

УДК 534.21

© 1993 г. Н.Д. Векслер, Ж.-Л. Избики, Ж.-М. Конуар,
О. Ленуар, П. Рембер

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
РАССЕЯНИЯ УПРУГИМ ЦИЛИНДРОМ НАКЛОННО ПАДАЮЩЕЙ
ПЛОСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ**

Представляются результаты анализа акустического давления, рассеянного упругим цилиндром при наклонном падении акустической волны. С целью исследования зависимости функции формы от угла падения, изменяющегося в широких пределах, используются резонансные компоненты парциальных мод и траектории Редже.

Начиная с [1], экспериментальное исследование рассеяния упругим цилиндром наклонно падающей плоской акустической волны давления проводилось только при малых углах падения. Для интерпретации данных, полученных в эксперименте, было использовано решение модельной задачи о собственных колебаниях "сухого", без всякого контакта с жидкостью, упругого цилиндра [2]. Таким способом рассчитанные значения резонансных частот периферических волн оказались в хорошем соответствии с наблюдаемыми. Впоследствии были проведены исследования [3–7] состава волн, возбужденных падающей волной в упругом цилиндре, и описан их вклад в рассеянное поле. Недавно [8] было выполнено экспериментальное исследование рассеяния на больших углах падения вплоть до α_R . (Здесь α – угол падения, отсчитываемый от нормали к продольной оси цилиндра, $\alpha_R = \arcsin(c/c_R)$, c – скорость звука в жидкости, c_R – скорость поверхностной (рэлееской) волны на упругом полупространстве.) Хорошо известно [9], что при $\alpha > \alpha_R$ упругий цилиндр рассеивает волну как жесткий. Так что для описания процесса рассеяния упругим цилиндром достаточно рассмотреть диапазон углов $0 \leq \alpha \leq \alpha_R$.

В данной статье для описания функции формы, резонансных компонентов парциальных мод (в том числе резонансных частот, амплитуд и добротностей) и траекторий Редже используются как стандартная методика резонансной теории рассеяния, так и преобразование Зоммерфельда – Ватсона. Полученные численные результаты хорошо согласуются с экспериментальными, полученными для волн с углами падения $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$.

Пусть на упругий бесконечно протяженный цилиндр радиуса a , размещенный в безграничной акустической среде с плотностью ρ и скоростью звука c , падает плоская акустическая гармоническая волна, направление распространения которой составляет угол α с нормалью к продольной оси цилиндра плотности ρ_1 . Расчет и эксперимент проведены для стального цилиндра в воде при следующих параметрах: $\rho_1 = 7900 \text{ кг/м}^3$, $c_L = 5790 \text{ м/с}$, $c_T = 3100 \text{ м/с}$, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, $c_L = 1470 \text{ м/с}$ (c_L , c_T – скорости распространения продольной и поперечной волн).

В дальнем поле функция формы определяется в виде [6, 9]

$$f(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\theta), \quad f_n(\theta) = (i\pi x \cos \alpha)^{-1/2} \epsilon_n (S_n - 1) \cos n\theta,$$

$$x = ka, \quad k = \omega/c, \quad \epsilon_0 = 1, \quad \epsilon_n = 2 \quad (n \geq 1),$$

$$S_n = 2R_n + 1, \quad R_n = A_n/B_n$$

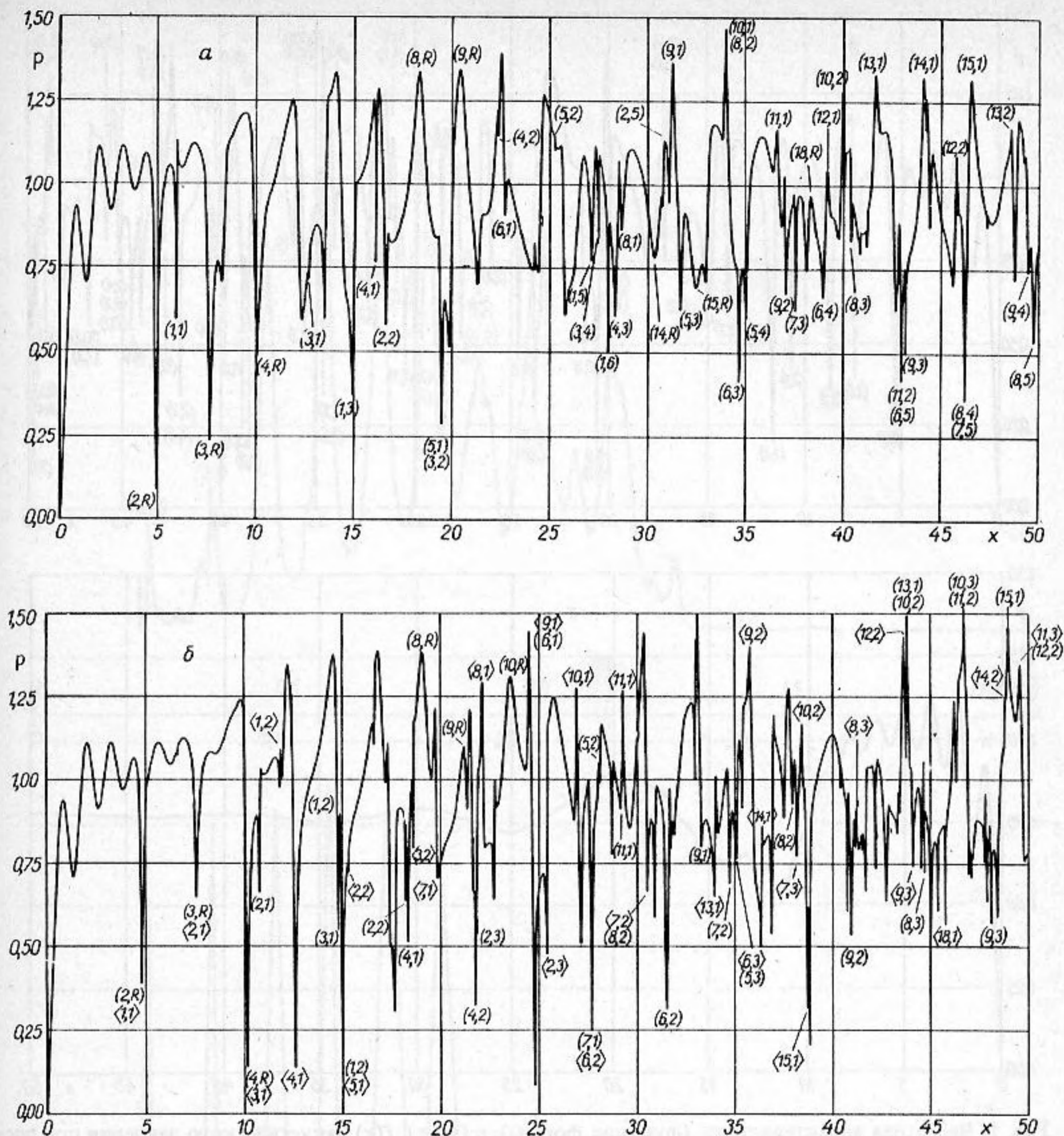


Рис. 1, а, б

где ω — частота, k — волновое число в жидкости, S_n — частичная функция рассеяния; A_n, B_n — детерминанты седьмого порядка. При угле падения $\alpha \leq \alpha_L$, $\alpha_L = \arcsin(c/c_L)$, формулы для расчета элементов детерминантов определены в [10], а при $\alpha > \alpha_L$ в них следует провести замены согласно [11]. Расчет проводился в плоскости $\theta = 0$ на луче $\alpha = 0$.

На рис. 1 представленное семейство зависимостей $p(x) = |f(x)|$ свидетельствует о сильной зависимости функции формы от угла падения. Для интерпретации функции формы методом резонансной теории рассеяния [12] были вычислены резонансные компоненты частичных мод. Из рисунка 1, а, б видно, что резонансные частоты частичных мод совпадают как с минимумами, так и максимумами функции формы. Как и в [6], для резонансов рэлеевской волны используется маркировка (n, R) , для волн шепчущей галереи — (n, l) и для сдвиговых волн — $\langle n, l \rangle$.

Индекс n задает порядковый номер резонанса, а индекс l — семейство резонансов.

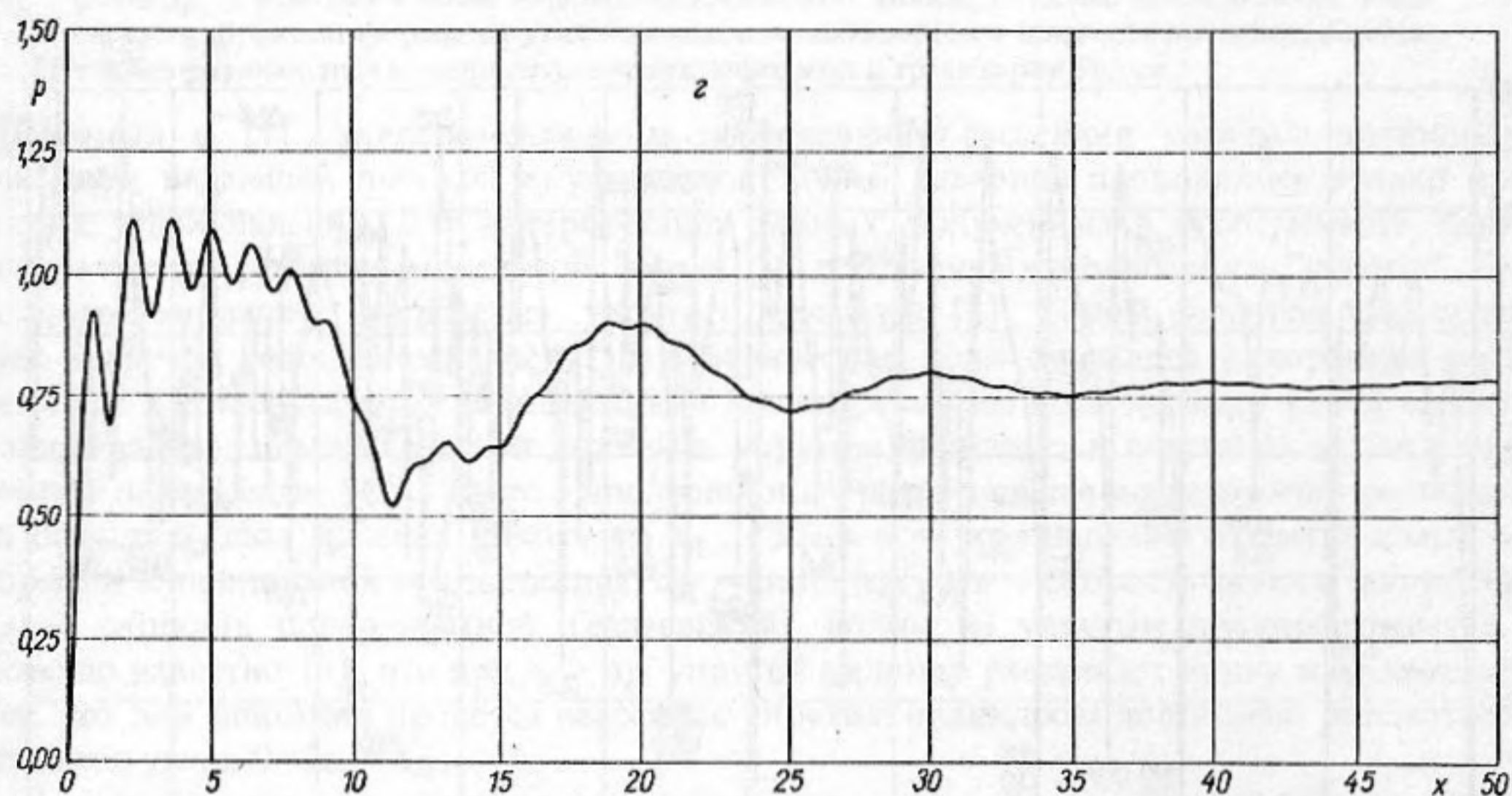
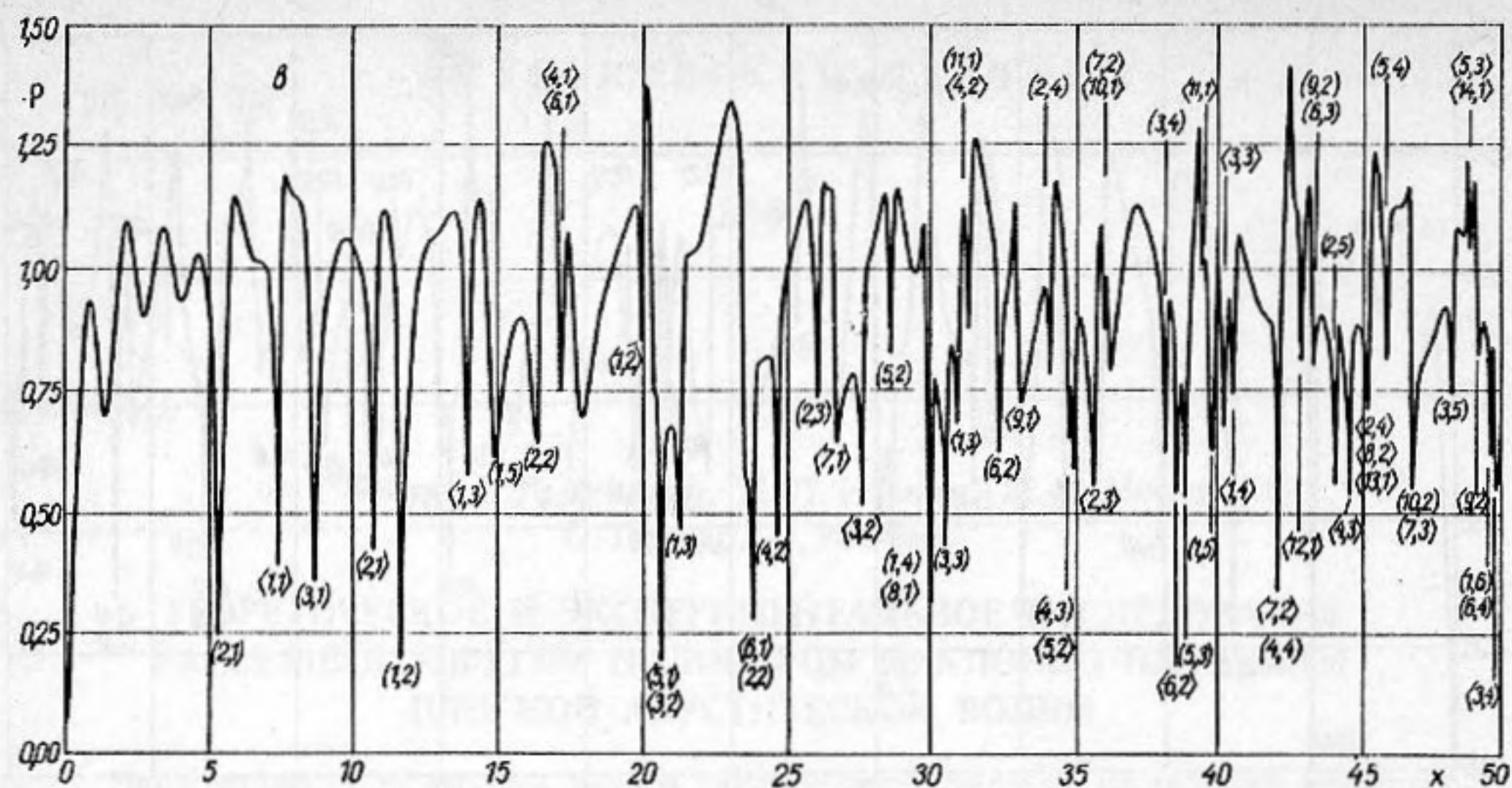


Рис. 1. Частотная характеристика (функция формы) $p(x) = |f(x)|$ акустического давления при рассеянии наклонно падающей акустической волны для различных углов падения: а — $\alpha = 0^\circ$, б — $\alpha = 10^\circ$, в — $\alpha = 20^\circ$, г — $\alpha = 30^\circ$

Маркировка (n, l) не выделяет тип волны, являясь единой как для продольных, так и для поперечных волн шепчущей галереи. Это же относится к маркировке $\langle n, l \rangle$, которой не выделяются симметричные и антисимметричные сдвиговые волны.

Первые экстремумы на функции формы (в квазижестком диапазоне частот) возникают вследствие суперпозиции зеркально отраженной волны и волны Франца. Последняя имеет малую добротность и поэтому быстро затухает при распространении по трассе. Фактически основной вклад вносит волна, совершившая только половину оборота вокруг цилиндра, и поэтому экстремумы в квазижестком диапазоне частот столь пологие. Этим они отличаются от экстремумов, наблюдающихся при более высоких частотах. Последние обусловлены весьма добротными периферическими волнами, успевшими многократно обвиться вокруг цилиндра до полного затухания. Вклад волны Франца в функцию формы уменьшается с ростом частоты, но он был бы заметен и при больших значениях x , если бы на него не накладывались вклады перифе-

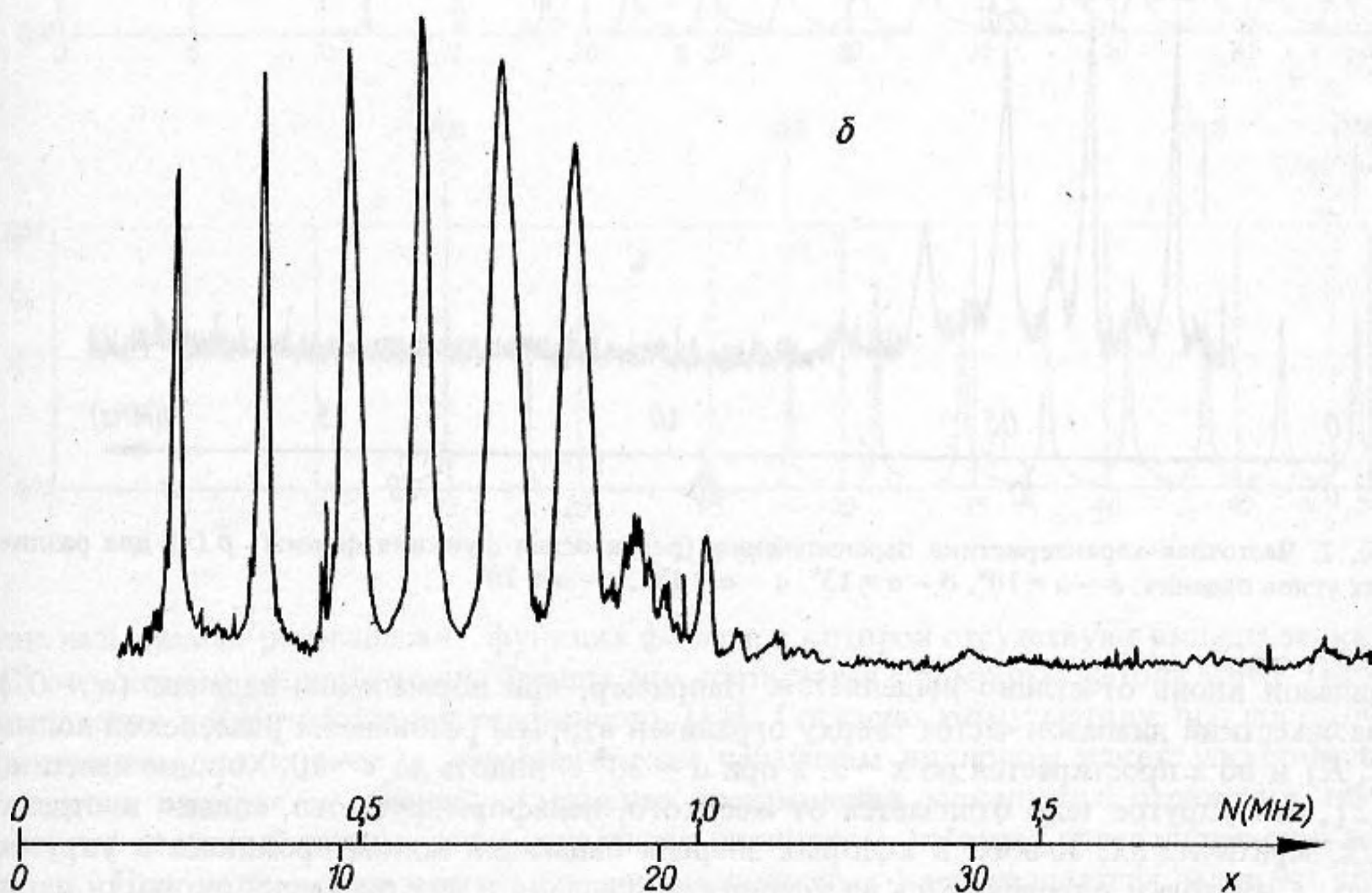
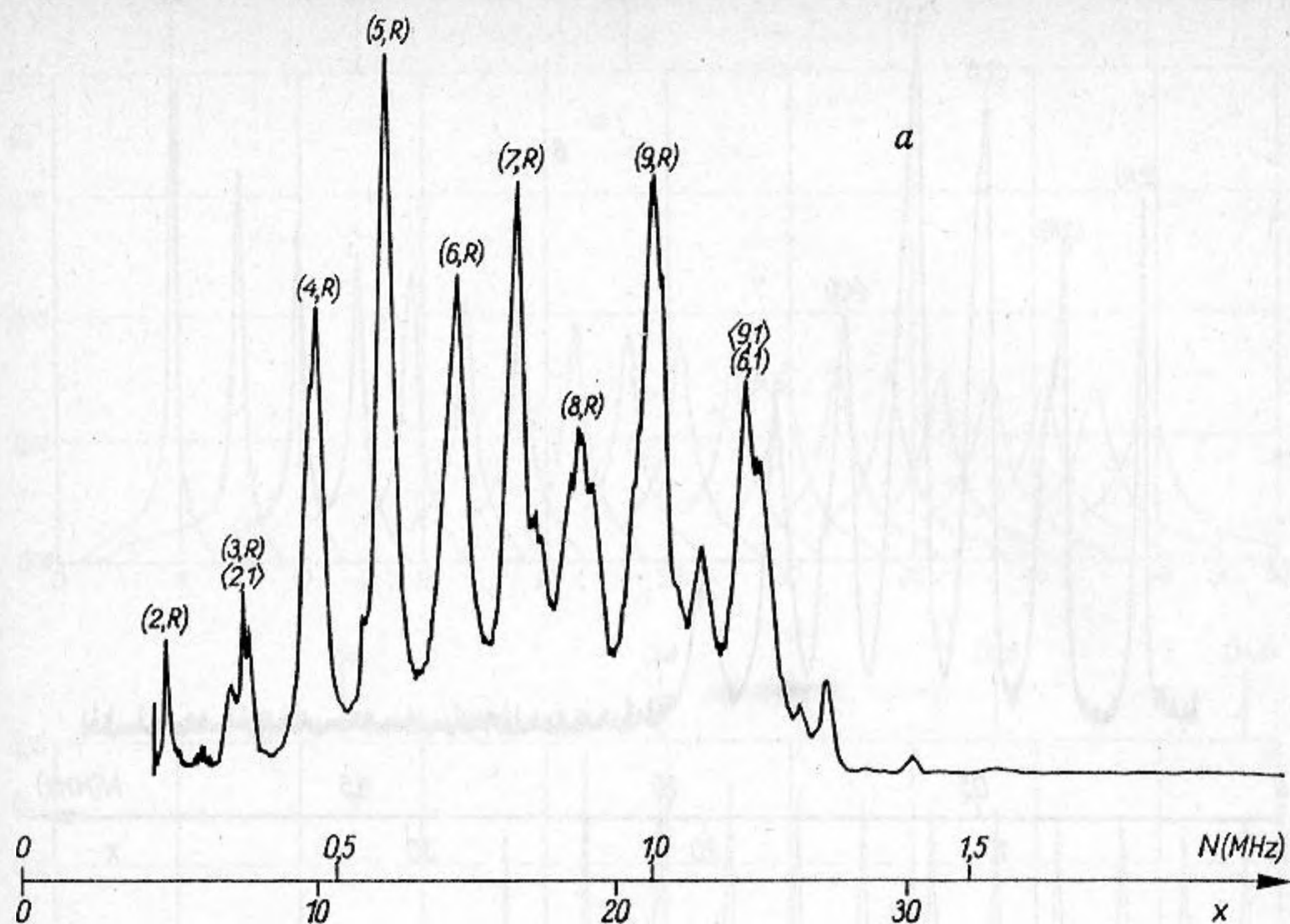


Рис. 2, а, б

рических волн. С ростом α экстремумы на функции формы, связанные с волной Франца, немного смещаются вверх по частоте, поскольку скорость волны Франца мала [13]. Из-за того, что для каждого n с ростом α резонансы периферических волн сдвигаются вверх по частоте, квазижесткий диапазон частот уширяется. Когда все резонансы периферических волн отсутствуют (волны просто не возбуждаются), квазижесткий

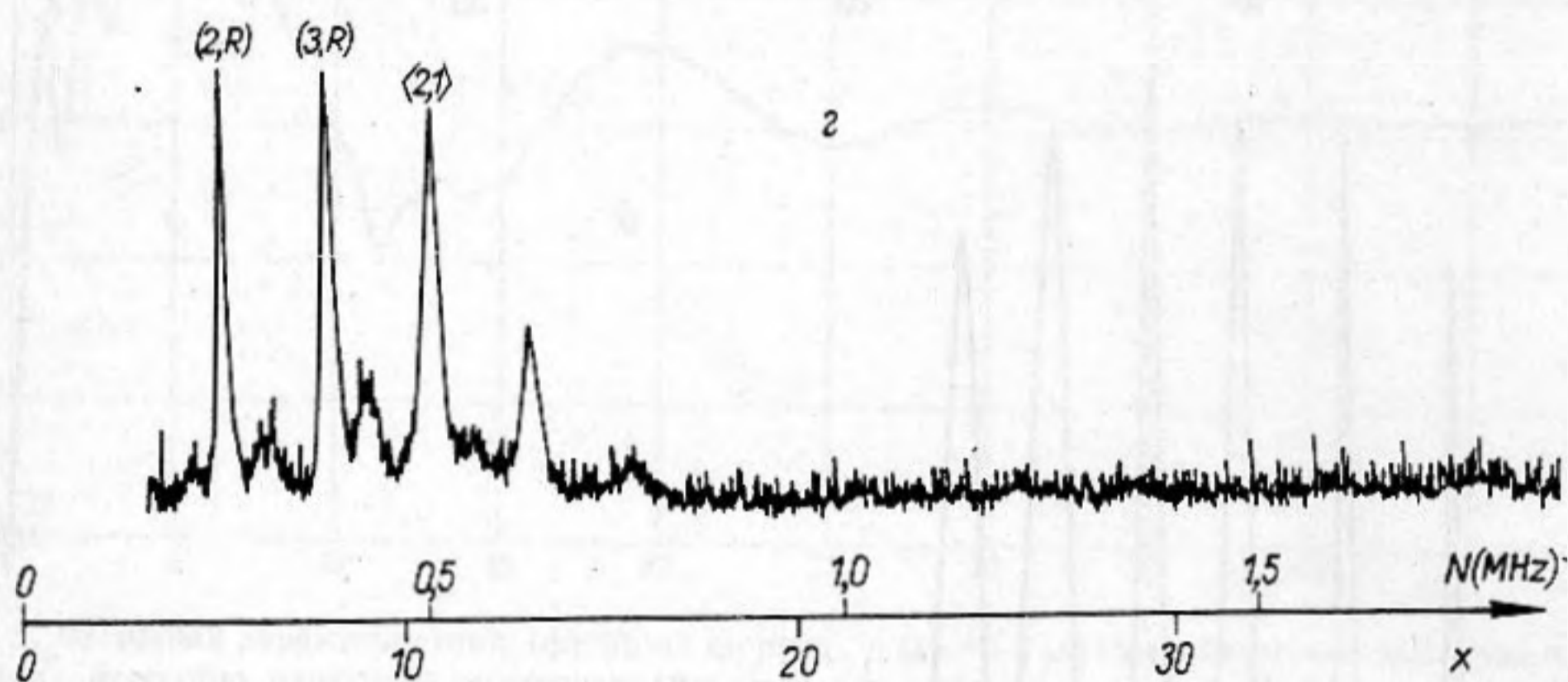
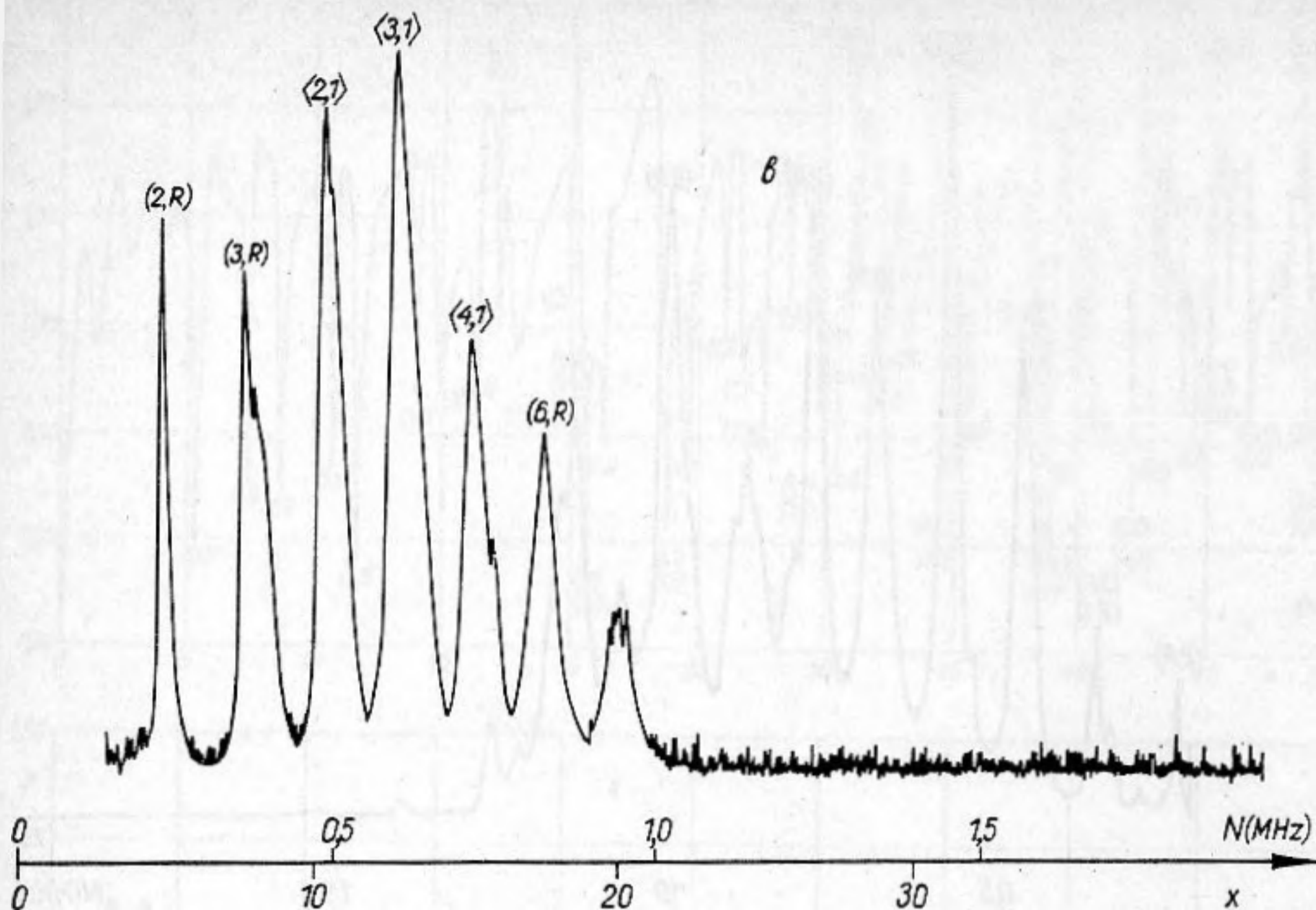


Рис. 2. Частотная характеристика переизлучения (резонансная функция формы) $\bar{p}(x)$ для различных углов падения: $a - \alpha = 10^\circ$, $b - \alpha = 13^\circ$, $в - \alpha = 17^\circ$, $г - \alpha = 20^\circ$

диапазон вновь отчетливо выделяется. Например, при нормальном падении ($\alpha = 0^\circ$) квазижесткий диапазон частот сверху ограничен вторым резонансом рэлеевской волны $(2, R)$ и по x простирается до $x \sim 5$, а при $\alpha = 30^\circ$ — вплоть до $x \sim 10$. Хорошо известно [12], что упругое тело отличается от жесткого, недеформируемого, только в отдельных, критических, точках, в которых энергия падающей волны проникает в упругое тело. (Эти точки определяются из условия совпадения в них проекции скорости периферической волны на направление распространения падающей волны со скоростью звука в жидкости.) При углах падения $\alpha > \alpha_R$ критические точки отсутствуют и упругий цилиндр ведет себя подобно недеформируемому.

Функцию формы можно построить и по результатам измерений. Для этого в стационарном режиме, при достаточно длительном падающем волновом пакете, измеряется полное акустическое давление (в нем присутствует как вклад зеркально отраженной волны, так и периферических волн). Более наглядную картину процесса рассеяния дает

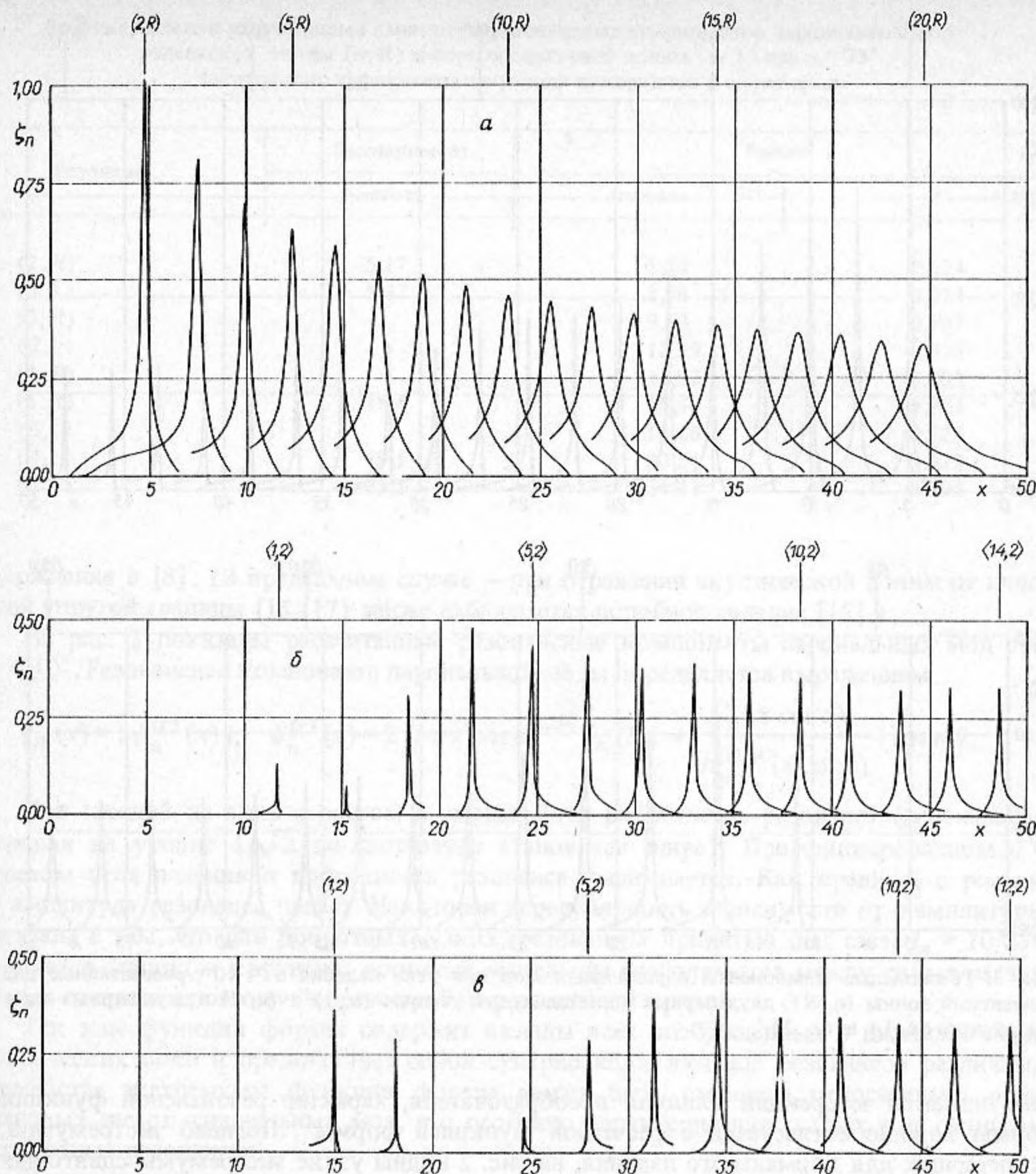


Рис. 3, а, б, в

так называемая резонансная функция формы, в которой отсутствуют вклады зеркально отраженной волны и волны Франца, что достигается с помощью метода МВИР (метод выделения и идентификации резонансов) [14]. Согласно этому методу, при достаточно длительном, но конечном, гармоническом падающем волновом пакете акустическое давление измеряется начиная с момента прекращения зеркального отражения, когда энергия падающей волны, ранее запасенная цилиндром, начинает переизлучаться в жидкость. При этом используются два широкополосных преобразователя, один из которых работает как излучатель, а другой — как приемник. Измерения проводятся для различных дискретных углов наблюдения θ на достаточно вытянутом образце, так что озвученная область мала в сравнении с его длиной (цилиндр можно считать бесконечным).

На рис. 2 представлена резонансная функция формы, на которой отмечены положения резонансных частот. Чтобы отследить сдвиг резонанса по частоте, измерения приходилось проводить с достаточно малым шагом по углу падения. Хотя не было выпол-

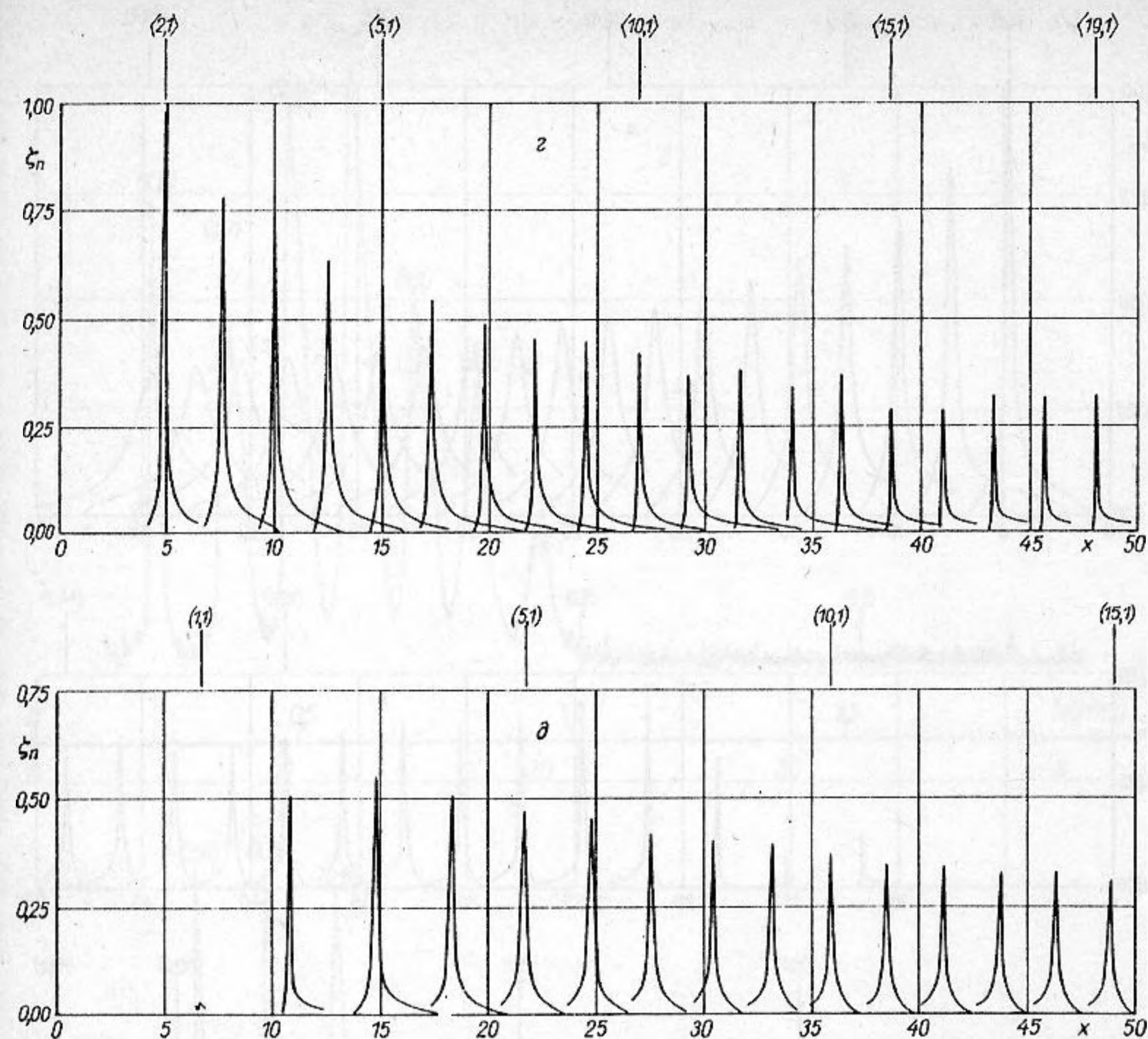


Рис. 3. Резонансные компоненты парциальных мод при угле падения $\alpha = 10^\circ$, рассчитанные для рэлеевской волны (n, R) , двух первых волн шепчущей галереи $(n, 1)$ и $(n, 2)$ и двух первых сдвиговых волн $\langle n, 1 \rangle$ и $\langle n, 2 \rangle$

нено никакой коррекции влияния преобразователя, характер резонансной функции формы хорошо согласуется с расчетной функцией формы¹. Помимо экстремумов, характерных для нормального падения, на рис. 2 видны узкие экстремумы сдвиговых волн. С увеличением α падает добротность как резонансов (n, R) , (n, l) , так и $\langle n, l \rangle$. Начиная с некоторого угла падения, своего для каждого типа волн, наступает ситуация, когда периферическая волна не может быть возбуждена падающей — угол падения становится закритическим. Для каждой из волн, как шепчущей галереи, так и сдвиговых, существует свой критический угол. Наибольший критический угол — у рэлеевской, самой медленной из периферических волн.

Когда угол падения превосходит $\alpha = \alpha_T$, $\alpha_T = \arcsin(c/c_T)$, из всех периферических волн вносит вклад лишь одна — рэлеевская. Ее резонансы, как и всех других волн, с ростом α становятся менее добротными, что в основном объясняется увеличением трассы волны за один оборот (шаг винтовой линии вдоль оси цилиндра, а вместе с ним и длина винтовой линии растут с увеличением угла падения). Суперпозиция вклада рэлеевской волны с зеркально отраженной приводит к существенному "провалу" в функции формы, как это видно из рис. 1. Этот факт нашел экспериментальное подт-

¹ Для определения резонансной функции формы был вычислен модуль разности комплексных функций формы для двух цилиндрических рассеивателей — упругого и акустически жесткого — как функция от x .

Измеренные и рассчитанные параметры резонансных компонентов парциальных мод рэлеевской волны (n, R) и первой сдвиговой волны $(n, 1)$ при $\alpha = 23^\circ$.
Частоты и коэффициенты затухания измеряются в единицах x

Резонанс	Эксперимент		Расчет	
	частота		частота	Γ
$(2, R)$	5,17		5,73	0,324
$\langle 1, 1 \rangle$	8,37		8,86	0,274
$(3, R)$			9,63	0,507
$\langle 2, 1 \rangle$			12,79	0,324
$(4, R)$			11,02	0,702
$(5, R)$	16,4		16,40	0,902
$\langle 3, 1 \rangle$			16,66	0,324
$\langle 4, 1 \rangle$	19,1		20,54	0,312
$\langle 5, 1 \rangle$	23,1		24,43	0,293

верждение в [8]. (В предельном случае – при отражении акустической волны от плоской упругой границы [15–17] также наблюдается подобное явление [15].)

На рис. 3 показаны рассчитанные резонансные компоненты парциальных мод при $\alpha = 10^\circ$. Резонансная компонента парциальной моды определяется выражением

$$\zeta_n(x) = |\psi_n^{(r)}(x)|, \quad \psi_n^{(r)}(x) = 2 (i \pi x \cos \alpha)^{-1/2} \epsilon_n \left(R_n + \frac{J'_n(x \cos \alpha)}{H_n^{(1)'}(x \cos \alpha)} \right) \cos n \theta.$$

Для каждой из волн с ростом n уменьшается добротность резонанса (резонансная кривая на уровне $1/\sqrt{2}$ по амплитуде становится шире). При фиксированном n с ростом угла падения α добротность резонанса уменьшается. Как правило, с ростом n амплитуда резонанса падает. Некоторая нерегулярность зависимости от n амплитуды связана с тем, что для добротных, узких, резонансов принятый шаг счета $l_x = 10/256$ является слишком крупным: истинный максимум располагается между двумя расчетными точками и поэтому "обрезается" на резонансной кривой.

Так как функция формы содержит вклады всех возбужденных в цилиндре периферических волн и представляет собой суперпозицию вкладов резонансов различных семейств, экстремумы функции формы могут быть смещены относительно резонансных частот парциальных мод, что особенно характерно для слабых и не слишком добротных резонансов.

Исследование резонансных компонентов парциальных мод можно также провести, применив интегральное преобразование Зоммерфельда – Ватсона к ряду по собственным функциям. Целочисленный индекс суммирования n в таком случае заменяется комплексной переменной ν , а рассеянное цилиндром акустическое давление представляется в виде интеграла на комплексной плоскости переменной ν . Полюса подынтегральной функции отыскиваются из уравнения $B_\nu = 0$, а условие $\text{Re}(\nu) = n$ выделяет резонанс. Коэффициент затухания Γ резонансной кривой определяется формулой

$$\Gamma = \frac{2 \text{Im} [\nu(x^*)]}{\frac{d}{dx} [\text{Re} \nu]_{x=x^*}}.$$

За исключением резонансов рэлеевской волны при $\alpha \rightarrow \alpha_T$ все остальные резонансные частоты парциальных мод стремятся к бесконечности. Резонансные частоты парциальных мод рэлеевской волны стремятся к бесконечности при $\alpha \rightarrow \alpha_R$. С ростом угла падения резонансы смещаются вверх по частоте и поэтому в фиксированный диапазон частот, скажем $0 \leq x \leq x^{**}$, при больших α попадает меньшее число резонансов.

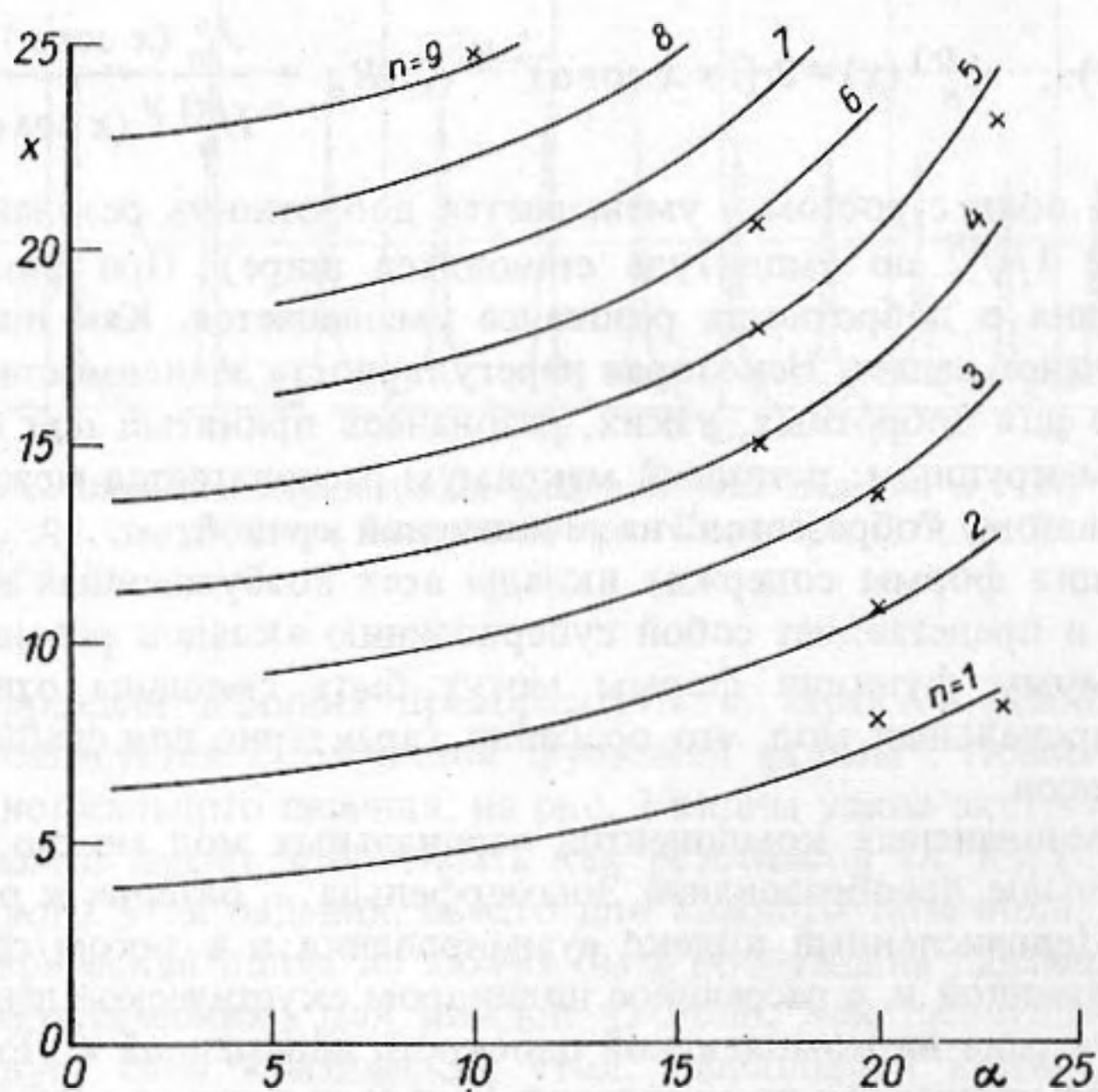
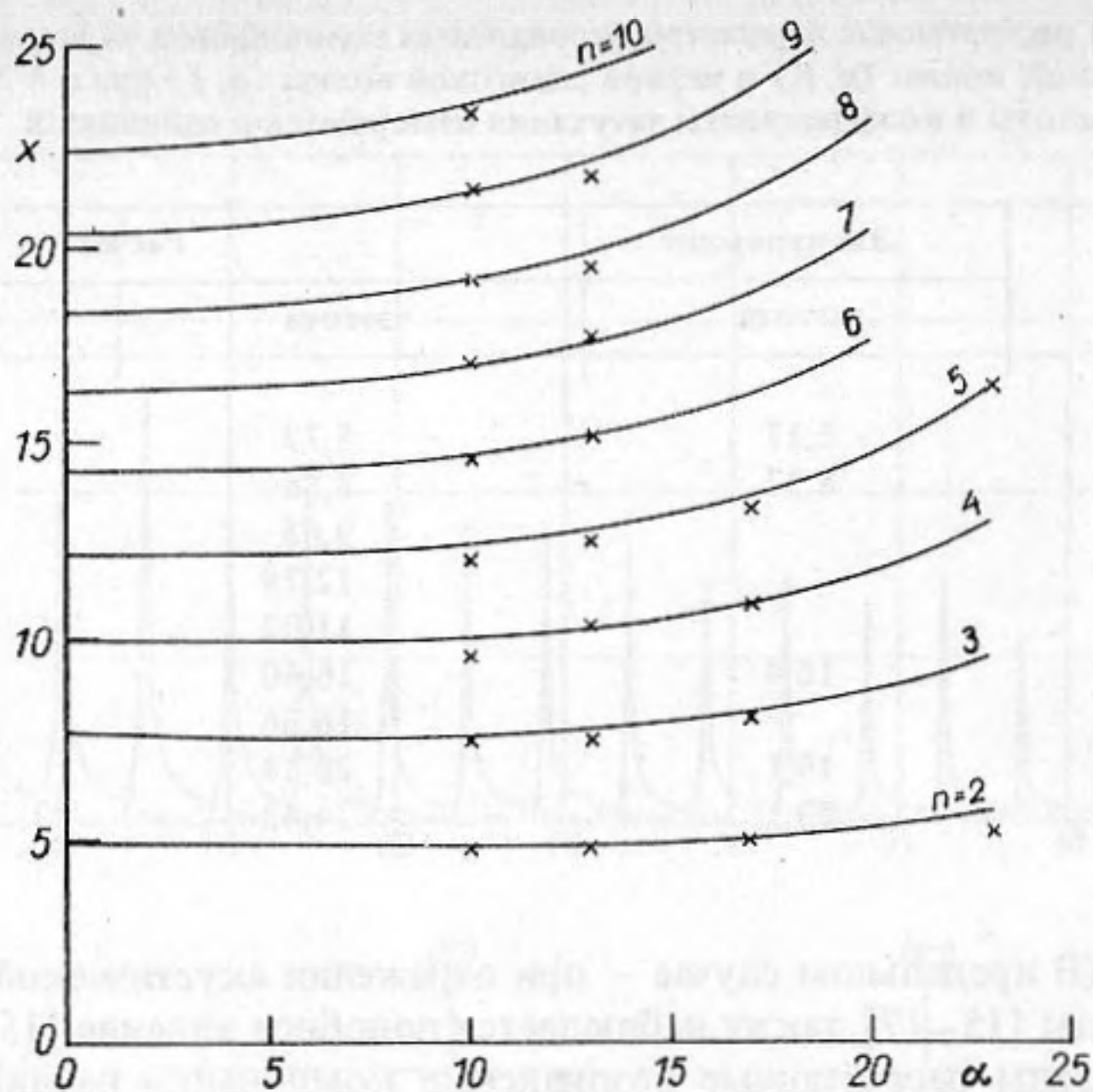


Рис. 4. Траектории Редже: а — рэлеевской волны (n, R), б — сдвиговой волны ($n, 1$). Рассчитанные положения резонансных частот соединены сплошной линией. Крестиками помечены измеренные резонансные частоты

В таблице представлены измеренные и рассчитанные характеристики резонансных компонентов парциальных мод при $\alpha = 23^\circ$. В эксперименте удалось измерить только резонансные частоты. Дело в том, что резонансы с очень большим или очень малым затуханием Γ не поддаются измерению: первые затухают слишком быстро, а вторые плохо возбуждаются. Резонансы с $0,2 \lesssim \Gamma \lesssim 0,7$ обычно хорошо выделяются в эксперименте. Их пики ярко выражены и слабо подвержены влиянию шума. Имеющееся

различие между измеренными и рассчитанными значениями резонансной частоты связано с резкой зависимостью значения резонансной частоты от угла падения. При больших углах падения ($\alpha > 20^\circ$) малые изменения в угле падения приводят к ощутимому сдвигу резонансной частоты. Это можно продемонстрировать на приведенной здесь зависимости положения резонанса $\langle 5,1 \rangle$ от угла падения:

α	$22,5^\circ$	$23,0^\circ$	$23,5^\circ$
x	23,52	24,43	25,47

Таким образом, увеличение угла падения на $0,5^\circ$ сдвигает положение резонансной частоты вверх по x примерно на единицу.

На рис. 4 дано сопоставление измеренных и рассчитанных траекторий Редже для резонансов (n, R) и $\langle n, 1 \rangle$ для малых n . Видно, что в окрестности первого критического угла $\alpha = \alpha_L$ траектории Редже непрерывны. Расчет траекторий Редже можно провести и для больших значений n , но измерить положение резонансных частот в этом случае довольно трудно, особенно при больших углах падения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Maze G., Izbicki J.-L., Ripoche J. Resonances of plates and cylinders: guided waves // J. Acoust. Soc. Amer. 1985. V. 77. N 4. P. 1352–1357.
2. Meeker T.R., Meitzler A.H. Physical Acoustics. N.Y.: Acad., 1973. V. 1A. Ch. 2. P. 111–167.
3. Molinero I., de Billy M. Characterization of guided waves propagating in infinite cylinders for oblique insonification // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 83. N 4. P. 1280–1283.
4. Conoir J.M. Resonance scattering theory for oblique incidence: scattering by an elastic infinite cylinder. Electromagnetic and acoustic scattering: detection and inverse problem. Conference Proceedings, Marseille. 1988. P. 97–103.
5. Li T., Ueda M. Sound scattering of a plane wave obliquely incident on a cylinder // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 86. N 6. P. 2363–2368.
6. Veksler N.D. Scattering of a plane acoustic wave obliquely incident on a solid elastic cylinder // Acustica. 1990. V. 71. N 2. P. 111–120.
7. Bao X.-L., Cao H., Überall H. Resonances and surface waves in the scattering of an obliquely incident acoustic field by an infinite elastic cylinder // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 87. N 1. P. 106–110.
8. Rembert P., Lenoir J.L., Izbicki J.-L., Conoir J.-M., Maze G. Oblique scattering from a solid cylinder immersed in water. Ultrasonics International 1991 Conference proceedings (to be published).
9. Flax L., Varadan V.K., Varadan V.V. Scattering of an obliquely incident acoustic wave by an infinite cylinder // J. Acoust. Soc. Amer. 1980. V. 68. N 6. P. 1832–1835.
10. Веклер Н.Д. Акустическая спектроскопия. Таллинн: Валгус, 1989. 323 с.
11. Lecroq F., Leon F., Decultot D., Maze G. Diffusion d'une onde acoustique par un tube limite par des disques plans: etudes theoriques et experimentales // Acustica (to be published).
12. Flax L., Dragonette L.R., Überall H. Theory of elastic resonance excitation by sound scattering // J. Acoust. Soc. Amer. 1978. V. 63. N 3. P. 723–731.
13. Nagl A., Überall H., Delsanto P.P., Alemar J.D., Rosario E. Reflection effects in the generation of helical surface waves on a cylindrical obstacle // Wave Motion. 1983. V. 5. P. 235–247.
14. Maze G., Ripoche J. Méthode d'isolement et d'identification des résonances (MIIR) de cylindres et tubes soumis à une onde acoustique plane dans l'eau // Rev. Phys. Appl. 1983. V. 18. N 6. P. 319–326.
15. Neubauer W.G. Ultrasonic reflection of a bounded beam at Rayleigh and critical angles for a plane liquid-solid interface // J. Appl. Phys. 1973. V. 44. P. 48–55.
16. Bunney R.E., Goodman R.R. Energy of the acoustically excited surface wave on a flat semi-infinite elastic medium // J. Acoust. Soc. Amer. 1973. V. 53. N 6. P. 1658–1662.
17. de Billy M., Adler L., Quentin G. Parameters affecting backscattered ultrasonic leaky-Rayleigh waves from liquid-solid interfaces // J. Acoust. Soc. Amer. 1982. V. 72. N 3. P. 1018–1020.

Лаборатория ультразвуковой акустики
и электроники Гаврского университета
Франция

Поступила в редакцию
02.03.92

Томпсоновский центр по применению
радаров
Велизи-Виллакублэ, Франция

Институт кибернетики
Академии наук Эстонии

N.D. Veksler, J.-L. Izbicki, J.-M. Conoir,
O. Lenoir, P. Rember

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF PLANE ACOUSTIC WAVE SCATTERING BY SOLID ELASTIC CYLINDER AT OBLIQUE INCIDENCE

The analysis of scattering processes is conducted in the wide range of the incidence angle α alteration $0 \leq \alpha \leq 30^\circ$. The calculations and the experiment are carried out for the case of a steel cylinder immersed in water. A critical incidence angle exists for each peripheral wave. If the angle is more than the critical one than the wave can not be generated in the cylinder. The higher is the phase velocity of the wave, the less is the critical angle. In the case of supercritical incidence angles the elastic cylinder scatters as an acoustically rigid one.