

УДК 534.232

© 1993 г. А. В. Разин

## ВОЗБУЖДЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН ИМПУЛЬСНЫМ ЗВУКОВЫМ ИСТОЧНИКОМ, ДЕЙСТВУЮЩИМ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ГАЗ — ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Методом контурного интегрирования рассмотрено возбуждение упругих волн звуковым источником, излучающим сферический дельта-импульс и находящимся на границе раздела однородный газ — однородное изотропное твердое тело. Проанализированы асимптотики полей смещений вблизи фронтов сферических продольной и поперечной волн, а также конической волны. Исследовано искажение формы импульса вследствие взаимодействия продольных и поперечных волн на границе упругой среды. Для точек, лежащих на проходящей через источник нормали к поверхности твердого тела, получено точное аналитическое выражение для смещений.

Для ряда задач сейсморазведки представляет интерес исследование возбуждения сейсмических волн импульсным звуковым источником, находящимся в атмосфере [1]. Аналогичная задача стоит также в ультразвуковой дефектоскопии, когда по каким-либо причинам непосредственный контакт с исследуемым образцом затруднен или нежелателен и необходимо возбудить в нем упругие волны дистанционно с помощью звукового источника.

В теории волновых процессов, происходящих при работе излучателя сферических звуковых импульсов, находящегося в граничащем с упругим полупространством газе, исследовалось главным образом поле отраженной акустической волны [2—5]. Преломление импульсных звуковых сигналов на границе газ — твердое тело ранее детально не рассматривалось. Данный пробел восполняет настоящая работа, где методом контурного интегрирования [6] рассмотрено возбуждение упругих волн звуковым источником, излучающим сферический дельта-импульс и находящимся на границе раздела однородный газ — однородное изотропное твердое тело. Подробно исследованы асимптотики полей смещений вблизи фронтов сферических продольной и поперечной волн, а также конической волны. Для точек, лежащих на проходящей через источник нормали к границе раздела сред, получено точное аналитическое выражение для смещений.

Пусть плоскость  $z = 0$  цилиндрической системы координат  $r, \varphi, z$  совпадает с границей раздела однородного газа с плотностью  $\rho_1$  и скоростью звука  $c_1$ , заполняющего полупространство  $z < 0$ , и однородного изотропного твердого тела, занимающего полупространство  $z > 0$  и характеризуемого плотностью  $\rho_2$  и скоростями продольной и поперечной волн соответственно  $c_l$  и  $c_r$ . В начале координат расположен звуковой источник, создающий в газе в отсутствие границ возмущение давления  $p_0$ , описываемое уравнением

$$\frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 p_0}{\partial t^2} - \Delta p_0 = \frac{Q}{2\pi} \delta(t) \delta(z) \frac{\lambda}{(\lambda^2 + r^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

где  $t$  — время,  $\delta$ -дельта-функция Дирака,  $Q$  характеризует амплитуду импульса, а  $\lambda$  определяет размер источника. Введение распределенного источника необходимо для использования развитых в [6] методов контурного интегрирования. Результаты для точечного источника могут быть получены предельным переходом  $\lambda \rightarrow 0$  в окончательных выражениях для волновых полей.

Будем рассматривать случай, когда скорость звука в газе меньше скорости

рэлеевской волны  $c_R$  на границе твердое тело — вакуум. В газе введем потенциал скоростей  $\varphi_1$ , а в твердом теле — скалярный  $\psi$  и векторный  $A = A e_\varphi$  ( $e_\varphi$  — орт оси  $\varphi$ ) потенциалы так, что скорость частиц  $v_1$  и давление  $p$  в акустической волне и смещения  $u_2$  в упругих волнах даются соответственно выражениями

$$v_1 = \text{grad } \varphi_1, \quad p = -\rho_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t}, \quad (2)$$

$$u_2 = \text{grad } \psi + \text{rot } A, \quad \text{div } A = 0.$$

Для потенциалов справедливы волновые уравнения, которые следует решать с граничными условиями [7, 6]  $u_{1z} = u_{2z}$ ,  $\sigma_{zz} = -p$ ,  $\sigma_{rz} = 0$  при  $z = 0$ , выражающими непрерывность вертикальных смещений и нормальных к границе компонент тензора напряжений, а также равенство нулю тангенциальных компонент тензора напряжений на поверхности твердого тела.

Решая уравнения для потенциалов методом преобразований Фурье и пользуясь соотношениями (2), представим вертикальные и горизонтальные смещения в продольной и поперечной волнах соответственно в виде:

$$u_z^{(l)} = -\frac{Q}{4\pi^2 \rho_2 c_t^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_0^\infty \frac{\chi_1 (k_t^2 - 2k^2)}{\chi_1 S(\omega, k)} e^{-i\omega t + i\chi_1 z - \lambda k} J_0(kr) k dk, \quad (3)$$

$$u_r^{(l)} = -\frac{iQ}{4\pi^2 \rho_2 c_t^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_0^\infty \frac{k_t^2 - 2k^2}{\chi_1 S(\omega, k)} e^{-i\omega t + i\chi_1 z - \lambda k} J_1(kr) k^2 dk, \quad (4)$$

$$u_z^{(t)} = -\frac{Q}{2\pi^2 \rho_2 c_t^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_0^\infty \frac{\chi_1}{\chi_1 S(\omega, k)} e^{-i\omega t + i\chi_1 z - \lambda k} J_0(kr) k dk, \quad (5)$$

$$u_r^{(t)} = \frac{iQ}{2\pi^2 \rho_2 c_t^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_0^\infty \frac{\chi_1 \chi_1}{\chi_1 S(\omega, k)} e^{-i\omega t + i\chi_1 z - \lambda k} J_1(kr) k^2 dk. \quad (6)$$

В формулах (3) — (6)  $\omega$  — циклическая частота,  $k$  — горизонтальное волновое число,

$$S(\omega, k) = R_0(\omega, k) + \varepsilon k^4 \chi_1 / \chi_1, \quad \varepsilon = \rho_1 / \rho_2,$$

$$R_0(\omega, k) = (k_t^2 - 2k^2)^2 + 4k^2 \chi_1 \chi_r, \quad \chi_{1,t,r} = (k_{1,t,r}^2 - k^2)^{1/2},$$

$k_{1,t,r} = \omega / c_{1,t,r}$  — волновые числа акустической волны в газе и продольной и поперечной волн в твердом теле,  $J_0$  и  $J_1$  — функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядков. Из условия отсутствия возмущений в средах при  $t < 0$  следует, что контур интегрирования по  $\omega$  в (3) — (6) должен проходить выше особых точек подынтегральных выражений, т. е. в области  $\text{Im } \omega > 0$ . Для сходимости интегралов (3) — (6) при  $z \rightarrow \infty$  необходимо считать, что

$$(\omega^2 / c_{1,t,r}^2 - k^2)^{1/2} = i |k^2 - \omega^2 / c_{1,t,r}^2|^{1/2} \quad \text{при } k > |\omega| / c_{1,t,r}$$

Рассмотрим вначале смещения в продольных волнах. Делая в интегралах Фурье (3), (4) замену  $\omega = c_1 k' \chi$ ,  $k = k'$ , а затем  $\chi = (1 - \theta^2)^{-1/2}$  [6], для вертикальной и горизонтальной компонент вектора смещений в продольной волне получаем:

$$u_z^{(l)} = -\frac{iQc_1}{4\pi^2 \rho_2 c_t^2 R} \int_{L_1} \frac{(2\theta^2 + a^2 - 2) \theta^2 d\theta}{(\theta^2 + \eta^2)^{1/2} S_l(\theta) E_l(\theta)}, \quad (7)$$

$$u_r^{(l)} = -\frac{iQc_1 r}{4\pi^2 \rho_2 c_t^2 R} \int_{L_1} \frac{(2\theta^2 + a^2 - 2) (1 - \theta^2) \theta d\theta}{(\theta^2 + \eta^2)^{1/2} S_l(\theta) E_l(\theta) D_l(\theta)}. \quad (8)$$

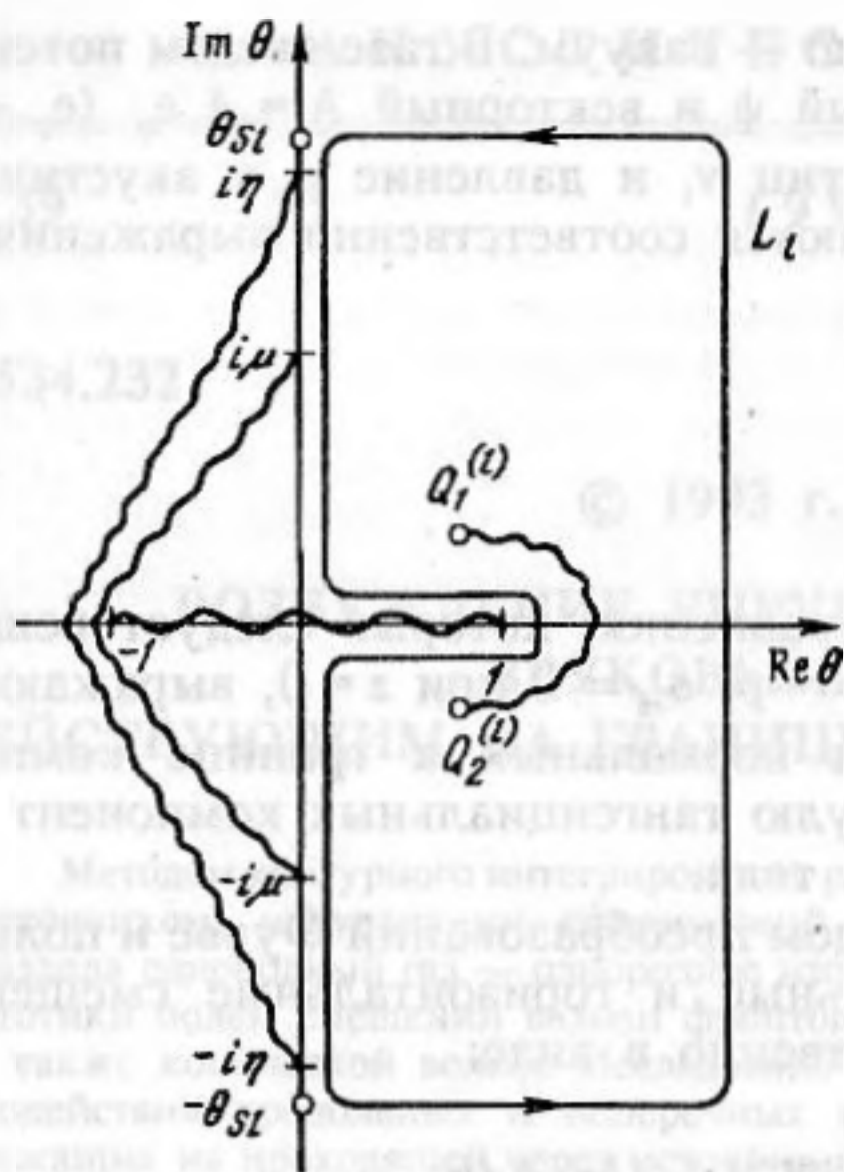


Рис. 1

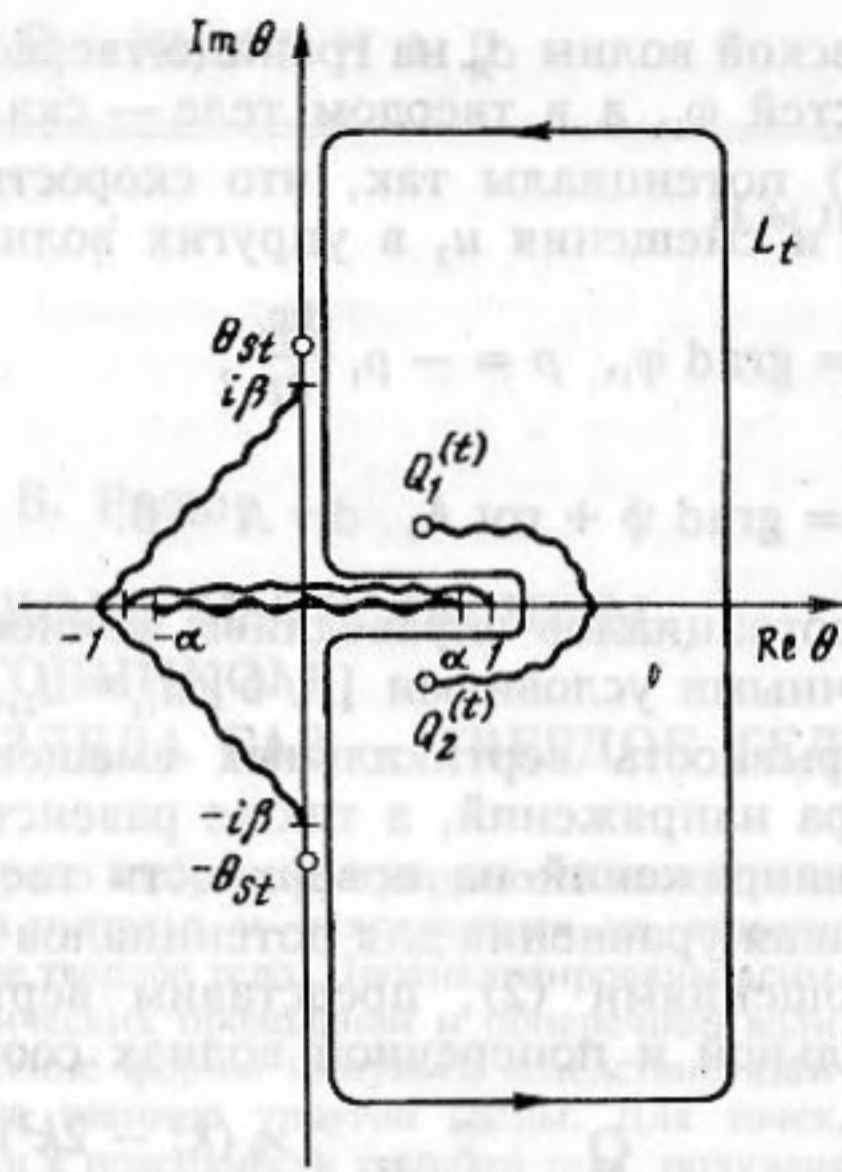


Рис. 2

Рис. 1. Контур интегрирования  $L_l$  и особые точки подынтегральных выражений (7), (8). Разрезы показаны волнистыми линиями

Рис. 2. Контур интегрирования  $L_t$  и особые точки подынтегральных выражений (14), (15)

Здесь  $\theta$  — безразмерная переменная интегрирования,  $R^2 = r^2 + z^2$  — расстояние от источника до точки наблюдения,

$$a = c_l/c_r, \quad S_l(\theta) = R_l(\theta) + \varepsilon a^4 \theta (\theta^2 + \eta^2)^{-1/2},$$

$$R_l(\theta) = (2\theta^2 + a^2 - 2)^2 + 4\theta(1 - \theta^2)(\theta^2 + \mu^2)^{1/2},$$

$$\eta^2 = c_l^2/c_1^2 - 1, \quad \mu^2 = c_l^2/c_l^2 - 1,$$

$$\lim_{\theta \rightarrow i\infty} (\theta^2 + \mu^2)^{1/2} = i|\theta|, \quad \lim_{\theta \rightarrow i\infty} (\theta^2 + \eta^2)^{1/2} = i|\theta|,$$

$$E_l(\theta) = \left[ (\theta - q_1^{(t)}) (\theta - q_2^{(t)}) - \frac{2i\lambda}{R^2} (1 - \theta^2)^{1/2} (c_l t - z\theta) \right]^{1/2},$$

$$q_{1,2}^{(t)} = [c_l t z \pm r (R^2 - c_l^2 t^2)^{1/2}] R^{-2},$$

$$D_l(\theta) = c_l t - z\theta - R E_l(\theta) - i\lambda (1 - \theta^2)^{1/2},$$

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} (1 - \theta^2)^{1/2} = -i\theta, \quad \lim_{\substack{\theta \rightarrow \infty \\ \lambda \rightarrow 0}} E_l(\theta) = 0.$$

Контур интегрирования  $L_l$  изображен на рис. 1.

Особыми точками подынтегральных выражений (7), (8), лежащими внутри контура  $L_l$ , являются возникающие при  $z < c_l t$  на рассматриваемом листе римановой поверхности точки ветвления аналитической функции  $E_l(\theta)$  [6]:

$$Q_{1,2}^{(t)} = q_1^{(t)} \pm i \frac{\lambda \sin^2(\delta - \delta_l)}{R \sin \delta_l},$$

где  $\delta = \arccos(z/R)$ ,  $\delta_l = \arccos(c_l t/R)$ . Точки ветвления  $\theta = \pm 1$ ,  $\theta = \pm i\mu$ ,  $\theta = \pm i\eta$  аналитических функций  $(1 - \theta^2)^{1/2}$ ,  $(\theta^2 + \mu^2)^{1/2}$ ,  $(\theta^2 + \eta^2)^{1/2}$ , определяемые

из решения уравнения  $S_l(\theta) = 0$  полюса  $\pm\theta_{sl} = i(c_l^2/c_s^2 - 1)^{1/2}$  ( $c_s$  — скорость поверхностной волны Стонели), лежат вне контура  $L_l$ .

Анализ, аналогичный проведенному в [6], показывает, что в предельном случае точечного звукового источника ( $\lambda \rightarrow 0$ ) смещения в продольной волне даются выражениями

$$u_z^{(l)} = - \frac{iQc_l H(t - R/c_l)}{4\pi^2 \rho_2 c_l^2 R} \oint_{L_l} \frac{(2\theta^2 + a^2 - 2) \theta^2 d\theta}{(\theta^2 + \eta^2)^{1/2} S_l(\theta) \varepsilon_l(\theta)}, \quad (9)$$

$$u_r^{(l)} = - \frac{iQc_l H(t - R/c_l)}{4\pi^2 \rho_2 c_l^2 R} \oint_{L_l} \frac{(2\theta^2 + a^2 - 2) (1 - \theta^2) \theta d\theta}{(\theta^2 + \eta^2)^{1/2} S_l(\theta) \varepsilon_l(\theta) d_l(\theta)}, \quad (10)$$

где

$$H(t - R/c_l) = \begin{cases} 1, & t > R/c_l \\ 0, & t < R/c_l \end{cases}$$

— ступенчатая функция Хевисайда, и

$$\varepsilon_l(\theta) = [(\theta - q_1^{(l)}) (\theta - q_2^{(l)})]^{1/2},$$

$$d_l(\theta) = c_l t - z\theta - R\varepsilon_l(\theta).$$

Аналитически интегралы (9), (10) можно оценить вблизи фронта продольной волны, когда  $R \lesssim c_l t$ , так что  $c_l t z \gg r(c_l^2 t^2 - R^2)^{1/2}$  и  $\varepsilon_l(\theta) \approx \theta - z/R$ . Результаты интегрирования пропорциональны вычетам в полюсе  $\theta = z/R$ :

$$u_z^{(l)} \Big|_{R \lesssim c_l t} \approx \frac{Qc_l z^2 (a^2 - 2r^2/R^2) H(t - R/c_l)}{2\pi \rho_2 c_l^2 R^3 (z^2/R^2 + \eta^2)^{1/2} S_l(z/R)}, \quad (11)$$

$$u_r^{(l)} \Big|_{R \lesssim c_l t} \approx \frac{Qc_l r z (a^2 - 2r^2/R^2) H(t - R/c_l)}{2\pi \rho_2 c_l^2 R^3 (z^2/R^2 + \eta^2)^{1/2} S_l(z/R)}. \quad (12)$$

В точках наблюдения, лежащих на проходящей через источник нормали к границе раздела сред, т. е. при  $r = 0$ ,  $\varepsilon_l(\theta) = \theta - c_l t/z$ , и интеграл в (9) пропорционален вычету в полюсе  $\theta = c_l t/z$ . Вертикальные смещения при  $r = 0$  имеют вид:

$$u_z^{(l)} \Big|_{r=0} = \frac{Qc_l^3 t^2 (2c_l^2 t^2/z^2 + a^2 - 2) H(t - z/c_l)}{2\pi \rho_2 c_l^2 z^2 (c_l^2 t^2 + \eta^2 z^2)^{1/2} S_l(c_l t/z)}. \quad (13)$$

Выражение (13) является точным и может быть использовано для тестирования программ расчета импульсных полей упругих волн, создаваемых действующим в граничащем с твердой средой газе звуковым источником.

Перейдем к вычислению смещений в поперечных волнах. Делая в (5), (6) замену  $\omega = c_l k' \chi$ ,  $k = k'$ , а затем  $\chi = (1 - \theta^2)^{-1/2}$ , представим вертикальные и горизонтальные смещения в виде интегралов по контуру  $L_l$  (рис. 2):

$$u_z^{(l)} = - \frac{iQ}{2\pi^2 \rho_2 c_l R} \oint_{L_l} \frac{(\theta^2 - \alpha^2)^{1/2} (1 - \theta^2) \theta d\theta}{(\theta^2 + \beta^2)^{1/2} S_l(\theta) E_l(\theta)}, \quad (14)$$

$$u_r^{(l)} = - \frac{iQr}{2\pi^2 \rho_2 c_l R} \oint_{L_l} \frac{(\theta^2 - \alpha^2)^{1/2} (1 - \theta^2) \theta^2 d\theta}{(\theta^2 + \beta^2)^{1/2} S_l(\theta) E_l(\theta) D_l(\theta)}. \quad (15)$$

В (14), (15) введены следующие обозначения:

$$\alpha^2 = 1 - n^2, \quad n = c_t/c_r, \quad \lim_{\theta \rightarrow \infty} (\theta^2 - \alpha^2)^{1/2} = \theta,$$

$$S_t(\theta) = R_t(\theta) + \varepsilon (\theta^2 - \alpha^2)^{1/2} (\theta^2 + \beta^2)^{-1/2},$$

$$R_t(\theta) = (1 - 2\theta^2)^2 + 4\theta (1 - \theta^2) (\theta^2 - \alpha^2)^{1/2},$$

$$\beta^2 = c_t^2/c_s^2 - 1, \quad \lim_{\theta \rightarrow i\infty} (\theta^2 + \beta^2)^{1/2} = i|\theta|,$$

$$E_t(\theta) = [(\theta - q_1^{(n)}) (\theta - q_2^{(n)}) - 2 \frac{i\lambda}{R^2} (1 - \theta^2)^{1/2} (c_t t - z\theta)]^{1/2},$$

$$q_{1,2}^{(n)} = [c_t t z \pm r (R^2 - c_t^2 t^2)^{1/2}] R^{-2}, \quad \lim_{\substack{\theta \rightarrow \infty \\ \lambda \rightarrow 0}} E_t(\theta) = \theta,$$

$$D_t(\theta) = c_t t - z\theta - R E_t(\theta) - i\lambda (1 - \theta^2)^{1/2}.$$

Внутри контура интегрирования  $L_t$  в (14), (15) точки ветвления аналитической функции  $E_t(\theta)$  при условии  $z < c_t t$  лежат на рассматриваемом листе римановой поверхности и даются выражением:

$$Q_{1,2}^{(n)} = q_1^{(n)} \pm \frac{\lambda \sin(\delta - \delta_t)}{R \sin \delta_t},$$

где  $\delta_t = \arccos(c_t t/R)$ . Точки ветвления  $\theta = \pm\alpha$ ,  $\theta = \pm i\beta$ ,  $\theta = \pm 1$  и полюса  $\pm\theta_{st} = i(c_t^2/c_s^2 - 1)^{1/2}$  лежат вне контура  $L_t$ .

При вычислении интегралов (14), (15) следует рассмотреть случаи  $R > c_t t$  и  $R < c_t t$  и учесть две возможные ситуации:  $\operatorname{Re} Q_1^{(n)} > \alpha$  и  $\operatorname{Re} Q_1^{(n)} < \alpha$ . Условие  $\operatorname{Re} Q_1^{(n)} = \alpha$  можно переписать в виде  $t = t_k = r/c_t + z\alpha/c_r$ , где  $t_k$  — время прихода в точку с координатами  $(r, z)$  конической волны [8, 9]. Коническая волна существует в области углов  $\delta > \theta_0$ , где  $\theta_0 = \arcsin n$ .

Анализ, аналогичный проведенному в [6], показывает, что при  $\operatorname{Re} Q_1^{(n)} > \alpha$  или  $\delta < \theta_0$  (область 1), т. е. когда коническая волна отсутствует, в предельном случае точечного источника смещения в поперечной волне даются выражениями:

$$u_{z1}^{(n)} = - \frac{iQH(t - R/c_t)}{2\pi^2 \rho_2 c_r R} \oint_{L_t} \frac{(\theta^2 - \alpha^2)^{1/2} (1 - \theta^2) \theta d\theta}{(\theta^2 + \beta^2)^{1/2} S_t(\theta) \varepsilon_t(\theta)}, \quad (16)$$

$$u_{r1}^{(n)} = - \frac{iQrH(t - R/c_t)}{2\pi^2 \rho_2 c_r R} \oint_{L_t} \frac{(\theta^2 - \alpha^2)^{1/2} (1 - \theta^2) \theta d\theta}{(\theta^2 + \beta^2)^{1/2} S_t(\theta) \varepsilon_t(\theta) d_t(\theta)}, \quad (17)$$

где

$$\varepsilon_t(\theta) = [(\theta - q_1^{(n)}) (\theta - q_2^{(n)})]^{1/2}, \quad d_t(\theta) = c_t t - R E_t(\theta).$$

Интегралы (16) и (17) приближенно вычисляются вблизи фронта поперечной сферической волны, когда  $R \lesssim c_t t$ ,  $c_t t z \gg r(c_t^2 t^2 - R^2)^{1/2}$  и  $\varepsilon_t(\theta) \approx \theta - z/R$ :

$$u_{z1}^{(n)} \Big|_{R \lesssim c_t t} \approx \frac{Qr^2 z (z^2/R^2 - \alpha^2)^{1/2} H(t - R/c_t)}{\pi \rho_2 c_r R^4 (z^2/R^2 + \beta^2)^{1/2} S_t(z/R)}, \quad (18)$$

$$u_{r1}^{(n)} \Big|_{R \lesssim c_t t} \approx - \frac{Qr z^2 (z^2/R^2 - \alpha^2)^{1/2} H(t - R/c_t)}{\pi \rho_2 c_r R^4 (z^2/R^2 + \beta^2)^{1/2} S_t(z/R)}. \quad (19)$$

При  $\operatorname{Re} Q_1^{(n)} < \alpha$ , или  $\delta > \theta_0$  (область 2) во временном интервале  $t_k < t < R/c_t$  существует коническая волна. Смещения в ней даются выражениями:

$$u_{zk} = \frac{2QH (\alpha - q_1^{(0)}) H (R/c_t - t)}{\pi^2 \rho_2 c_t R} \int_{\alpha}^{q_1^{(0)}} \frac{(1 - 2\theta^2)^2 (1 - \theta^2) (\alpha^2 - \theta^2)^{1/2} \theta d\theta}{(\theta^2 + \beta^2)^{1/2} \tilde{W}_t(\theta) \varepsilon_t(\theta)}, \quad (20)$$

$$u_{rk} = - \frac{2QH (\alpha - q_1^{(0)}) H (R/c_t - t)}{\pi^2 \rho_2 c_t R} \int_{\alpha}^{q_1^{(0)}} \frac{(1 - 2\theta^2)^2 (1 - \theta^2) (\alpha^2 - \theta^2)^{1/2} \theta^2 d\theta}{(\theta^2 + \beta^2)^{1/2} \tilde{W}_t(\theta) \varepsilon_t(\theta) d_t(\theta)}, \quad (21)$$

где

$$\tilde{W}_t(\theta) = W_t(\theta) - 8\varepsilon \frac{\theta (1 - \theta^2) (\theta^2 - \alpha^2)}{(\theta^2 + \beta^2)^{1/2}} - \varepsilon^2 \frac{\theta^2 - \alpha^2}{\theta^2 + \beta^2},$$

$$W_t(\theta) = 16\alpha^2\theta^6 + 8(1 - 4\alpha^2)\theta^4 + 8(2\alpha^2 - 1)\theta^2 + 1.$$

Вблизи фронта конической волны, где  $t \geq t_k$ , или  $q_1^{(0)} \leq \alpha$ , интегралы (20) и (21) удается вычислить приближенно:

$$u_{zk} \Big|_{Rt_k} \approx - \frac{Qn^2 \alpha^{3/2} (\alpha - q_1^{(0)})}{\pi \rho_2 c_t R (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} (1 - 2\alpha^2)^2 [(r/R) (1 - c_t^2 t^2 / R^2)^{1/2}]^{1/2}}, \quad (22)$$

$$u_{rk} \Big|_{Rt_k} \approx \frac{Qn \alpha^{5/2} (\alpha - q_1^{(0)})}{\pi \rho_2 c_t R (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} (1 - 2\alpha^2)^2 [(r/R) (1 - c_t^2 t^2 / R^2)^{1/2}]^{1/2}}. \quad (23)$$

При  $t > R/c_t$ ,  $\delta > \theta_0$ ,  $\lambda \rightarrow 0$  описываемые интегралами (14), (15) смещения соответствуют сферической поперечной волне:

$$u_{z2}^{(0)} = \frac{iQH (t - R/c_t)}{2\pi^2 \rho_2 c_t R} \oint_{L_t} \frac{(1 - \theta^2) \theta}{(\theta^2 + \beta^2)^{1/2} \tilde{W}_t(\theta) \varepsilon_t(\theta)} \{ [4\theta (1 - \theta^2) + \varepsilon (\theta^2 + \beta^2)^{-1/2}] (\theta^2 - \alpha^2) - H (\alpha - \operatorname{Re} q_1^{(0)}) (1 - 2\theta^2)^2 (\theta^2 - \alpha^2)^{1/2} \} d\theta, \quad (24)$$

$$u_{r2}^{(0)} = - \frac{iQrH (t - R/c_t)}{2\pi^2 \rho_2 c_t R} \oint_{L_t} \frac{(1 - \theta^2) \theta^2}{(\theta^2 + \beta^2)^{1/2} \tilde{W}_t(\theta) \varepsilon_t(\theta) d_t(\theta)} \{ [4\theta (1 - \theta^2) + \varepsilon (\theta^2 + \beta^2)^{-1/2}] (\theta^2 - \alpha^2) - H (\alpha - \operatorname{Re} q_1^{(0)}) (1 - 2\theta^2)^2 (\theta^2 - \alpha^2)^{1/2} \} d\theta. \quad (25)$$

Вблизи фронта поперечной сферической волны компоненты смещений описываются приближенными формулами:

$$u_{z2}^{(0)} \Big|_{R=c_t t} \approx \frac{Qr^2 z (\alpha^2 - z^2/R^2) H (t - R/c_t)}{\pi \rho_2 c_t R^4 (z^2/R^2 + \beta^2)^{1/2} \tilde{W}_t(z/R)} [4r^2 z/R^3 + \varepsilon (z^2/R^2 + \beta^2)^{-1/2}] + \frac{2Qr^2 z (1 - 2z^2/R^2)^2 (\alpha^2 - z^2/R^2) H (\alpha - z/R)}{\pi^2 \rho_2 c_t R^4 (z^2/R^2 + \beta^2)^{1/2} \tilde{W}_t(z/R)} \ln \left| \frac{r}{R} (1 - c_t^2 t^2 / R^2)^{1/2} \right|, \quad (26)$$

$$u_{r2}^{(0)} \Big|_{R=c_t t} \approx - \frac{Qr z^2 (\alpha^2 - z^2/R^2) H (t - R/c_t)}{\pi \rho_2 c_t R^4 (z^2/R^2 + \beta^2)^{1/2} \tilde{W}_t(z/R)} [4r^2 z/R^3 + \varepsilon (z^2/R^2 + \beta^2)^{-1/2}] - \frac{2Qr z^2 (1 - 2z^2/R^2)^2 (\alpha^2 - z^2/R^2) H (\alpha - z/R)}{\pi^2 \rho_2 c_t R^4 (z^2/R^2 + \beta^2)^{1/2} \tilde{W}_t(z/R)} \ln \left| \frac{r}{R} (1 - c_t^2 t^2 / R^2)^{1/2} \right|. \quad (27)$$

Первые слагаемые в (26), (27) описывают возмущения, аналогичные тем, которые имеют место при  $\delta < \theta_0$  (см. (18), (19)). Вторые слагаемые в этих формулах описывают искажения формы сигнала, связанные с взаимодействием продольных и поперечных волн на границе упругой среды. Эти искажения

существуют только в области  $\delta > \theta_0$  и аналогичны распределенным возмущениям, возникающим при полном внутреннем отражении звуковых импульсов [5].

Полученные в работе выражения (11), (12), (18), (19), (22), (23), (26), (27) позволяют делать простые аналитические оценки полей смещений в упругом полупространстве вблизи фронтов продольной и поперечной сферических волн и конической волны. Для точек, лежащих на проходящей через источник нормали к границе раздела газообразной и твердой сред, получено точное аналитическое выражение (13), которое может применяться для тестирования программ расчета импульсных полей упругих волн, создаваемых действующим в контактирующем с твердым телом газе звуковым излучателем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уотерс К. Отражательная сейсмология: Пер. с англ. Ефимовой Е. А./Под ред. Калинина А. В., Саваренского Е. Ф. М.: Мир, 1981. 452 с.
2. Иванов И. Д. Об отражении сферического импульса от границы раздела жидкой и твердой сред//Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 3. С. 415—420.
3. Иванов И. Д. Отражение единичного сферического импульса от границы раздела жидкой и твердой сред//Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 4. С. 551—558.
4. De Hoop A. T., van der Hijden J. H. M. T. Generation of acoustic waves by an impulsive point source in a fluid/solid configuration with a plane boundary//J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 75. № 6. P. 1709—1715.
5. Разин А. В. Об отражении сферического акустического дельта-импульса от границы раздела газ — твердое тело//Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 2. С. 338—343.
6. Курин В. В., Немцов Б. Е., Эйдман В. Я. Предвестник и боковые волны при отражении импульсов от границы двух сред//УФН. 1985. Т. 147. Вып. 1. С. 157—180.
7. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
8. Ewing W. M., Jardetsky W. S., Press F. Elastic Waves in Layered Media. N. Y.: McGraw-Hill Book Co., Inc. 1957. 380 p.
9. Поручиков В. Б. Методы динамической теории упругости. М.: Наука, 1986. 328 с.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт

Поступила в редакцию  
28.09.92

A. V. Razin

#### ELASTIC WAVES EXCITATION BY A PULSED SOURCE OPERATING AT GAS — SOLID INTERFACE

A method of contour integration is utilized for the consideration of elastic waves excitation by a sound source radiating a spherical delta-pulse and operating at the interface between a homogeneous gas and a homogeneous isotropic solid. Displacements asymptotics is analyzed near the fronts of compression and shear spherical waves and near the front of a head wave. An exact analytical expression for displacements is obtained for observation points which are situated at the normal to the interface at which the source operates.