

УДК 534.222:534.213

## О ПРОФИЛИРОВАНИИ КАНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФФЕКТА САМООТРАЖЕНИЯ ВОЛНЫ НА РАЗРЫВАХ

© 1995 г. В. Л. Хитрик

Научно-исследовательский институт химического машиностроения  
141300 Сергиев Посад Московской области

Поступила в редакцию 24.06.94 г.

С использованием эффекта самоотражения акустической волны на разрывах [1 - 3] получено соотношение для расчета профиля канала переменного сечения, учитывающее наличие дозвукового потока жидкости в канале. Путем сравнения численных расчетов, выполненных с помощью полученного соотношения и известного способа профилирования [1], проведена оценка влияния дозвукового потока жидкости на профиль канала. Показано, что при наличии замедляющегося потока жидкости (расширяющийся канал), характеризующегося числом Маха невозмущенного течения  $0 \leq M(0) \leq 0.5$  ( $M(0) = U(0)/c_0$ , где  $U(0)$  – скорость невозмущенного потока жидкости в начальном сечении канала;  $c_0$  – скорость звука в покоящейся жидкости) применение метода [1] во всем рассмотренном диапазоне чисел Маха дает расхождение с результатами расчета по предлагаемому соотношению, не превышающее 12%. Для ускоряющегося потока жидкости (сужающийся канал) с числом Маха в пределах  $0 \leq M(0) \leq 0.5$  расхождение составляет от 11% до 26%.

В работе [1] для профилирования канала переменного сечения используется эффект самоотражения волны на разрывах [2, 3]. Изменением амплитуды исходного сигнала варьируется координата образования разрыва, т.е. расстояние, на котором происходит самоотражение волны. Восстановление профиля канала выполняется путем измерения временной задержки отраженного сигнала при различных значениях исходной амплитуды. В работе [4] предложен способ восстановления профиля канала переменного сечения на основе информации, которая содержится в спектре прошедшей нелинейно искаженной акустической волны. Восстановление профиля канала переменного сечения в [1, 4] выполнено в предположении, что канал заполнен неподвижной жидкостью. Ниже рассмотрена задача профилирования канала переменного сечения при наличии в нем ускоренного дозвукового движения жидкости (течения).

В качестве исходной системы уравнений используются уравнения Эйлера и неразрывности [5]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho'} \frac{\partial p'}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$F(x) \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial \rho' u F(x)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где  $u$ ,  $\rho'$ ,  $p'$  – соответственно мгновенные значения скорости, плотности и давления жидкости;  $F(x)$  – площадь поперечного сечения канала;  $x$ ,  $t$  – соответственно продольная координата и время.

Следуя работе [6], уравнение состояния запишем в виде ряда по степеням давления и ограничимся первыми двумя слагаемыми:

$$\rho = \rho' - \rho_0 = \frac{p}{c_0^2} + \left( \frac{\partial^2 \rho}{\partial p^2} \right)_S \frac{p^2}{2}, \quad (3)$$

где  $\rho$ ,  $p = p' - p_0$  – колебательные составляющие плотности и давления;  $\rho_0$ ,  $p_0$  – невозмущенные значения плотности и давления соответственно;  $S$  – энтропия жидкости.

Предположим, что амплитудное число Маха много меньше числа Маха невозмущенного течения в канале. Тогда с учетом (3) уравнения (1), (2) приводятся к одному уравнению следующего вида:

$$\left[ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{(U - c_0)} \frac{\partial v}{\partial t} \right] - M^2 \left[ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{(U - c_0)} \frac{\partial v}{\partial t} \right] - \frac{2\varepsilon}{c_0^2} v \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{d \ln F M^2}{dx} = 0, \quad (4)$$

где  $\varepsilon$  – нелинейный параметр [1 - 4].

При получении (4) использованы линейное соотношение  $p = -\rho_0 c_0 v$  [7] ( $v = u - U$  – колебательная составляющая скорости жидкости), а также дифференциальное соотношение, описывающее в квазиодномерном (гидравлическом) приближении невозмущенное течение в канале переменного сечения [8]

$$d \ln(M^2 F^2) = dM^2. \quad (5)$$



Полагая, что первое, третье и четвертое слагаемые в правой части (4) являются величинами одного порядка, а невозмущенная скорость течения  $U(x)$  мала ( $M^2 \ll 1$ ), второе слагаемое в уравнении (4) можно опустить.

Следует отметить, что сумма в квадратных скобках в (4) обращается в нуль при рассмотрении в линейном приближении распространения акустических волн в неизоэнтропическом газе, движущемся в канале постоянного сечения [7].

Следуя работе [6], для отраженной волны можно принять  $\partial v / \partial x \approx [1 / (U - c_0)] \partial v / \partial t$ . Тогда уравнение (4) примет вид:

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} v \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{d \ln (FM^2)^{1/2}}{dx} = 0. \quad (6)$$

Применяя известную процедуру, подробно описанную в работах [1 - 3], к решению уравнения (6), получим соотношение

$$\frac{M(0) \sqrt{F(0)}}{M(x_p) \sqrt{F(x_p)}} = -\frac{\varepsilon \omega}{C c_0^2} A^2 \frac{dx_p}{dA}, \quad (7)$$

где  $x_p$  — координата разрыва;  $\omega$  — круговая частота колебаний;  $C$  — константа;  $A$  — амплитуда колебательной скорости в начальном сечении канала  $x = 0$ .

Интегрируя дифференциальное соотношение (5) в пределах от  $x = 0$  до  $x = x_p$  и пренебрегая членами, имеющими порядок выше  $M^2(x_p)$ , получим

$$\frac{M^2(x_p) F^2(x_p)}{M^2(0) F^2(0)} = \exp [-M^2(0)] [1 + M^2(x_p)]. \quad (8)$$

С учетом (8) уравнение (7) преобразуется к виду

$$\left\{ \frac{F^2(x_p) / F^2(0) - M^2(0) \exp [-M^2(0)]}{[F(x_p) / F(0)] \exp [-M^2(0)]} \right\}^{1/2} = -\frac{\varepsilon \omega}{C c_0^2} A^2 \frac{dx_p}{dA}. \quad (9)$$

Используя (9), можно восстановить пространственный профиль неоднородности  $F(x)$ , если известна зависимость  $x_p$  от переменной амплитуды  $A$  исходной волны.

Следует отметить, что правая часть (9) совпадает с выражением, полученным в работе [1] для определения величины  $(F(x_p) / F(0))^{1/2}$  в случае канала, заполненного неподвижной жидкостью.

Предположим, что правая часть (9) определяется по измеренному запаздыванию сигнала  $\tau_s = x_p / c_0$  в соответствии со способом, изложенным в работе [1].

Тогда уравнение (9) можно записать следующим образом

$$\left\{ \frac{[F^2(x_p) / F^2(0)]_1 - M^2(0) \exp [-M^2(0)]}{[F(x_p) / F(0)]_1 \exp [-M^2(0)]} \right\}^{1/2} = (\sqrt{F(x_p) / F(0)})_0, \quad (10)$$

где индексы 1, 0 обозначают соответственно наличие и отсутствие дозвукового течения жидкости в канале.

Введем в рассмотрение следующий параметр:

$$\alpha = [F(x_p) / F(0)]_1 / [F(x_p) / F(0)]_0. \quad (11)$$

Используя обозначение (11), из соотношения (10) получим

$$[F(x_p) / F(0)]_1 = (\alpha M^2(0) \exp [-M^2(0)] / \{ \alpha - \exp [-M^2(0)] \})^{1/2}. \quad (12)$$

Поскольку предполагается, что акустические волны распространяются в жидкости, движущейся в канале с малой дозвуковой скоростью, то величина относительной площади сечения канала, определяемая по формуле (12), всегда больше относительной площади критического сечения канала, соответствующей исходному значению числа Маха  $M(0)$ . Следовательно, справедливо неравенство:

$$M^2(0) \exp [1 - M^2(0)] < \alpha M^2(0) \times \exp [-M^2(0)] / \{ \alpha - \exp [-M^2(0)] \}. \quad (13)$$

Решая неравенство (13) относительно  $\alpha$ , получим верхнюю границу для величины расхождения в определении профиля канала по методу [1] и по формуле (9)  $\delta = \sqrt{\alpha}$ :

$$\delta < \delta_1 = \sqrt{\exp [-M^2(0)] / (1 - e^{-1})}. \quad (14)$$

Если акустические волны распространяются в ускоряющемся потоке жидкости (сужающаяся часть канала), то очевидно  $[F(x_p) / F(0)]_1 < 1$ .

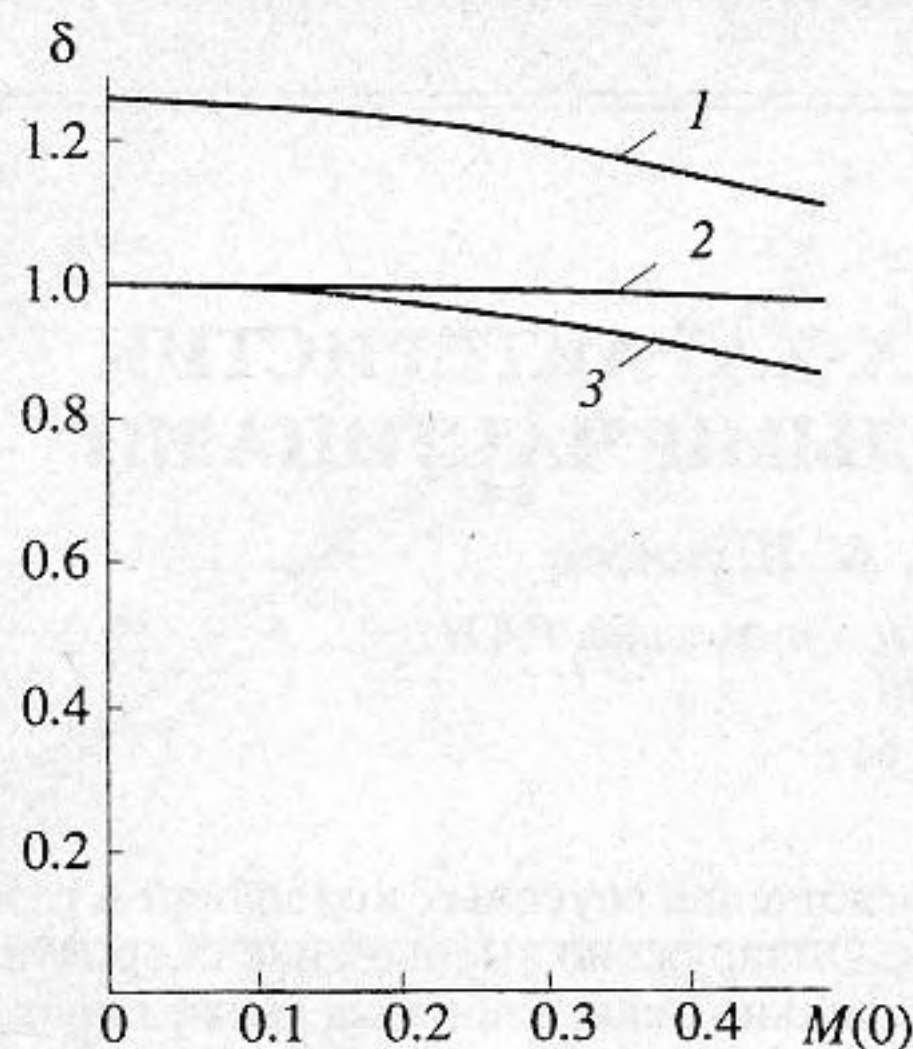
Тогда в соответствии с (12) имеет место неравенство

$$\alpha M^2(0) \exp [-M^2(0)] / \{ \alpha - \exp [-M^2(0)] \} < 1. \quad (15)$$

Решение неравенства (15) относительно  $\alpha$ , дает нижнюю границу для величины расхождения в определении профиля канала по методу [1] и по формуле (9) для случая ускоряющегося потока жидкости в канале

$$\delta > \delta_2 = (\exp [-M^2(0)] / \{ 1 - M^2(0) \times \exp [-M^2(0)] \})^{1/2}. \quad (16)$$





Зависимость от числа Маха в начальном сечении канала верхней (кривые 1, 2) и нижней (кривые 2, 3) границ величины расхождения результатов профилирования канала по методу [1] и по формуле (9) соответственно для ускоряющегося и замедляющегося потоков жидкости в канале.

В случае распространения волн в расширяющемся канале (замедляющемся потоке жидкости) со степенью расширения, не превосходящей  $n$ , относительная площадь сечения канала удовлетворяет неравенствам

$$1 < [F(x_p)/F(0)]_1 < n. \quad (17)$$

Из неравенств (17) с использованием (12), получим следующие верхнюю и нижнюю границы для величины расхождения в определении профиля канала по методу [1] и по формуле (9) для случая замедляющегося потока жидкости в канале

$$\delta < \delta_3 = (\exp[-M^2(0)] / \{1 - M^2(0) \times \exp[-M^2(0)]\})^{1/2}, \quad (18)$$

$$\delta > \delta_4 = (\exp[-M^2(0)] / \{1 - M^2(0) \times \exp[-M^2(0)]/n^2\})^{1/2}. \quad (19)$$

На рисунке представлены графики зависимостей  $\delta_1$ ,  $\delta_2 = \delta_3$ ,  $\delta_4$  (кривые 1, 2, 3, соответственно) от величины  $M(0)$ . Зависимость  $\delta_4$  от  $M(0)$  приведена для предельного случая  $n = \infty$ . Из графиков видно, что при наличии замедляющегося потока жидкости (расширяющийся канал) применение метода [1] во всем рассмотренном диапазоне чисел Маха ( $0 \leq M(0) \leq 0.5$ ) дает расхождение с результатами расчета по формуле (9), не превышающее 12%. Для ускоряющегося потока жидкости (сужающийся канал) в том же диапазоне  $M(0)$  максимальное расхождение составляет от 11% до 26%.

Таким образом, способ профилирования [1] с приемлемой для решения практических задач точностью может быть использован и в случае наличия низкоскоростного ( $M(0) \leq 0.5$ ) дозвукового течения жидкости в канале.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О.В., Солуян С.И. Самоотражение волны на разрывах как способ нелинейной диагностики сред // Докл. АН СССР. 1988. Т. 298. № 2. С. 361 - 362.
2. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1990.
3. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
4. Липидус Ю.Р., Руденко О.В. Нелинейная генерация высших гармоник как способ профилирования каналов // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 6. С. 1055 - 1058.
5. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
7. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961.
8. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988.

## Duct Profiling by the Self-Reflection of Waves at Breaks

V. L. Hitrik

An expression for the profile of a duct with varying section is obtained. It is based on the self-reflection phenomenon [1 - 3] and takes into account the subsonic fluid flow in the duct. By comparison of numerical results obtained with this expression and by the known method of profiling [1], the effect of subsonic fluid flow on the duct profile is estimated. It is shown that, in the case of a decelerating fluid flow in a flaring duct with Mach number of an undisturbed flow within  $0 \leq M(0) \leq 0.5$  ( $M(0) = U(0)/c_0$ ,  $U(0)$  is the speed of the undisturbed fluid flow at the duct inlet, and  $c_0$  is the velocity of sound in steady liquid) the results of method [1] differ from the results of the mentioned expression by less than 12%. For an accelerating fluid flow in a contracting duct with a Mach number within  $0 \leq M(0) \leq 0.5$ , this difference is from 11% to 26%.