

УДК 534.2:551.596.1

© 1993 г. Ю.В. Петухов

### ЭФФЕКТ НЕЛИНЕЙНОГО ОТРАЖЕНИЯ РАСХОДЯЩИХСЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН РАЗРЕЖЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ

Показано, что в изотермической экспоненциальной атмосфере скорость распространения расходящейся волны разрежения обращается в нуль на определенной, уменьшающейся с ростом исходной ее амплитуды давления, критической высоте, на которой достигается предельно возможное отрицательное значение числа Маха, зависящее лишь от показателя изоэнтропы воздуха. Выяснено, что на высотах, превышающих критическую высоту, дальнейший рост числа Маха по абсолютной величине в волне разрежения ограничен проявлением эффекта полного нелинейного отражения, характеризующегося сменой знака на противоположный у скорости распространения соответствующего участка профиля волны разрежения.

Как известно [1], при распространении в однородной среде сфокусированной волны разрежения возможно проявление эффекта полного нелинейного ее отражения на определенном расстоянии от фокуса, увеличивающемся с ростом начальной амплитуды давления в волне. Поскольку аналогом фокусировки волн в однородной среде, в смысле увеличения числа Маха, является градиентная кумуляция волн в средах с уменьшающейся плотностью или давлением [2, 3], то подобный [1] эффект может проявляться также и при распространении в атмосфере Земли достаточно интенсивных расходящихся акустических волн, генерируемых при грозовых разрядах [4], сверхзвуковом движении летательных аппаратов [5], а также при искусственных взрывных процессах [6].

Теоретическому обоснованию последнего предположения о возможности проявления эффекта нелинейного отражения в расходящихся волнах разрежения, распространяющихся в атмосфере Земли, и посвящена настоящая работа.

С целью упрощения оценочных расчетов рассмотрим лишь вертикальное распространение волны разрежения достаточно произвольной формы, удовлетворяющей только одному условию — отсутствию разрыва в ее профиле (см. рис. 1, а), которая генерируется сферическим источником, расположенным на абсолютно жесткой поверхности Земли  $z = 0$ . Предположим также, что атмосфера является изотермической с экспоненциально спадающим с ростом высоты  $z \geq 0$  равновесным давлением воздуха  $p_0(z) = p_0(0) \exp(-z/H)$ , где  $H \approx 8 \times 10^3$  м высота однородной атмосферы. Исходные граничные условия для амплитуды давления  $p_m(z_0)$  и пространственной протяженности  $\lambda_m(z_0)$  ( $\lambda_m/H \ll 1$ ) волны разрежения зададим на некоторой высоте  $z = z_0$ , выбираемой из соображения малости отношения  $\lambda_m/z \ll 1$  при  $z \geq z_0$ , когда приближенно можно считать волну квазиплоской [2]. Последнее допущение позволяет рассматривать распространение волны со скоростью  $v$  лишь вдоль одной — уходящей — характеристики

$$v = \frac{dz}{dt} = c(p') + u, \quad (1)$$



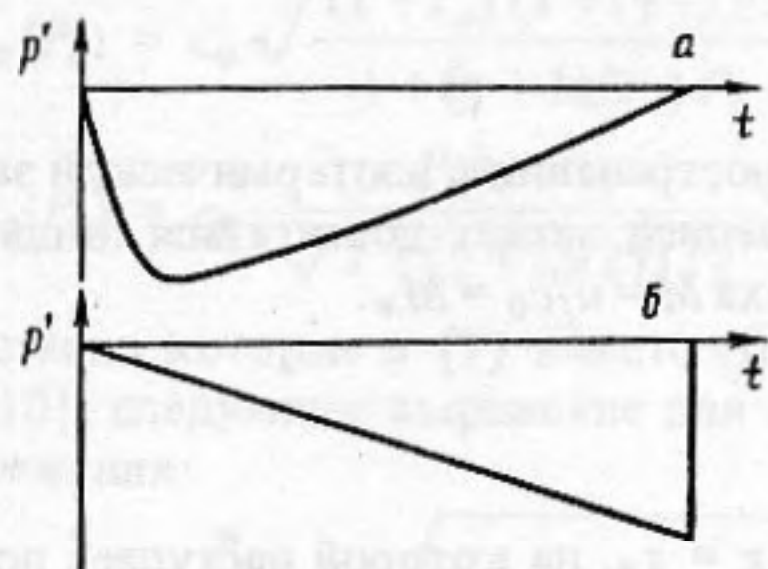


Рис. 1

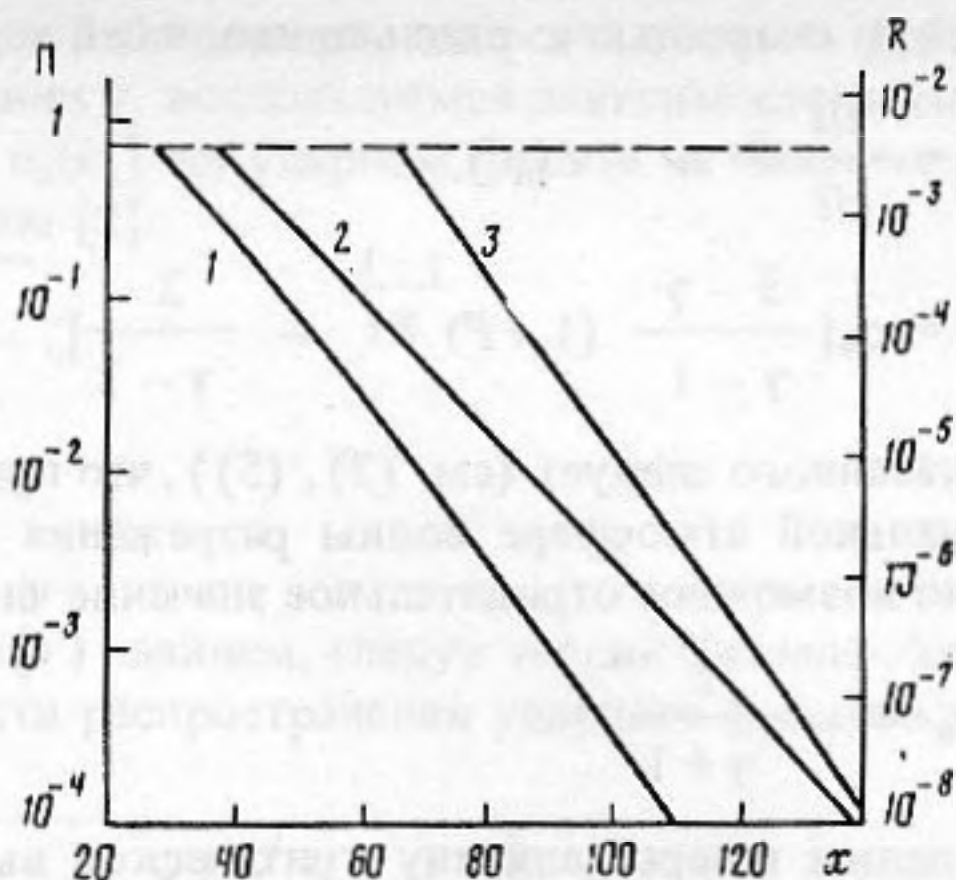


Рис. 2

Рис. 1. Качественная зависимость от времени  $t$  возмущения давления  $p'$  в уходящей волне разрежения при  $z = z_0$ : (а) — соответствует форме профиля без разрыва на заднем фронте, (б) — треугольной форме профиля с разрывом на заднем фронте

Рис. 2. Зависимости от безразмерной критической высоты  $x = z/z_0$ , где  $z = (z_*, z_{*s})$ , безразмерной амплитуды возмущения давления в уходящей волне разрежения без разрыва  $\Pi = |P_m(z_0)|$  (10) (кривая 1) и с разрывом  $\Pi = |P_s(z_0)|$  (17) (2) на заднем фронте при  $z = z_0$ , а также — в отраженной волне разрежения  $R = |P_r|$  (18) (3) при  $z = 0$ ; штриховая линия соответствует предельному значению  $\Pi = |P_*| \cong |P_{*s}|$ . Расчеты выполнены при  $z_0 = 2 \times 10^3$  м,  $\lambda_m = 340$  м,  $H = 8 \times 10^3$  м,  $\gamma = 1,4$

а также — использовать простейшую связь между скоростью частиц среды в волне  $u$  и возмущением давления  $p'$  в ней

$$u(p') = \frac{2}{\gamma - 1} [c(p') - c_0], \quad (2)$$

характерную для плоских простых волн Римана [2]; здесь  $t$  — текущее время. Для изэнтропийных процессов скорость звука  $c(p')$  в выражениях (1), (2) запишется через невозмущенное ее значение  $c_0 = c(p' = 0)$ , отношение  $P = p'/p_0(z)$  и показатель изэнтропы  $\gamma$  в следующем виде

$$c(P) = c_0 (1 + P)^{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}}. \quad (3)$$

Подставив (2), (3) в (1), найдем зависимость от  $P$  скорости распространения в уходящей волне

$$v(P) = c_0 \left[ \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} (1 + P)^{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} - \frac{2}{\gamma - 1} \right]. \quad (4)$$

Из (4) легко находится возмущение давления  $p' = p'_*$ , при котором на высоте  $z = z_*$  скорость распространения волны разрежения вдоль уходящей характеристики обращается в нуль  $v(p' = p'_*) = 0$ :

$$p'_* = P_* \times p_0(z_*), \quad P_* = \left[ \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right]. \quad (5)$$

Нетрудно убедиться, что при  $p' < p'_*$  скорость распространения волны разрежения (4) изменяет свой знак на противоположный и становится отрицательной величиной ( $v < 0$ ); это и означает полное нелинейное отражение соответствующей части в профиле волны разрежения. Естественно, что отраженная волна разрежения будет распростра-



няться со скоростью  $w$  вдоль приходящей характеристики:

$$w = \frac{dz}{dt} = u - c(p'),$$

$$w = c_0 \left[ \frac{3-\gamma}{\gamma-1} (1+P)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - \frac{2}{\gamma-1} \right]. \quad (6)$$

Из сказанного следует (см. (2), (5)), что при распространении в изотермической экспоненциальной атмосфере волны разрежения в последней может достигаться лишь предельно возможное отрицательное значение числа Маха  $M = u/c_0 = M_*$ :

$$M_* = -\frac{2}{\gamma+1}. \quad (7)$$

Определим теперь величину критической высоты  $z = z_*$ , на которой наступает полное нелинейное отражение соответствующей части в профиле волны разрежения. Для этого воспользуемся результатами [7] и запишем для возмущения давления в волне следующее выражение

$$p' = p_m(z_0) \frac{z_0}{z} \exp[-(z-z_0)/2H] F(t, z), \quad (8)$$

в котором  $F(t, z)$  — произвольная функция времени и высоты, определяющаяся граничным условием при  $z = z_0$ . Если не учитывать формирование и дальнейшую эволюцию разрыва на заднем фронте волны, то из (8) следует простая зависимость для амплитуды давления  $p_m(z)$  в волне разрежения

$$p_m(z) = p_m(z_0) \frac{z_0}{z} \exp[-(z-z_0)/2H], \quad (9)$$

подставив которую в (5), найдем взаимосвязь безразмерной начальной амплитуды  $P_m(z_0) = p_m(z_0)/p_0(z_0)$  в волне разрежения с критической высотой  $z_*$ :

$$P_m(z_0) = P_* \frac{z_*}{z_0} \exp[-(z_*-z_0)/2H]. \quad (10)$$

Следующая из (10) зависимость  $z_*(P_m(z_0))$  позволяет при заданном значении  $p_m(z_0)$  получать оценку для критической высоты  $z_*$  лишь "снизу". В самом деле, по мере увеличения по абсолютной величине числа Маха в волне разрежения, скорость ее распространения заметно уменьшается, вплоть до нулевых значений при  $z = z_*$  и  $M = M_*$ , поэтому на заднем фронте волны разрежения будет неизбежно формироваться разрыв (см. [7]), что приведет к дополнительному уменьшению ее амплитуды с высотой [8, 9] и, тем самым, к увеличению значения критической высоты. Поскольку при  $\gamma = 1,4$  имеем  $M_* = -0,83$  и  $P_* = p'_*/p_0(z_*) = 0,72$ , то нелинейное поглощение энергии на разрывном фронте можно еще достаточно корректно описать, используя теорию слабых ударных волн [7-9]. Для получения же оценки критической высоты "сверху" предположим наличие разрыва на заднем фронте с самого начала, т.е. при  $z = z_0$  (см. рис. 1,б). Тогда, с использованием результатов [7-9], вместо (9) получим следующее выражение для амплитуды возмущения давления  $p'_s(z)$  в волне разрежения

$$p'_s(z) = p_m(z_0) \frac{z_0}{z} \exp[-(z-z_0)/2H] / \sqrt{1+\sigma(z)}, \quad (11)$$

$$\sigma(z) = \frac{\gamma+1}{2} \frac{z_0}{\lambda_m} |P_m(z_0)|^2 \int_{z_0}^z \exp[(z-z_0)/2H] \frac{dz}{z}.$$

Поскольку разрыв в волне разрежения можно интерпретировать как ударный фронт, поднимающий пониженное давление воздуха до равновесного  $p_0(z)$  (см. [10]), то ско-



рость его распространения  $v_s$  будет несколько больше чем скорость волны  $v$  (см. (4)) непосредственно перед ним. При определении  $v_s$  воспользуемся зависимостями скорости звука  $c_s(P_s)$  и скорости частиц среды  $u_s(P_s)$  на ударном фронте от безразмерного возмущения давления  $P_s = p'_s(z)/p_0(z)$  на нем [2]:

$$c_s(P_s) = c_0 \sqrt{\frac{(1 + P_s)(1 + (\gamma - 1)/2\gamma) P_s}{1 + (\gamma + 1)/2\gamma P_s}}, \quad (12)$$

$$u_s(P_s) = c_0 \frac{P_s/\gamma}{\sqrt{1 + (\gamma + 1)/2\gamma P_s}},$$

подставив которые в (1) вместо  $c(p')$  и  $u(p')$ , найдем, следуя теории Чизнела—Уизема [2, 10], следующее выражение для скорости распространения ударного фронта в волне разрежения:

$$v_s = c_0 \left[ \frac{P_s}{\gamma} + \sqrt{(1 + P_s) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} P_s\right)} \right] / \sqrt{1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} P_s}. \quad (13)$$

Из (13) при  $v_s(P_s = P_{*s}) = 0$  найдем предельно возможную отрицательную величину безразмерного возмущения давления на ударном фронте  $P_s = P_{*s}$  волны разрежения:

$$P_{*s} = \gamma \begin{cases} \frac{(3\gamma - 1) - \sqrt{(3\gamma - 1)^2 + 8(2 + \gamma - \gamma^2)}}{2(2 + \gamma - \gamma^2)}, & 1 \leq \gamma \leq 2 \\ \frac{(3\gamma - 1) + \sqrt{(3\gamma - 1)^2 + 8(2 + \gamma - \gamma^2)}}{2(2 + \gamma - \gamma^2)}, & \gamma > 2, \end{cases} \quad (14)$$

подставив которую в (12), определим также предельную отрицательную величину числа Маха  $M = M_{*s}$ :

$$M_{*s} = P_{*s}/\gamma \sqrt{1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} P_{*s}}. \quad (15)$$

При  $\gamma = 1,4$  из (14), (15) получаем значения соответствующих величин  $P_{*s} \approx -0,71$  и  $M_{*s} \approx -0,4$ , сравнивая которые с аналогичными для  $P_*$  и  $M_*$  в волне разрежения без разрыва в ее профиле, видим, что предельные значения безразмерного возмущения давления различаются всего лишь на 1% ( $P_*/P_{*s} - 1 \approx 10^{-2}$ ), в то время как предельные значения чисел Маха различаются почти в два раза ( $M_*/M_{*s} \approx 2,1$ ).

Существенные отличия значений  $M_*$  и  $M_{*s}$  не повлияют, однако, на величину критической высоты  $z_{*s}$ , отвечающей полному отражению ударного фронта, поскольку она определяется в основном предельным значением давления  $P_{*s}$ . Для получения зависимости критической высоты  $z_{*s}$  от начального безразмерного возмущения давления на ударном фронте  $P_s(z_0)$  из (11) и (15) находим следующее уравнение

$$P_s(z_0) = P_{*s} \frac{z_{*s}}{z_0} e^{-\frac{(z_{*s}-z_0)}{2H}} \sqrt{1 + \frac{\gamma + 1}{2} \frac{z_0}{\lambda_m} |P_s(z_0)| \int_{z_0}^{z_{*s}} e^{\frac{(z-z_0)}{2H}} \frac{dz}{z}}, \quad (16)$$

решение которого удобно представить в неявном виде:

$$|P_s(z_0)| = \frac{1}{2} a_2 a_1^2 [1 + \sqrt{1 + 4/(a_1 a_2)^2}], \quad (17)$$

$$a_1 = |P_{*s}| \frac{z_{*s}}{z_0} e^{-\frac{(z_{*s}-z_0)}{2H}}, \quad a_2 = \frac{\gamma + 1}{2} \frac{z_0}{\lambda_m} \int_{z_0}^{z_{*s}} e^{\frac{(z-z_0)}{2H}} \frac{dz}{z}.$$

Поскольку  $P_* \approx P_{*s}$ , то, как следует из сравнения выражений (10) и (17), все отличия зависимости  $z_{*s}(P_s(z_0))$  от аналогичной  $z_*(P_m(z_0))$  будут вызваны лишь нелинейными потерями энергии на ударном фронте ( $a_2 \neq 0$ ).



После того как определены значения критических высот  $z_*(P_m(z_0))$  и  $z_{*s}(P_s(z_0))$  можно оценить амплитуду возмущения давления  $p'_r(z)$  в отраженной волне разрежения, принимаемой вблизи поверхности Земли  $z = 0$ . Поскольку отраженная на критической высоте  $z = (z_*, z_{*s})$  волна разрежения распространяется с увеличивающейся при уменьшении возмущения давления в ней скоростью  $w$  (6), то сформированный ранее в хвостовой части профиля уходящей волны разрежения ударный фронт будет исчезать в отраженной волне и формироваться на заднем фронте последней. Если учесть также, что стратификация среды будет, наряду с геометрической расходимостью, заметно препятствовать проявлению нелинейных эффектов в отраженной на высотах  $z_*$  и  $z_{*s}$  волне, то для соответствующих безразмерных величин возмущения давления  $P_r = p'_r(0)/p_0(0)$  и  $P_{rs} = p'_{rs}(0)/p_0(0)$  с использованием выражений (5), (9) и (14), находим следующие зависимости:

$$P_r \approx \frac{1}{2} P_* \exp(-z_*/2H), \quad P_{rs} \approx \frac{1}{2} P_{*s} \exp(-z_{*s}/2H). \quad (18)$$

Теперь представляет интерес получение численных значений  $z_*$ ,  $P_r$  и  $z_{*s}$ ,  $P_{rs}$  для конкретных, реализуемых на практике условий проведения экспериментов. С этой целью воспользуемся экспериментальными данными для  $p_m$  и  $\lambda_m$ , полученными, например, при проведении исследований по программе "МАССА" (см. [11]), где при взрыве на поверхности Земли химического взрывчатого вещества с тротильным эквивалентом  $Q \approx 2,5 \times 10^5$  кг на горизонтальном расстоянии от него  $r_0 = 2 \times 10^3$  м принимался взрывной сигнал с амплитудой в фазе разрежения  $p_m(r_0) \approx -10^{-2} p_0(0)$ ; пространственная протяженность фазы разрежения составляла  $\lambda_m = 340$  м. Положив  $z_0 = r_0$ ,  $P_m(z_0) = P_s(z_0) \approx p_m(r_0)/p_0(0) \approx -10^{-2}$  из (10), (17) и (18) находим, что отражение в фазе разрежения взрывной волны должно наблюдаться на высотах  $z = z_* \div z_{*s} = (1,4 \div 2,1) 10^5$  м, а на поверхности Земли возможен прием волны разрежения с амплитудой  $P = P_r \div P_{rs} \approx -(4 \div 0,1) 10^{-5}$  (см. рис. 2), которая почти на три порядка меньше аналогичной величины в исходной волне разрежения при  $z = z_0$ . Дополнительные потери энергии в падающей и отраженной волнах разрежения, обусловленные влиянием вязкости воздуха (см. [12, 13]) приведут к существенному (почти в 2-4 раза [14]) снижению амплитуды последней при  $z = 0$  в диапазоне частот  $0,05 \text{ Гц} < f < 0,5 \text{ Гц}$ , в котором, как следует из экспериментальных данных по спектральному составу взрывных сигналов, рефрагированных в нижней термосфере и принятых у поверхности Земли (см. [11, 15]), вероятнее всего возможна локализация спектра отраженной волны разрежения. Последнее обстоятельство серьезно затруднит выделение полезного сигнала на фоне значительного уровня помех искусственного и естественного происхождения в низкочастотном диапазоне  $f < 0,5 \text{ Гц}$  [16]. Поэтому при экспериментальном обнаружении явления отражения волны разрежения удобнее, по-видимому, использовать методы радиозондирования высоких слоев атмосферы  $z > 1,4 \times 10^5$  м [11, 17], среди которых наиболее предпочтителен метод доплеровских измерений в отраженном от возмущенной (взрывной волной) ионосферы радиосигнале с частотой  $f = 3 \div 5 \text{ МГц}$ , позволяющий непосредственно идентифицировать фазы сжатия и разрежения в акустической волне. Преимущества в использовании методов радиозондирования обусловлены следующими очевидными причинами: во-первых, на критических высотах  $z_* \div z_{*s}$  достигаются предельно возможные отрицательные значения числа Маха, что приводит к возникновению наиболее контрастных неоднородностей для радиосигнала и, тем самым, к лучшим условиям выделения полезной информации; во-вторых, на критических высотах увеличивается отношение сигнал/шум для акустических волн, поскольку генерируемые в приповерхностных слоях атмосферы акустические шумы искусственного и естественного происхождения захватываются в большей части стратосферным и термосферным волноводами [16]. В качестве же источников интенсивных акустических волн разрежения предпочтительнее использовать детонацию газовых или дефлаграцию топливно-воздушных смесей в атмосфере, поскольку в генерируемых при таких процессах взрывных волнах амплитуда возмущения давления в соответствующих фазах разрежения за-



метно превышает аналогичную величину при детонации эквивалентных по мощности твердых взрывчатых веществ [6]; более того, при определенных скоростях дефлаграционного горения топливно-воздушных смесей амплитуда возмущения давления в фазе разрежения может даже превышать соответствующие величины в фазах сжатия, следующих перед и за ней (см. [6]).

Таким образом, выполненные теоретические исследования показали, что при распространении расходящихся сферических волн разрежения в изотермической экспоненциальной атмосфере возможно проявление эффекта полного нелинейного отражения определенных участков в профиле волны на соответствующих критических высотах, на которых достигается предельно возможное отрицательное значение как числа Маха, так и отношения возмущения давления в волне к равновесному давлению атмосферного воздуха; кроме того, отмечена реальная возможность экспериментального наблюдения этого эффекта с использованием методов радиозондирования ионосферы.

В заключение остается заметить, что проявление эффекта нелинейного отражения волн разрежения необходимо учитывать, по-видимому, при изучении воздействия интенсивных акустических возмущений на протекание различных физических процессов в атмосферах планет, например, Земли (см. [12, 13]), и звезд, например, Солнца [18, 19].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петухов Ю.В. Эффект нецентрального отражения сходящихся нелинейных волн разрежения в расширяющихся газонаполненных полостях // Препринт № 312. Горький: НИРФИ, 1990. 9 с.
2. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.
3. Соколов И.В. Гидродинамические кумулятивные процессы в физике плазмы // УФН. 1990. Т. 160. № 11. С. 143–166.
4. Bass H.E. The propagation of thunder through the atmosphere // J. Acoust. Soc. Amer. 1980. V. 67. N 6. P. 1959–1966.
5. Gardner J.H., Rogers P.H. Propagation sonic booms in the thermosphere // J. Acoust. Soc. Amer. 1980. V. 67. N 1. P. 78–91.
6. Горев В.А. Сравнение воздушных взрывных волн от разных источников // Физ. горения и взрыва. 1982. Т. 18. № 1. С. 94–101.
7. Пелиновский Е.Н., Петухов Ю.В., Фридман В.Е. Приближенные уравнения распространения мощных акустических сигналов в океане // Изв. АН СССР. ФАО. 1979. Т. 15. № 4. С. 436–444.
8. Петухов Ю.В., Фридман В.Е. Распространение взрывных волн в стратифицированном океане // Изв. АН СССР. ФАО. 1979. Т. 15. № 12. С. 1307–1315.
9. Островский Л.А., Фридман В.Е. Диссипация интенсивного звука в изотермической атмосфере // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 5. С. 625–627.
10. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981. 598 с.
11. Альперович Л.С., Афраймович Э.Л., Вугмейстер Б.О. и др. Акустическая волна взрыва // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 11. С. 32–42.
12. Романова Н.Н. О вертикальном распространении акустических волн в реальной атмосфере // Изв. АН СССР. ФАО. 1970. Т. 6. № 2. С. 134–145.
13. Нагорский П.М. О возмущениях электронной концентрации в ионосфере, вызываемых наземными взрывами // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 11. С. 66–71.
14. Голицын Г.С., Романова Н.Н. Вертикальное распространение звуковых волн в атмосфере с переменной по высоте вязкостью // Изв. АН СССР. ФАО. 1968. Т. 4. № 2. С. 211–214.
15. Буш Г.А., Грачев А.И., Иванов Е.А., Куличков С.Н., Мордухович М.И., Педанов М.В. Об аномальном распространении звука в атмосфере // Изв. АН СССР. ФАО. 1986. Т. 22. № 1. С. 91–94.
16. Госсард Э.Э., Хук У.Х. Волны в атмосфере. М.: Мир, 1987. 532 с.
17. Абрамов В.А., Афраймович Э.Л., Варшавский И.И. и др. Наблюдение ионосферных эффектов наземного промышленного взрыва методами радиозондирования // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 11. С. 99–103.
18. Каплан С.А., Островский Л.А., Петрухин Н.С., Фридман В.Е. Расчет самосогласованных моделей хромосфер Солнца и звезд // Астрон. журн. 1972. Т. 49. № 6. С. 1267–1274.
19. Chiuderi C., Giovannadi C. Acoustic waves in the lower solar atmosphere // Solar Phys. 1975. V. 41. N 1. P. 35–42.

Институт прикладной физики  
Российской академии наук

Поступила в редакцию  
10.10.91



EFFECT OF NONLINEAR REFLECTION OF DIVERGENT  
ACOUSTIC RAREFACTION WAVES IN ATMOSPHERE

A theoretical study of the propagation process (in isothermal exponential atmosphere) of quasi-plane rarefaction waves excited by a spherical source located close to the Earth surface is conducted. The velocity of rarefaction wave propagation is shown to turn into zero at a certain critical altitude which decreases with the growth of the initial amplitude of pressure wave disturbance. At this altitude the negative Mach number and the ratio of pressure disturbance in a wave to the equilibrium air pressure attain their extreme values. It is found out that at altitudes exceeding the critical value the further growth of the Mach number in its modulus and the growth of normalized pressure disturbance in a rarefaction wave is limited. This fact is due to that the propagation velocity of the corresponding region of the wave profile changes its sign. It is established that the limit of the value of the Mach number modulus at the shock front (formed in the rear part of the outgoing rarefaction wave) is as large as almost half of the analogous value in the continuous wave. Normalized pressure disturbances in both cases differ only 1%. It is proposed to use the well-known method of Doppler measurements in a radio signal reflected from a disturbed explosive wave in ionosphere in order to detect experimentally the effect of nonlinear reflection taking place in the higher layers of the atmosphere. This method allows to identify directly the phases of contraction and spreading in acoustic waves, generation of which is preferable to perform by the detonation of gas mixture and by the deflagration of fuel-air mixture in atmosphere.