\,\mathrm{sh}\gamma_b l), \quad 0 \leqslant x \leqslant 2l,
\end{aligned}$$

$$B = i\omega \operatorname{ch}2\gamma_d l\{[W_b^2 uv + W_b(Z_p u - Z_c v) -$$
$$-(Z_p Z_c + W_d^2)]\operatorname{th}2\gamma_d l + W_d[W_b(u - v) - (Z_p + Z_c)]\},$$

$$a = \frac{(2W_d \operatorname{th}\gamma_d l + 2W_b \operatorname{th}\gamma_b l + Z_p + Z_c)\operatorname{th}\gamma_d \Delta + (Z_c - Z_p)\operatorname{th}\gamma_d l}{2W_d \operatorname{th}\gamma_d l + 2W_b \operatorname{th}\gamma_b l + (Z_p + Z_c)\operatorname{th}\gamma_b l \operatorname{th}\gamma_d l + (Z_c - Z_p)\operatorname{th}\gamma_b l \operatorname{th}\gamma_d \Delta},$$

где

$$\gamma = -ik + \eta k/2, \quad k = \omega/c, \quad 2\Delta = l_2 - l_1,$$
$$Z_p = W_p \operatorname{th}\gamma_p l_p + Z_s, \quad Z_s = R_s + iX_s,$$
$$Z_c = W_c \operatorname{th}\gamma_c l_c, \quad W + \rho c S, \quad u = (a - \operatorname{th}\gamma_b l)/(1 - a\operatorname{th}\gamma_b l),$$
$$v = (a + \operatorname{th}\gamma_b l)/(1 + a\operatorname{th}\gamma_b l),$$

индексы "р" и "с" относятся к рабочей и свободной накладкам. Далее индексы "а" и "к" относятся к армирующему и керамическому стержням.

Распределения смещений в стержнях b и d зависят от положения сечения закрепления и соотношения импедансов стержней d и b. Электрическая сторона преобразователя, не влияющая на форму колебаний, опущена. При возбуждении рабочей или свободной накладок по схемам *3* и *4* рис. 1, т.е. концов пьезосекции, распределение смещений в пьезосекции совпадает с известным для приема звукового давления. При возбуждении средней части стержней d и b по схемам *1* и *2* рис. 1 распределения существенно отличается. Для схемы *1* на рис. 3 представлен пример распределения, рассчитанный по формулам (2) на резонансной частоте, определяемой из условия $B = B_{\min}$ для системы с соотношением $W_а : W_к : W_р : R_s = 1:10:30:2$. Возбуждение элемента армирования строго в середине, когда согласно (3) $\Delta = 0$ и $a = 0$ и симметричный преобразователь ($Z_c = Z_p$) не нагружен средой ($R_s = 0$), вызывает симметричные относительно середины колебания. В результате смещения концов пьезосекции одинаковы (кривая *1*), и снимаемое с нее напряжение равно нулю. Если преобразователь несимметричен ($Z_c \neq Z_p$), то из (3) может быть найдена такая величина Δ, которая обеспечивает $a = 0$, и смещения пьезосекции симметрируются. В симметричном случае смещения элемента армирования (кривые *2* и *3*) также симметричны, амплитуда в сечении возбуждения на порядок больше, чем в пьезосекции вследствие соотношения $W_к$ и $W_а$.

В случае $R_s = 0$, но $a \neq 0$ к симметричным колебаниям добавляются совпадающие с ними по фазе несимметричные (кривая *4*), и на выходе пьезосекции напряжение отлично от нуля. Если же $R_s \neq 0$, то невозможно достичь $a = 0$ и возникают несимметричные колебания, аналогичные кривой *4*, но сдвинутые по фазе относительно рассмотренных выше, подобные колебаниям при воздействии звука. В симметрированном подбором Δ преобразователе последняя составляющая определяет виброчувствительность преобразователя. В случае возбуждения симметричного преобразователя в середине, т.е. в узле пьезосекции при $R_s = 0$ части пьезосекции со своими накладками колеблются как отдельные четвертьволновые системы с минимумом смещения в возбуждаемом сечении и одинаковыми максимумами на концах. Несимметрия преобразователя немедленно вызывает синфазные несимметричные колебания, связанные с асимметрией упругих и инерционных импедансов, обусловленные активной нагрузкой и сдвинутые на $\pi/2$ по фазе.

При конструировании преобразователей и антенных устройств возникает потребность выбора схемы крепления преобразователя, расчета и достижения приемлемой виброчувствительности. Определим количественно виброчувствительность γ собственно преобразователя как отношение выходного напряжения к ускорению сечения закрепления: $\gamma = e/\omega\dot{\xi}$. Однако такое определение, удобное для исследования, не может быть исчерпывающим, поскольку возможность измерения ускорения в этом сечении чаще отсутствует, и определение не учитывает соотношения импеданса опорной конструкции и преобразователя в сечении закрепления $Z_{вх}$. Поэтому целесообразно ввести виброчувствительность γ_0 по отношению к вибрации $\ddot{\xi}_0$ опорной конструкции до установки преобразователя с прокладкой и γ_0^1 по отношению к вибрации опоры в месте установленного преобразователя.

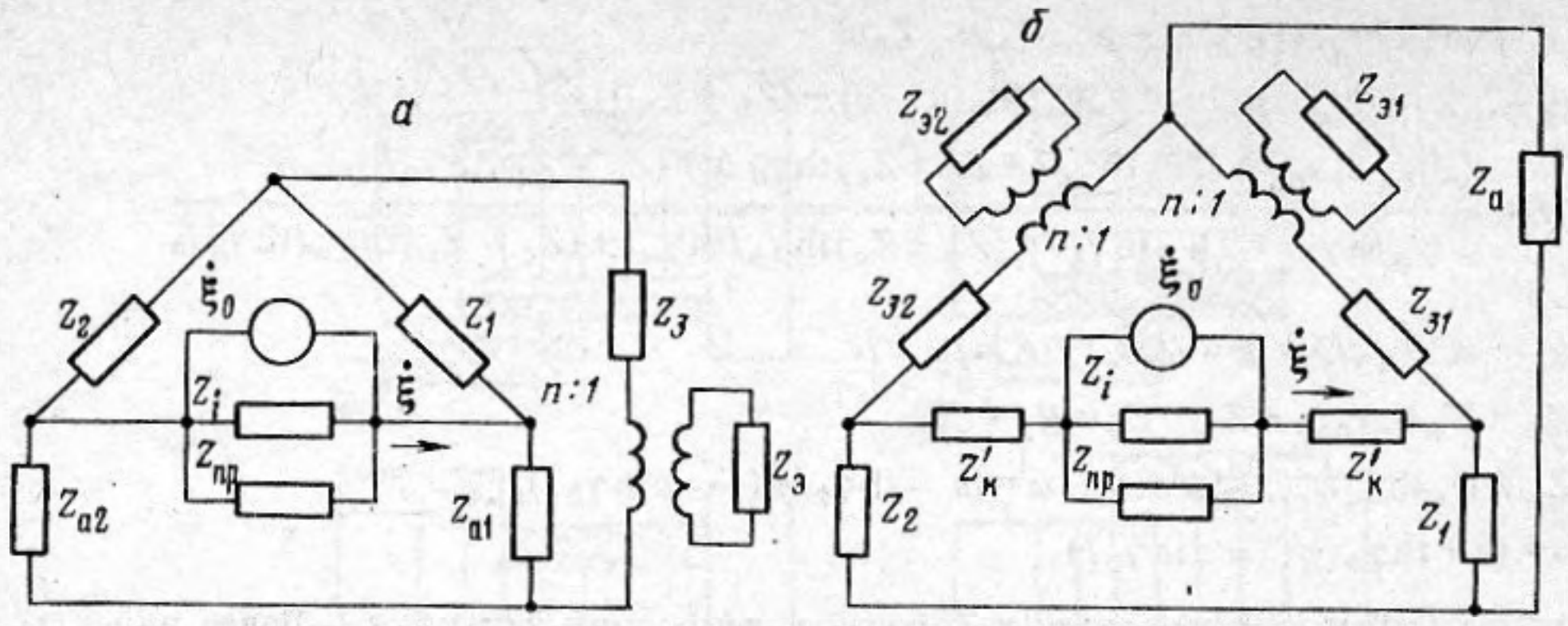

Рис. 4. Эквивалентная схема преобразователя при различном креплении: *а* – схема *1*; *б* – схема *2*. Обозначения: $Z_1 = R_{п1} + R_s + i\rho_р c_р s_р \operatorname{tg} k_р l_р + i\rho_к c_к s_к \operatorname{tg}(k_к l)$; $Z_2 = R_{п2} + i\rho_с c_с s_с \operatorname{tg} k_с l_с + i\rho_к c_к s_к \operatorname{tg}(k_к l)$; $Z_а = -i\rho_а c_а s_а/\sin 2k_а l$; $1/Z_э = i\omega c + 1/Z_н$, $Z_{a1} = 1\rho_а c_а s_а/\sin k_а l_1$; $Z_{a2} = -i\rho_а c_а s_а/\sin k_а l_2$; $Z_{пр} = -i\rho_{пр} c_{пр} s_{пр}/\sin k_{пр} l_{пр}$; $Z'_к = i\rho_к c_к s_к \operatorname{tg}(k_к l)$, $Z_{э1} = n^2 Z_{э1} - i\rho_к c_к s_к/\sin k_к l_1$; $Z_{э2} = n^2 Z_{э2} - i\rho_к c_к s_к/\sin k_к l_2$; $Z_э = n^2 Z_э - i\rho_к c_к s_к/\sin 2k_к l$

Для нахождения виброчувствительности удобно воспользоваться методом эквивалентных схем, следуя [1] и приняв в качестве источника генератор тока ξ_0 с внутренним импедансом Z_i, равным импедансу опоры в месте установки данного преобразователя. Импеданс Z_i может значительно изменяться вследствие конечности размеров опоры. Он может как существенно превышать входной импеданс преобразователя в сечении закрепления, так и оказываться малым в разных местах опоры. Импеданс элемента крепления зависит от конструкции и в простейшем случае прокладки может быть принят $Z_{пр} \approx -i\rho_{пр} c_{пр} S_{пр}/\sin k_{пр} l_{пр}$. Эквивалентные схемы при креплении по схемам *1* и *2* показаны на рис. 4, *а, б*, смысл элементов поясняется на схеме, $R_п$ – импеданс механических потерь. Реактивная часть импеданса излучения опущена. При $Z_{a1} \to \infty$ схема рис. 4, *а* соответствует схеме крепления *4*, при $Z_{a2} \to \infty$ – схеме *3* рис. 1.

Решив систему уравнений для токов и найдя ток в первичной обмотке трансформатора, получаем выражения для виброчувствительности преобразователя при схеме крепления *1*

$$\gamma = n(Z_2 Z_{a1} - Z_1 Z_{a2}) Z_э/\omega[Z_1 Z_2 (1 + Z_{a2}/Z_1 + Z_{a1}/Z_{a2})] + \\ + Z_3 Z_1 (1 + Z_{a1}/Z_1) + Z_3 Z_2 (1 + Z_{a2}/Z_2), \tag{4}$$

и при схеме крепления *2* (для пьезосекции и ее частей),

$$\gamma_1 = nZ_{э1}[(Z_2 + Z_{32} + Z_a)Z_1 + Z_2 Z_a]/\omega[(Z_1 + Z_{31} + Z_a)(Z_2 + Z_{32} + Z_a) - Z_a^2], \tag{5}$$

$$\gamma_2 = nZ_{э2}[(Z_1 + Z_{31} + Z_a)Z_2 + Z_1 Z_a]/\omega[(Z_1 + Z_{31} + Z_a)(Z_2 + Z_{32} + Z_a) - Z_a^2], \tag{6}$$

$$\gamma = \gamma_1 - \gamma_2 = n[Z_{э1}(Z_2 + Z_{32} + Z_a)Z_1 - Z_{э2}(Z_1 + Z_{31} + Z_a)Z_2 + \\ + (Z_{э1} Z_2 - Z_{э2} Z_1) Z_a]/\omega[(Z_1 + Z_{31} + Z_a)(Z_2 + Z_{32} + Z_a) - Z_a^2]. \tag{7}$$

Виброчувствительности γ_0 и γ_0^1 связаны с γ следующим соотношением:

$$\gamma : \gamma_0 : \gamma_0^1 = 1 : (1 + Z_{вх}/Z_{пр})^{-1} : 1 + Z_{вх}[(Z_i + Z_{пр})/Z_i Z_{пр}]^{-1}. \tag{8}$$

В формулах (4)–(7) равенство нулю действительной части знаменателя является условием резонанса, совпадающим при $Z_{a1} \ll Z_1$, $Z_{a2} \ll Z_2$ в (4) с известным условием [1].

Рассмотрим влияние схемы крепления и электрической нагрузки на виброчувствительность с позиции уменьшения γ на резонансной частоте. Из числителя (4) для схемы *1* рис. 1 следует условие минимизации γ путем выбора сечения закрепления и эле-

ментов преобразователя $X_2X_{a1} - X_1X_{a2} = 0$. Компенсация составляющей, обусловленной односторонним нагружением R_s, принципиально возможна посредством увеличения $R_{п2}$, но это снижает излучаемую мощность. Виброчувствительность на резонансной частоте

$$\gamma \approx n[X_2X_{a1} - X_1X_{a2} + i(X_{a2}R_{п1} - X_{a1}R_{п2})]Z_э/\omega(Z_2 + Z_к + n^2Z_э)\times$$
$$\times(R_s + R_{п1} + R_{п2}); \qquad (9)$$

при выполнении условия минимизации γ и обычного соотношения $R_п \ll R_s$

$$\gamma_{min} \approx nZ_э iX_{a2}/\omega(Z_2 + Z_к + n^2Z_э). \qquad (10)$$

Из (9) и (10) следует, что полезно уменьшать X_{a2} по отношению к $(Z_2 + Z_к + n^2Z_э)$, что не противоречит требованиям режима излучения. Возможные изменения $Z_н$ влияют на виброчувствительность в той же мере, что и на чувствительность к звуковому давлению.

Схемы *3* и *4* рис. 1 работоспособны в режиме излучения только при малых $Z_{пр}$ или Z_i, входящих в цепь соответствующей накладки и влияющих на резонансную частоту и фазу колебаний, поэтому виброчувствительность γ лишена смысла и рассматривается γ_0. Виброчувствительность по отношению к вибрации опоры для схемы *4* получается при $Z_0 = Z_{пр}Z_i/(Z_{пр} + Z_i) < Z_1$:

$$\gamma_0 \approx nZ_0Z_2Z_э/\omega[(Z_1 + Z_0)Z_2 + (Z_1 + Z_0)Z_4 + Z_2Z_4],$$
$$Z_{вх} = (Z_1Z_2 + Z_1Z_4 + Z_2Z_4)/(Z_2 + Z_4), \quad Z_4 = Z_3 + Z_a; \qquad (11)$$

для схемы *3* рис. 1 нужно поменять местами индексы *1* и *2*. На резонансной частоте, пренебрегая $R_{п1}$ и $R_{п2}$, из (11) получаем

$$\gamma_0 \approx nZ_0Z_2Z_э/\omega R_s(Z_2 + Z_к + n^2Z_э + Z_a). \qquad (12)$$

В обычном случае, когда $X_c n^2 \sim 0{,}3Z_к$, $Z_н = \infty$, $Z_{пр}$ из соображений жесткости и прочности примерно равно Z_a, а также при обычных соотношениях для Z_2 и $Z_к$ приближенно можно полагать $\gamma_0 \sim 0{,}6Z_0Z_э/\omega nR_s$, что примерено на порядок больше оценки (10) для схемы *1*. Уменьшение γ_0 путем повышения податливости прокладки не всегда возможно.

Возможно также нагружение преобразователя индуктивностью $\omega L = 1/\omega c$ на резонансной частоте преобразователя и достижение $|Z_э|n^2 \gg |Z_к|$, вследствие чего из (12) имеем $\gamma_0 \sim Z_0/2n\omega$, что меньше, чем при $Z_н = \infty$ примерно в 5 . . . 7 раз.

Применительно к схеме *2* рис. 1 при $Z_н = \infty$ на резонансной частоте в воздухе из (7) следует

$$\gamma \approx n[Z_{э1}(R_{п2} + iX_2')Z_1 - Z_{э2}(R_{п1} + iX_1')Z_2]/i\omega(R_{п1}X_2' + R_{п2}X_1') +$$
$$+ n(Z_{э1}Z_2 - Z_{э2}Z_1)Z_a/i\omega(R_{п1}X_2' + R_{п2}X_1'), \qquad (13)$$

где X_1' и X_2' – остаточные реактивные импедансы ветвей, обусловленные компенсацией Z_a^2 в знаменателе (7) на резонансе. В случае строгой симметрии преобразователя $R_{п1} = R_{п2} = R_п$, $X_1' = X_2' = X'$, $Z_{э1} = Z_{э2} = Z_э$ и (13) преобразуется к виду

$$\gamma \approx nZ_э(Z_1 - Z_2)(R_п + iX' - Z_a)/2i\omega X'R_п. \qquad (14)$$

Согласно (14), в воздухе теоретически возможно достижение малой γ при $Z_1 = Z_2$, но вследствие $|Z_1| \sim 100R_п$ даже незначительные неизбежные отличия импедансов и резонансных частот частей преобразователя приводят к значительной виброчувствительности, что и наблюдается практически. При односторонней нагрузке средой на резонансной частоте из (7) получаем, что виброчувствительность

$$\gamma \approx n[Z_{э1}(R_{п2} + iX_2')Z_1 - Z_{э2}R_sZ_2 +$$
$$+ (Z_{э1}Z_2 - Z_{э2}Z_1)Z_a]/\omega R_s(R_{п2} + iX_2') \approx niX_2Z_э/\omega(R_п + iX_2') \qquad (15)$$

уменьшилась относительно (14) вследствие демпфирования, однако значительно превосходит оценку (10) для схемы *1* рис. 1. Виброчувствительность частей преобразова-

теля в этом случае на основании (5) и (6) оценивается как

$$\gamma_1 \approx nZ_{э1}Z_1/\omega R_s \quad \text{и} \quad \gamma_2 \approx nZ_{э2}Z_2/\omega(R_{п2} + iX_2'),$$

откуда следует некоторая выгода использования напряжения только с части пьезосекции, примыкающей к рабочей накладке; однако при расстройке частоты различие γ_1 и γ_2 сглаживается. Несимметричный преобразователь может быть отсимметрирован с целью уменьшения γ путем выбора сечения закрепления из условия минимизации числителя в (7). Причина повышенной виброчувствительности заключается в резонансных колебаниях частей преобразователя при вынужденных колебаниях узлового сечения с заданной скоростью. В этом случае целесообразны подавление резонансных колебаний за счет высокого импеданса электрической нагрузки и применение прокладки. Симметричный преобразователь с $Z_{э1} = Z_{э2} = Z_э$, такими, что $|Z_э| n^2 \gg \gg |Z_1 + Z_к + Z_0|$, обладает уменьшенной виброчувствительностью,

$$\gamma_1 \approx (R_s + iX_1)/n\omega, \quad \gamma_2 = iX_2/n\omega, \quad \gamma \approx R_s/n\omega + i(X_1 - X_2)/n\omega \approx R_s/n\omega$$

причем требование $Z_{э1} = Z_{э2}$ не слишком жесткое.

Входной импеданс преобразователя со стороны опоры находится из эквивалентной схемы рис. 4, *б*,

$$Z_{вх} = (Z_1 + Z_2)(Z_{31} + Z_{32})[Z_1Z_2/(Z_1 + Z_2) + \\ + Z_{31}Z_{32}/(Z_{31} + Z_{32}) + Z_а]/[(Z_1 + Z_{31} + Z_а)(Z_2 + Z_{32} + Z_а) - Z_а^2],$$

и оказывается значительным, что благоприятно для эффективного применения прокладок как на резонансной частоте при $Z_н = \infty$, когда $Z_{вх} \approx (Z_1 + Z_2) \times \times (Z_{31} + Z_{32})/2(R_{п2} + iX_2')$ (в этом случае $Z_{вх} \gg |Z_1 + Z_2|$), так и при настройке $Z_э$ в резонанс, когда $Z_{вх} \approx (Z_1 + Z_2)$.

Таким образом, приведенные соотношения позволяют вычислять виброчувствительность проектируемого преобразователя и дают основание для выбора схемы крепления преобразователя в конструкции антенного устройства в зависимости от уровня вибрации и импедансных свойств опоры. Анализ различных схем крепления показывает, что для всех рассмотренных схем выбором электрической нагрузки и параметров можно получить близкие по величине минимальные виброчувствительности деталей крепления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гутин Л.Я.* Избранные труды. Л.: Судостроение, 1977.

Государственный морской
технический университет
Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
71.05.90
После исправления
14.04.92

B.P. Belov

VIBROSENSITIVITY OF REINFORCED ROD PIEZOELECTRIC TRANSDUCERS

The vibration sensitivity of a one-side reinforced reversible rod piezotransducer in the regime of operation frequency reception from the side of the transducer support is determined. The influence of the scheme of the transducer fastening to the support on the shifts distribution in the transducer mechanical scheme and the transducer vibrosensitivity is analyzed.

The influence of the electrical load and the support element parameters on the vibrosensitivity is studied for four possible schemes of the fastening. The conditions for high and low values of vibrosensitivity are determined. The obtained data can be the basis for the choice of the transducer fastening scheme in the array construction. These data can help also to take into account the requirements for the vibrosensitivity in the transducers design process.