

УДК 534.222

© 1993 г. И. Ю. Солодов, Чин Ан Ву

**«ХЛОПАЮЩАЯ» НЕЛИНЕЙНОСТЬ И ХАОС ПРИ КОЛЕБАНИЯХ  
КОНТАКТНОЙ ГРАНИЦЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ**

Представлены результаты модельных экспериментальных исследований упругой нелинейности контактной (несклеенной) границы твердых тел. Обнаружено пороговое возникновение «хлопающей» нелинейности границы, обусловленной разрывом и последующим восстановлением контакта между поверхностями границы. Показано, что при малых величинах контактного давления наблюдается неустойчивость и образование хаотических колебаний путем развития последовательных бифуркаций кратности периода колебаний границы. При наличии между поверхностями контактной границы начального зазора, несколько меньшего, чем амплитуда колебаний, показана возможность возникновения «хлопающей» нелинейности II-го типа, связанной с соударениями свободных поверхностей контакта в процессе колебаний.

Поиски сред с аномально высокими нелинейными характеристиками начались сразу после возникновения нелинейной акустики твердого тела в начале 60-х годов. Они обусловили широкий круг исследований нелинейных явлений и типов акустической нелинейности твердых тел с разнообразными физическими свойствами [1]. В последние годы начато изучение новых механизмов так называемой структурной нелинейности твердых тел, связанной с наличием в них включений типа пор, зерен, трещин, полостей и т. д. Так, об увеличении эффективной нелинейности материала для объемных акустических волн в связи с появлением в нем усталостных трещин сообщалось в [2]. Общим элементом локальной неоднородности подобных сред является контактная (несклеенная) граница раздела, относительное движение поверхностей которой может сопровождаться существенно нелинейными упругими процессами. На это, по-видимому, впервые обратил внимание Дж. Ричардсон [3], предложивший теоретическую модель нелинейности поджатой контактной границы, обусловленной нарушением механического контакта поверхностей в определенной фазе колебаний.

На реальной границе «хлопающая» нелинейность, как правило, проявляется совместно с герцевской нелинейностью шероховатого контакта, что отмечалось при экспериментальных исследованиях в работе [4]. В то же время, насколько нам известно, непосредственных экспериментальных доказательств развития «хлопающей» акустической нелинейности на контактной границе до сих пор нет. Этот пробел восполняется в настоящей работе, где приведены результаты модельных экспериментальных исследований характеристик этого типа нелинейности и их сравнение с теоретическим анализом Ричардсона. Найдено, что помимо теоретически описанной модели, связанной с разрывом поджатого контакта, существует второй тип нелинейности, обусловленный возникновением контакта в процессе колебаний («хлопанием») свободных поверхностей, находящихся на некотором расстоянии друг от друга. Показано, что оба типа нелинейности разделены полосой хаотических колебаний границы, которые развиваются путем последовательных кратных бифуркаций периода колебаний основной частоты.

Блок-схема эксперимента представлена на рис. 1. Контактная граница создавалась прижатием плоских торцов двух стальных цилиндров, которые являлись осями широкополосных электроакустических преобразователей электродинамического типа. Торцы стержней тщательно полировались, так, что шероховатости их поверхностей не превышали  $\approx 1$  мкм для исключения влияния герцевской

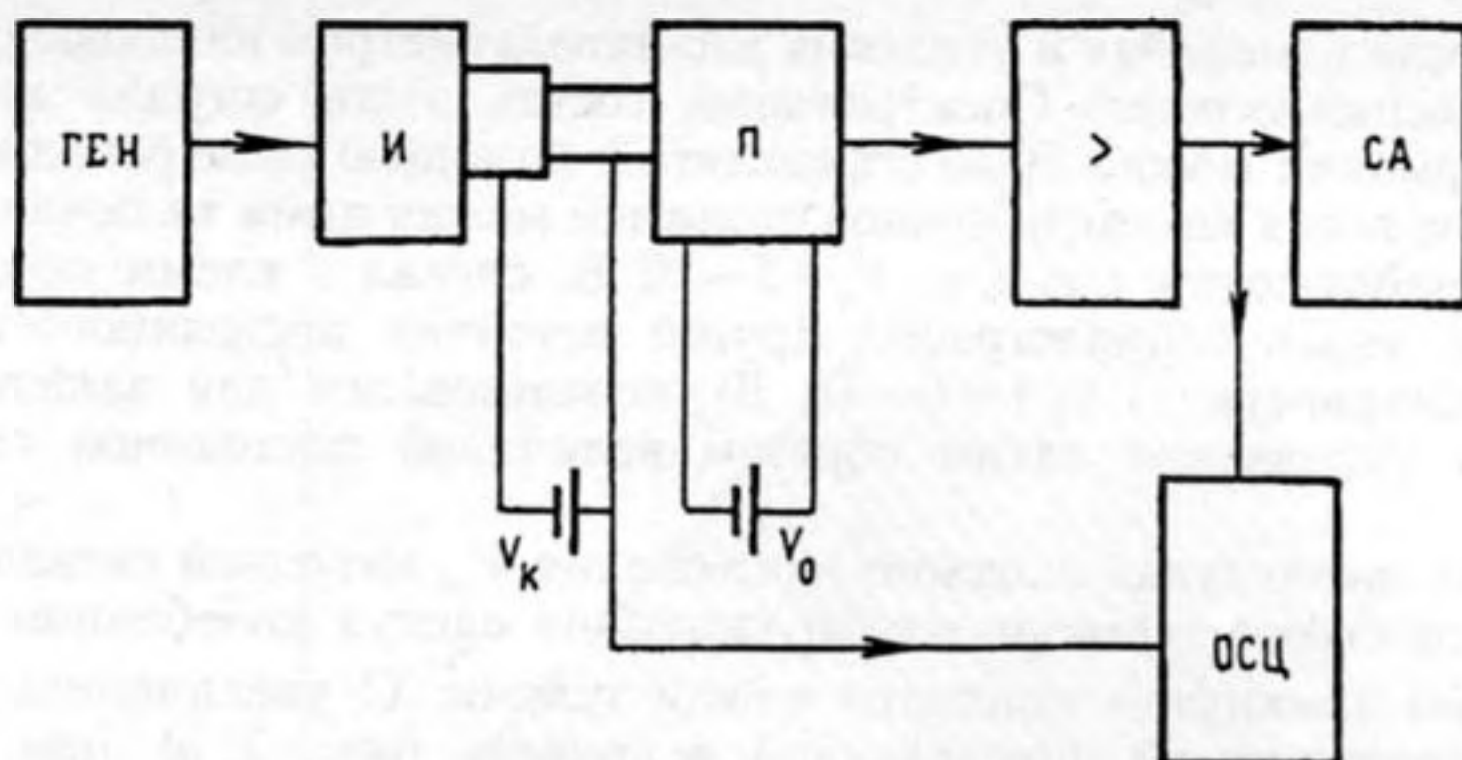


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки для исследования «хлопающей» нелинейности на контактной границе: ГЕН — генератор звуковой частоты, И — излучатель, П — приемник, СА — спектроанализатор, ОСЦ — осциллограф С1-75

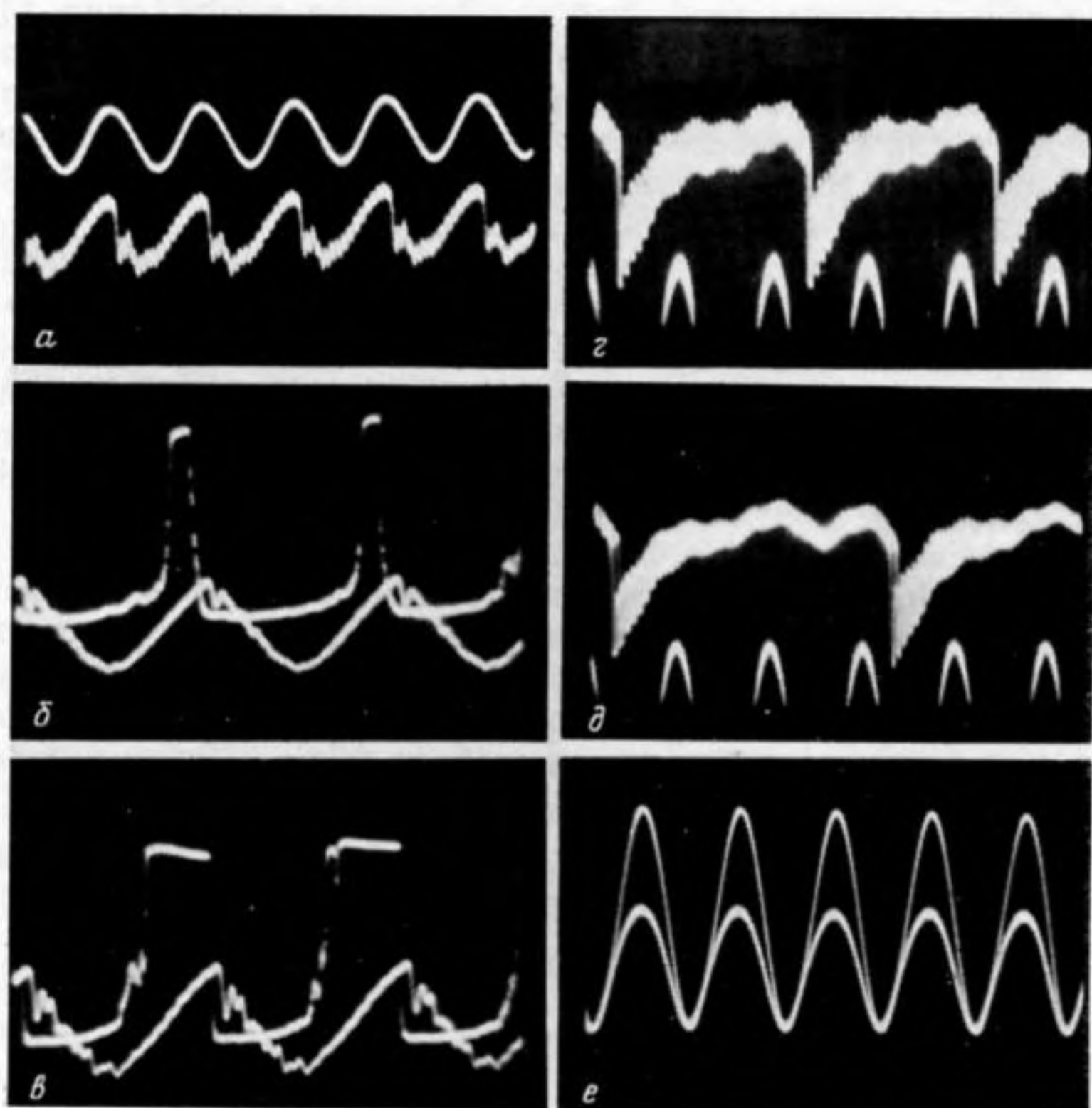


Рис. 2. Формы нелинейных колебаний контактной границы: *a* — осциллограммы  $V_{вх}$  и выходного напряжения приемника при  $V_{вх} > V_{вх}^0$ ; *б*, *в* — осциллограмма выходного напряжения приемника и  $V_k$  в запороговой области; *г* — нелинейные колебания половинной частоты; *д* — нелинейные колебания на частоте  $\omega/3$ ; *е* — нелинейные колебания в области «хлопающей» нелинейности 2-го типа

нелинейности. Колебания границы возбуждались при подаче непрерывного электрического сигнала генератора частотой  $\omega/2\pi \approx 300$  Гц на обмотку одного из преобразователей (излучатель). Амплитуда колебаний излучателя  $U_\omega$  измерялась с помощью акселерометра и составляла  $\approx 10$  мкм для максимального входного напряжения  $V_{вх} \approx 3$  В. Вторым преобразователем использовался для приема и наблюдения формы колебаний границы: выходной электрический сигнал с обмотки

приемника после измерения и усиления милливольтметром наблюдался на экране двулучевого осциллографа. Спектральный состав этого сигнала и амплитуды отдельных гармоник можно было определять с помощью спектрального анализатора. Для регистрации наличия контакта торцов стержней между ними включался источник постоянного напряжения с э. д. с.  $V_k = 5-10$  В, сигнал с клемм которого также выводился на экран осциллографа. Другой источник постоянного напряжения различной полярности ( $|V_0| = 0-10$  В) использовался для запитки катушек приемника и управления таким образом величиной постоянной силы сжатия контакта  $F_0$ .

При малых амплитудах входного напряжения  $V_{вх}$  выходной сигнал приемника ( $V_{\omega}$ ) оставался строго гармоническим, синфазно следуя колебаниям излучателя при полностью замкнутом контакте между телами. С увеличением амплитуды входного напряжения до определенной величины (рис. 2, а) при постоянном давлении сжатия контакта наблюдалось пороговое возникновение искажений формы колебаний торца приемного преобразователя, также показанных на рис. 2, а. Эти искажения сопровождаются появлением положительных импульсов контактного электрического напряжения  $V_k$ , которые соответствуют фазе разомкнутого контакта границы (рис. 2, б, в). Выходное напряжение электродинамического приемника пропорционально величине колебательной скорости, при этом положительные полупериоды выходного напряжения на рис. 2 соответствуют фазе колебаний, когда излучатель «тянет» приемник. Данные рис. 2 показывают, что именно в этой фазе вблизи положения равновесия (максимума колебательной скорости) первоначально образуется разрыв контакта.

При дальнейшем увеличении амплитуды начало разрыва смещается в область меньших скоростей «тяги» и может возникнуть в конце фазы «толчка» (рис. 2, в). Восстановление контакта происходит в заключительной части фазы «тяги» или в начале фазы «толчка» излучателя и сопровождается значительной потерей и резким изменением знака колебательной скорости приемника (рис. 2, а) в результате «хлопка» контактной поверхности. Отметим, что описанная динамика нелинейных колебаний контактной границы хорошо соответствует расчетам в рамках теоретической модели Ричардсона [3].

Изменение величины постоянного напряжения  $V_0$  управляющего давлением сжатия контакта, приводило к сдвигу порога возникновения нелинейных искажений по амплитуде входного напряжения  $V_{вх}$  согласно данным рис. 3 (прямая 1) с уменьшением  $V_0$  (силы сжатия контакта  $F_0$ ) разрыв контакта наступает при меньшей величине пороговой амплитуды  $U_{\omega}^0$  колебаний излучателя. Количественное соотношение между пороговыми параметрами  $F_0$  и  $U_{\omega}^0$  нетрудно установить статической калибровкой зависимости  $F_0(V_0)$  и измерением абсолютных значений смещений  $U_{\omega}$  с помощью акселерометра. Эти измерения показали, что точки прямой 1 на рис. 3 хорошо соответствуют условию:

$$\omega^2 U_{\omega}^0 = F_0 / m, \quad (1)$$

где  $m$  — масса стержня приемника.

При дальнейшем уменьшении  $F_0$  (или увеличении амплитуды колебаний), т. е. для точек, находящихся внутри заштрихованной области рис. 3, сила инерции становится больше силы сжатия:  $F_{ин} = m\omega^2 U_{\omega} > F_0$ , приводя к разрыву контактной границы. Волновой аналог этого условия  $P_{в} = \rho c \omega U_{\omega} > P_0$ , (где  $P_{в}$  — избыточное давление в волне,  $\rho c$  — волновой импеданс среды,  $P_0$  — давление сжатия контакта) полностью соответствует условию разрыва, приведенному в работе [3].

Анализ спектра колебаний приемника (рис. 4) обнаруживает пороговое возникновение высших гармоник при удовлетворении условия (1) (рис. 4, а), дальнейшее возрастание их амплитуд и расширение спектра (рис. 4, б) при движении точки состояния системы от верхней границы внутрь заштрихованной области рис. 3. Согласно рис. 4, а, б, характерная особенность исследуемой нелинейности состоит в немонотонности изменения амплитуд гармоник: наблюдаемая модуляция

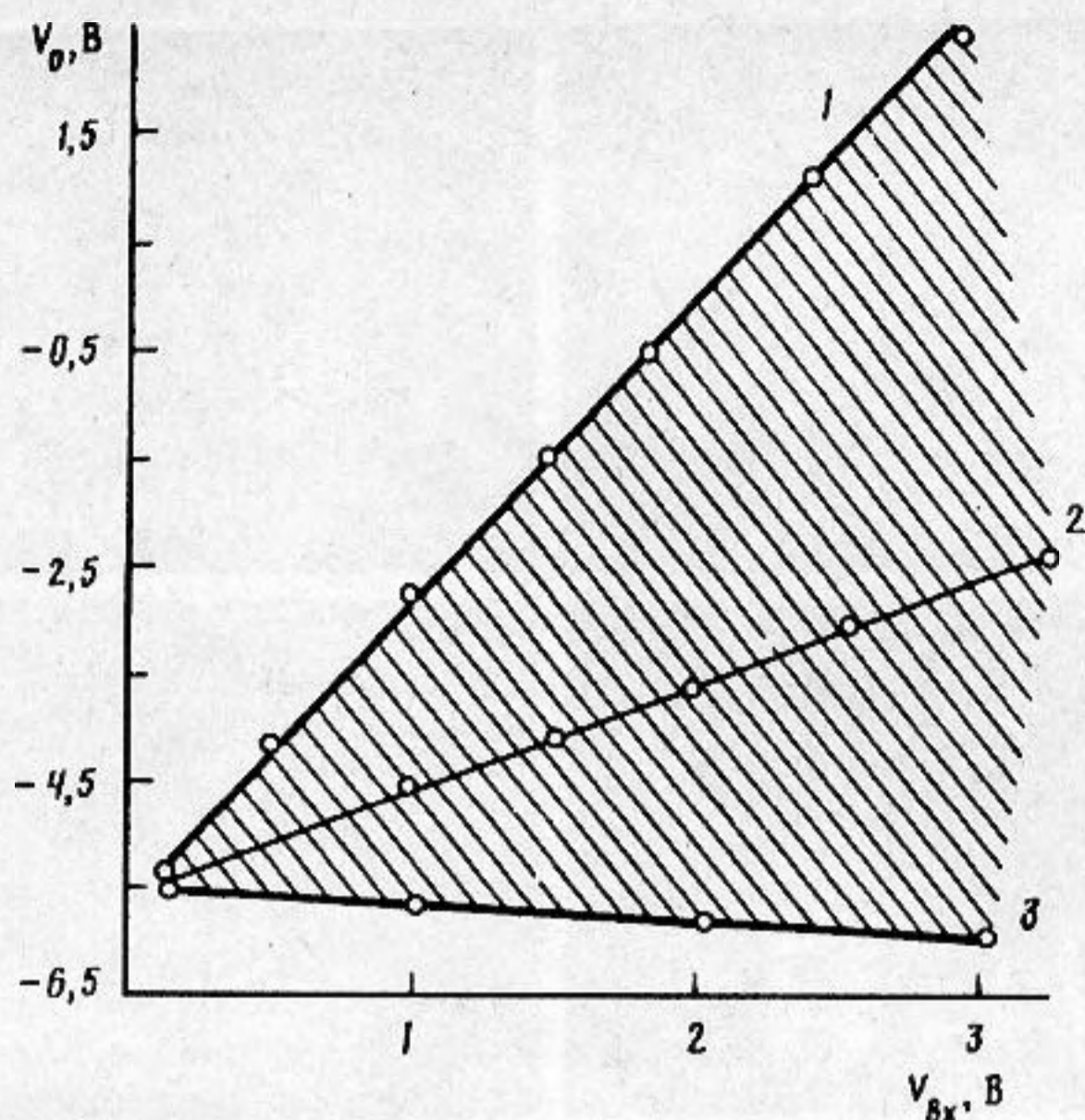


Рис. 3. Зависимость порога возникновения «хлопающей» нелинейности от значений параметров  $V_{вх}$ ,  $V_0$ : 1 — «хлопающая» нелинейность 1-го типа; 2 — линия максимумов второй гармоники  $V_{2\omega}$ ; 3 — «хлопающая» нелинейность 2-го типа; \\\ — область существования «хлопающей» нелинейности

спектра обусловлена импульсным характером нелинейных искажений колебаний контактной границы.

Поведение отдельных компонент спектра на примере амплитуды второй гармоники  $V_{2\omega}$  внутри области разрыва иллюстрируется рис. 5. Точки максимумов  $V_{2\omega}$  на плоскости  $V_{вх}$ ,  $V_0$  образуют прямую 2 (рис. 3), наклон которой соответствует условию:  $\eta_{\text{опт}} = F_0/F_{н} \approx 0,4$ , что отлично согласуется условием оптимального поджима контакта в модели Ричардсона:  $P_0/P_{в} \approx 0,36$ . При оптимальном прижме согласно данным рис. 5 отношение амплитуды второй гармоники к амплитуде колебаний излучателя является постоянной величиной:  $U_{2\omega}/U_{\omega} = V_{2\omega}/V_{\omega} \approx 0,35 + 0,06$  для любого значения входного напряжения  $V_{вх}$ .

Пороговый характер нелинейного поведения контактной границы обуславливает специфику динамических характеристик второй гармоники, возникающей на «хлопающей» нелинейности (рис. 3). Для заданного контактного давления амплитуда второй гармоники с ростом амплитуды колебаний быстро достигает насыщения, уровень которого, также как и пороговое значение  $V_{вх}^0$ , пропорционален силе сжатия контакта  $F_0$ . Однако, как видно из рис. 6, в точках касания кривых с прямой, выходящей из начала координат, отношение  $V_{2\omega}/V_{\omega}$  достигает максимума, величина которого пропорциональна тангенсу угла наклона этой прямой и практически одинакова для всех кривых. Следовательно, для любой силы сжатия  $F_0 > 0$  максимальная нелинейность контакта ( $U_{2\omega}/U_{\omega}$ ) оказывается одинаковой, однако, достигается при различных величинах  $V_{вх}$ . При этом  $\eta_{\text{опт}} = F_0/F_{н}$  остается постоянной величиной, что, как отмечалось выше, также соответствует данным рис. 3 и расчетам [3].

Существенно иная ситуация возникает в области малых сил сжатия контакта  $F_0 \geq 0$ . В этом случае после разрыва возвращающая сила оказывается настолько малой, что восстановления контакта за период колебания может не происходить вообще. Фаза «хлопка» поверхностей становится случайной, и колебания становятся неустойчивыми до тех пор, как при дальнейшем уменьшении  $F_0$  не

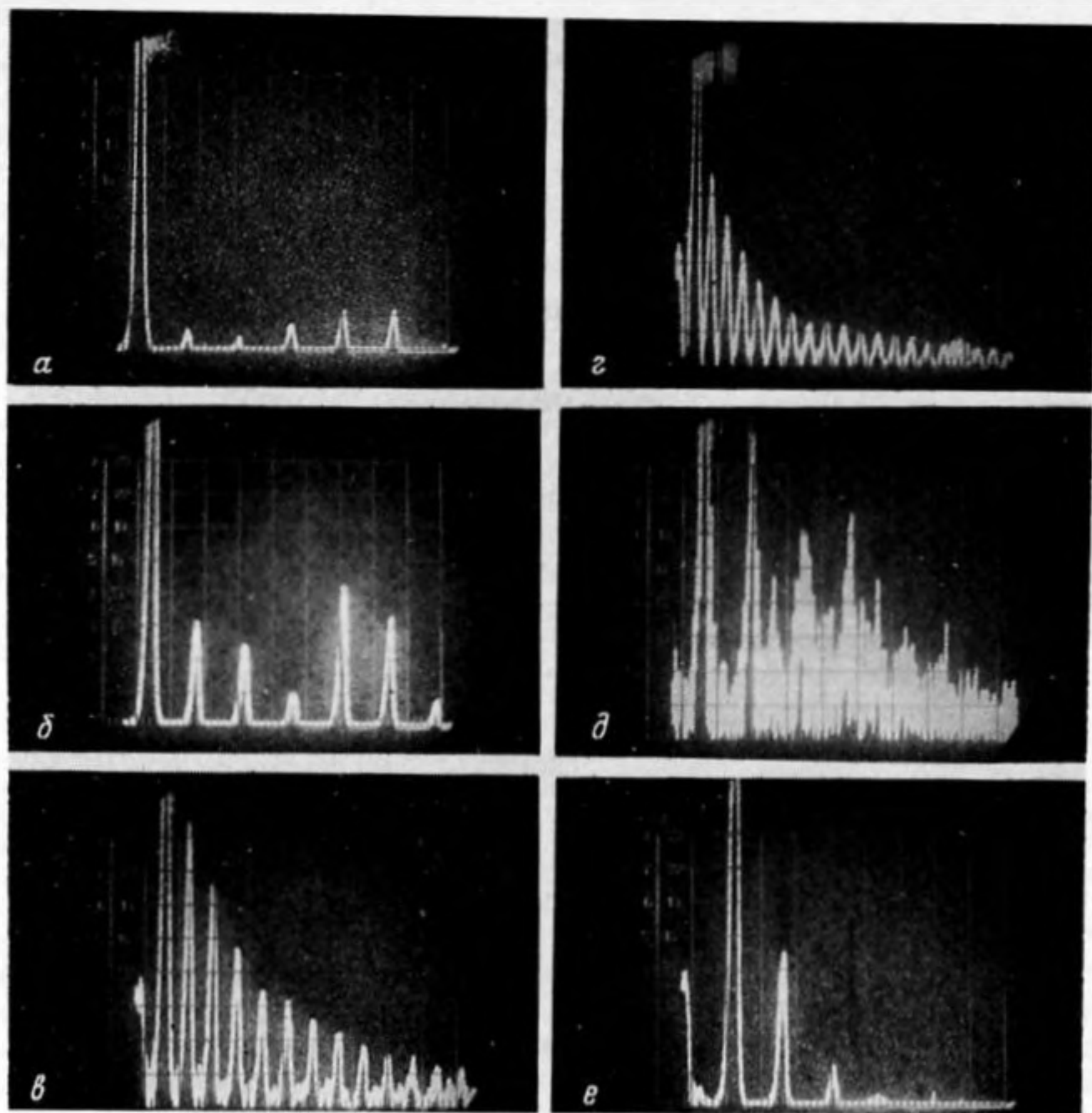


Рис. 4. Спектры нелинейных колебаний контактной границы: *a* — порог «хлопающей» нелинейности 1-го типа; *b* — запороговый режим; *в* — спектр колебаний в точке бифуркации удвоения периода; *г* — спектр колебаний в точке бифуркации утроения периода; *д* — квазисплошной спектр в области неустойчивости колебаний; *e* — спектр колебаний в области проявления «хлопающей» нелинейности 2-го типа

происходит удвоения периода повторения ударов поверхностей границы и возникают нелинейные колебания на половинной частоте (рис. 2, *г*). В их спектре наиболее сильно выражена компонента на частоте  $\omega/2$  и имеются кратные ей гармоники  $n\omega/2$  (рис. 4, *в*). Если при фиксированном  $V_{\text{вх}}$  силу  $F_0$  уменьшать далее, то возникает неустойчивость колебаний половинной частоты, которая приводит к утроению периода устанавливающихся нелинейных колебаний (рис. 2, *д*) и обогащению спектра гармониками с частотами  $n\omega/3$  (рис. 4, *г*). Подобное последовательное развитие бифуркаций с уменьшением  $F_0$  наблюдалось экспериментально (см. рис. 5) вплоть до усиления спектрального фона и образования квазисплошного спектра, типичного для хаотических колебаний (рис. 4, *д*).

Процесс завершается пороговым установлением нелинейных колебаний основной частоты синфазных с выходным напряжением излучателя (рис. 2, *e*), форма которых существенно отличается от формы колебаний до начала бифуркационного процесса (рис. 2, *a*). Дополнительное отличие колебаний этого типа состоит в противоположном поведении порога их возникновения: пороговое значение амплитуды колебаний  $U_{\omega}^0$  резко возрастает с уменьшением  $V_0$ , что иллюстрируется прямой 3 на рис. 3. Микрометрические измерения показали, что в этой области статический контакт торцов стержней отсутствует, т. е. сила  $F_0$

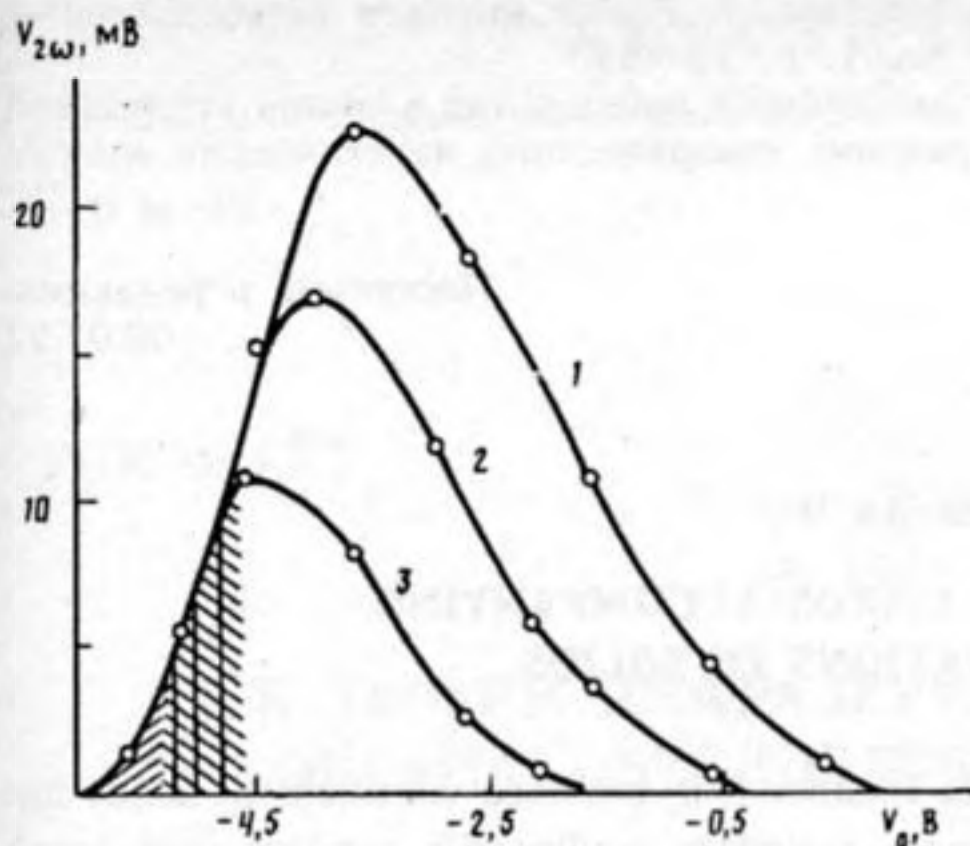


Рис. 5

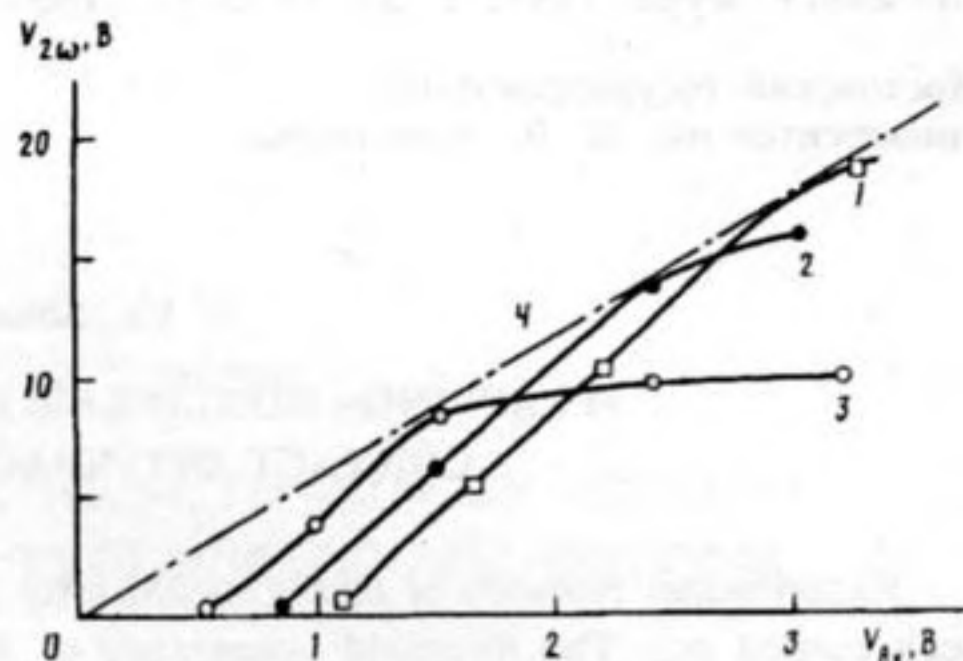


Рис. 6

Рис. 5. Зависимости амплитуд второй гармоники от величины напряжения сжатия контакта; 1 —  $V_{\omega} = 53$  мВ; 2 —  $V_{\omega} = 40$  мВ; 3 —  $V_{\omega} = 32$  мВ; \\\ — области неустойчивости колебаний (для  $V_{\omega} = 53$  мВ); - - - — линии кратных бифуркаций; /// — область «хлопающей» нелинейности 2-го типа

Рис. 6. Зависимости амплитуд второй гармоники от напряжения на входе излучателя для «хлопающей» нелинейности 1-го типа: 1 —  $V_0 = -1,5$  В; 2 —  $V_0 = -1,75$  В; 3 —  $V_0 = -2$  В; 4 — линия максимумов  $V_{2\omega}/V_{\omega}$

меняет знак и растягивает контакт, а величина зазора между поверхностями возрастает на 3 мкм при уменьшении  $V_0$  на  $\approx 0,2$  В. При этом, согласно рис. 3 (прямая 3) порог возникновения нелинейных колебаний 2-го типа соответствует увеличению  $V_{вх}$  на  $\approx 1$  В, что согласно измерениям с помощью акселерометра, в свою очередь приводит к увеличению амплитуды колебаний излучателя  $U_{\omega}$  также на  $\approx 3$  мкм. Следовательно, нелинейные колебания 2-го типа связаны с «хлопками» поверхностей контакта, между которыми имеется первоначальный зазор, несколько меньшей амплитуды колебаний. Согласно осциллограмме рис. 2, e, основное взаимодействие происходит в фазе «толчка» излучателя (отрицательный полупериод выходного сигнала) и приводит к возрастанию величины колебательной скорости и уменьшению длительности колебаний приемника в этой фазе за счет «хлопка» излучателя. Нелинейность 2-го типа выражена слабее, а спектр нелинейных колебаний этого типа существенно проще, чем для колебаний 1-го типа и содержит лишь 2—3 гармоники (рис. 4, e). В запороговой области амплитуда второй гармоники при постоянной амплитуде колебаний  $U_{\omega}$  монотонно убывает с увеличением зазора между телами, как показано на рис. 5.

Представленные результаты экспериментально подтверждают наличие «хлопающей» акустической нелинейности на контактной границе твердых тел. Обнаружены два типа «хлопающей» нелинейности, отличающиеся динамикой взаимодействия поверхностей границы раздела в процессе колебаний. Нелинейные колебания этих типов имеют пороговый характер и разделены областью неустойчивости, в которой развивается процесс хаотизации посредством бифуркаций кратности периода колебаний. Согласно проведенным измерениям характеристики «хлопающей» нелинейности 1-го типа хорошо соответствуют теоретической модели Ричардсона.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лямов В. Е. Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах // М.: Изд-во МГУ, 1983. 223 с.
2. Buck O., Morris W. L., Richardson J. M. Acoustic harmonic generation at unbonded interfaces and fatigue cracks // Appl. Phys. Lett. 1978. V. 33. No. 5. P. 371—373.

3. *Richardson J. M.* Harmonic generation at unbonded interface. I. Planar interface between semi — infinite elastic media//Int. J. Eng. Sci, 1979. V. 17. No. 1. P. 73—85.
4. *Ко Сел Лен, Северин Ф. М., Солодов И. Ю.* Экспериментальное наблюдение влияния контактной нелинейности на отражение объемных и распространение поверхностных акустических волн.// Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 6. С. 1165—1169.

Московский государственный  
университет им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию  
09.07.92

I. Yu. Solodov, Chin An Wu

**«FLAPPING» NONLINEARITY AND CHAOS ACCOMPANYING  
CONTACT INTERFACE VIBRATIONS IN SOLIDS**

Experimental research of elastic nonlinearity of contact (nonbonded) interface vibrations in solids has been carried out. The threshold appearance of the «flapping» boundary nonlinearity resulted from break and consequent restoration of contact between interface boundaries has been demonstrated. Instability effects and chaotic oscillations development due to consequent multiple bifurcations of the vibrations period has been observed at low contact loads. In the case of a nonzero initial gap between contact surfaces the second type of the «flapping» nonlinearity has been shown to exist accompanied by the impact of freely vibrating surfaces of the interface.