АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1995, том 41, № 4, с. 567 - 571

УДК 534.8

ПОТОКИ ЭНЕРГИИ В ЖИДКОСТИ ПРИ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК

© 1995 г. Р. И. Вейцман, Е. В. Зиновьев

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова
101830 Москва, ул. Грибоедова, 4

Поступила в редакцию 28.12.94 г.

Описаны результаты расчетов потоков акустической энергии при вынужденных изгибных колебаниях упругой круглой пластины в жидкости под действием осевой силы, приложенной к центру пластины, а также при колебаниях в жидкости ограниченной упругой цилиндрической оболочки с жесткими крышками под действием продольной силы. В этих задачах обнаруживаются циркуляции значительных объемов звуковой энергии. Отмечаются циркуляции, замкнутые на упругое тело, а также изолированные зоны циркуляции. При этом линии тока энергии по пути в дальнее поле описывают сложные траектории, огибая зоны циркуляции.

Цель настоящей работы – на основе рассмотренных примеров выявить характерные особенности излучения звука упругими телами конечных размеров в жидкости. Внимание к потокам акустической энергии обусловлено, помимо прочего, развитием в последнее время методов экспериментальной интенсимметрии [1]. Усовершенствования средств измерения вектора **U** активной интенсивности стимулируют ее использование ($\mathbf{U} = \mathrm{Re}(P\mathbf{V}^*)$, где P – давление, а $\mathbf{V}$ – скорость). Однако, для правильной интерпретации результатов измерений необходим некоторый запас сведений о свойствах потоков энергии при взаимодействии упругих тел и жидкости. Провести аналитическое исследование ближнего поля вблизи сколь-нибудь сложной конструкции не представляется возможным. Исключением являются сфера и пластина в бесконечном экране. В этой связи возрастает роль численного анализа. Необходим численный метод, который не только позволил бы с достаточной точностью определять давление и скорость в ближнем поле, но и делал бы это за приемлемое время. Удовлетворить этим требованиям стало возможно благодаря прогрессу в развитии метода разностного потенциала (МРП) В.С. Рябенького [2]. Применительно к задачам акустоупругости был создан алгоритм МРП решения внешней задачи для уравнения Гельмгольца вне осесимметричного тела [3, 4] с учетом условий излучения. Реализованы возможности МРП по организации параллельных вычислений для использования матричного арифметического процессора. В результате реальное время вычисления решения сократилось на порядок. Разработан общий подход к решению с помощью МРП задач о совместных колебаниях акустической среды и упругого тела.

Задача о низкочастотном звукоизлучении свободной упругой круглой пластины под действием силы $Fe^{i\omega t}$, приложенной к центру перпендикулярно плоскости пластины, рассмотрена в работах [5 - 7]. Приняты следующие значения параметров, определяющих задачу: отношение толщины пластины и радиуса $h/R = 0.001$, отношение плотностей материала пластины и жидкости $\rho_1/\rho_a = 8$, отношение скоростей звука в материале и в среде $c_1/c_a = 3.5$ ($c_1^2 = E/\rho_1$, где E – модуль упругости), коэффициент Пуассона $\sigma = 0.3$, коэффициент потерь в материале $\eta = 0.01$. При анализе колебаний пластинки использовались две безразмерные характеристики частоты: $\omega R/c_a$ и kR; $k^2 = \omega(12(1-\sigma^2))^{1/2}/(c_1 h)$.

В рассмотренном частотном диапазоне ($kR < 20$) длина звуковой волны в жидкости на несколько порядков больше радиуса пластины и, как показали расчеты, давление в дальнем поле практически оказывается таким же, как при действии точечной силы на жидкость: $p = p_d \cos\theta$, где $p_d = F\omega/[4\pi c_a(r^2 + z^2)^{1/2}]$. При этом в ближнем поле обнаружены циркуляции значительных объемов звуковой энергии. Количество циркулирующей около пластины энергии значительно превышает энергию, уходящую в дальнее поле. Анализ картин линий тока активной интенсивности (ЛТАИ) в жидкости показывает, что существуют диапазоны частот, где непосредственно в дальнее поле линии уходят не из окрестности точки приложения силы, а из других зон пластины [5]. Более того, отмечены диапазоны частот, при которых в точке приложения силы пластина даже поглощает из жидкости энергию, которая поступает в жидкость из другой части пластины. Таким образом, знания картины потоков энергии в жидкости недостаточно для определения точки приложения силы – необходимо также знать распределение потоков энергии по самой пластине.

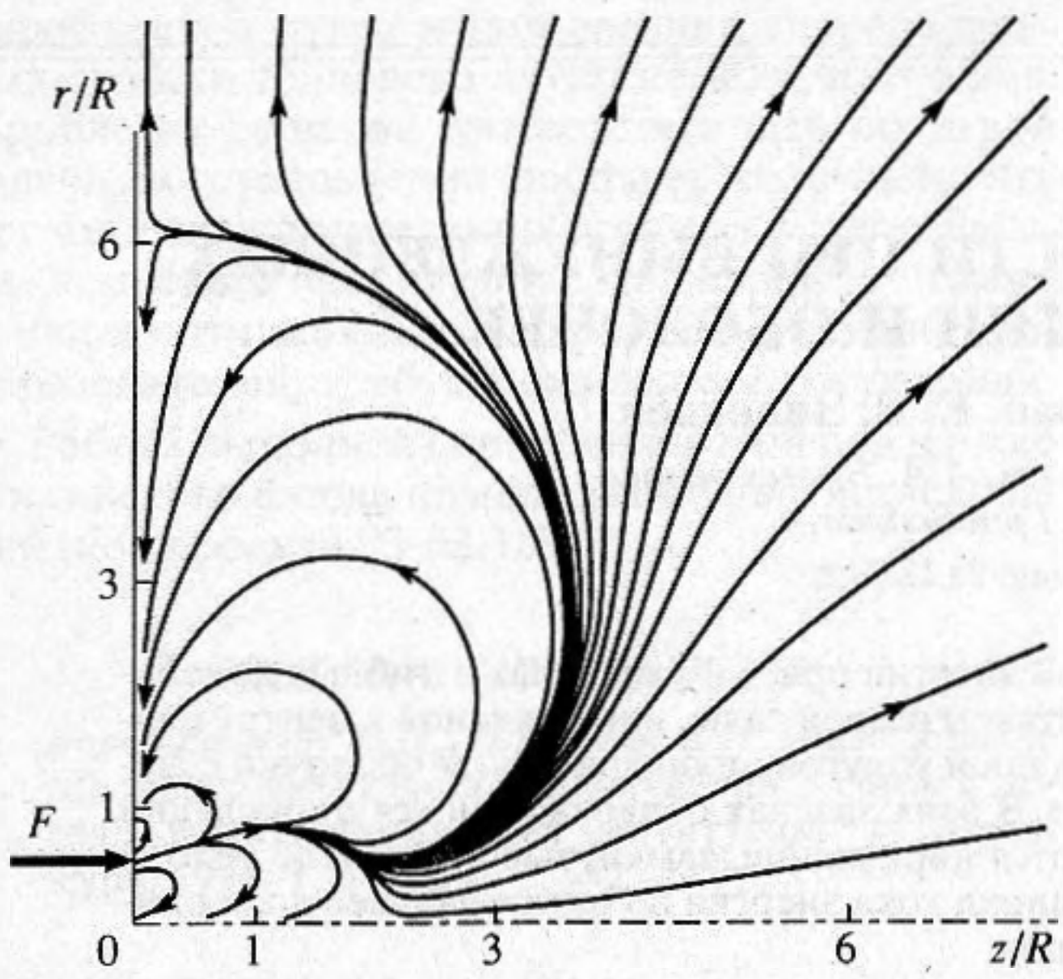

Рис. 1. Линии потоков энергии при возбуждении пластины силой, распределенной по окружности $r = R/2$ при $kR = 3$.

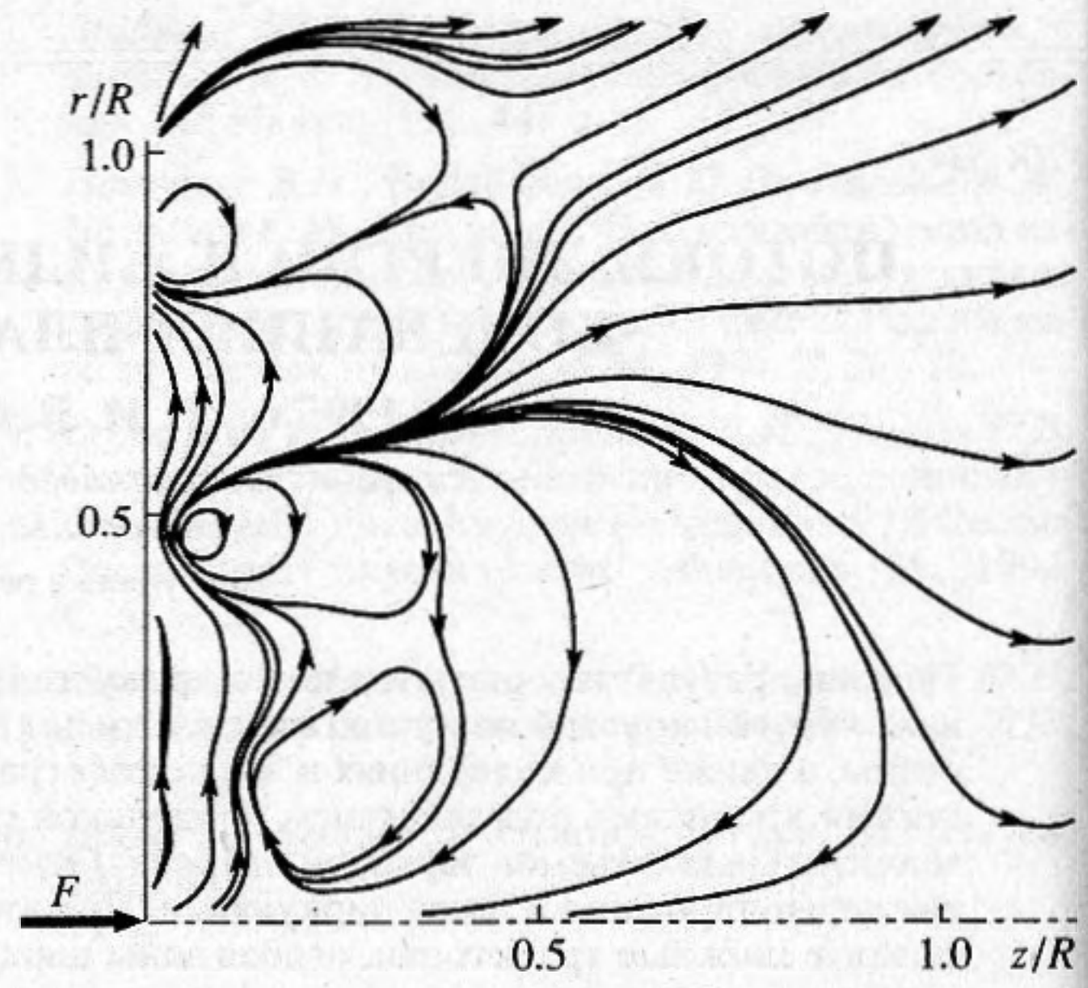

Рис. 2. Линии потоков энергии при возбуждении пластины силой, приложенной в центре при $kR = 9$.

В дополнение к данным [5 - 7] в настоящей работе приведены результаты расчетов пластины с параметрами, указанными выше, для двух случаев. В первом на пластину действуют силы, равномерно распределенные по окружности радиуса $R/2$ перпендикулярно плоскости пластины, при $kR = 3$. Во втором сила приложена к центру перпендикулярно плоскости пластины, при $kR = 9$.

На рис. 1 приведены ЛТАИ в плоскости $r0z$ для первого случая. Значение $kR = 3$ находится между частотами второго и третьего резонанса пластины в жидкости. В этом случае в дальнее поле энергия уходит непосредственно из области пластины, где приложены силы, проходя между зонами циркуляции, замкнутыми на пластину. Зоны циркуляции располагаются в пределах $r < 6.5R$, $z < 4R$. Как показали расчеты, циркулирующие потоки энергии на несколько порядков превосходят поток, уходящий в дальнее поле. Отметим, что указанные особенности наблюдаются также, если сила приложена к центру пластины при $kR < 2$ [5].

На рис. 2 приведены ЛТАИ для случая, когда сила приложена к центру пластины при $kR = 9$ (между пятым и шестым резонансом). Действительная и мнимая части формы изгибных смещений пластины имеют по шесть узлов. В данном случае энергия поступает в жидкость, выходя из центра пластины, из кольцевой области пластины радиуса, близкого к $R/2$, а также из области, близкой к краю пластины. Вся энергия, выходящая из кольцевой области пластины с радиусом $R/2$, возвращается в пластину. Значительная часть энергии, выходящей из центра и из края, также возвращается в пластину. Оставшаяся часть огибает области циркуляции, не замкнутые на пластину, и идет в дальнее поле. При этом поток энергии из центра идет параллельно пластине до радиуса порядка $R/2$ и затем, двигаясь перпендикулярно пластине между зонами циркуляции, уходит в дальнее поле. Расчет показал, что в рассмотренном случае вклад центра и края пластины в дальнее поле примерно одинаков.

Следует отметить, что с ростом числа полуволн изгибных колебаний увеличивается число зон циркуляции акустической энергии и уменьшаются их размеры (при $kR = 9$ они имеют размер порядка радиуса). Также следует отметить, что с ростом числа полуволн общий вид картины линий тока энергии около пластины приближается к тому, что приведен в [8] для бесконечной пластины: изолированные зоны циркуляции энергии располагаются цепью вдоль пластины; между этой цепью и пластиной идет поток активной интенсивности в направлении от центра; часть энергии из этого потока снова возвращается в пластину, часть энергии, идущей по пластине, возвращается в жидкость, а часть, пройдя между вихрями, уходит в дальнее поле.

Решение задачи о пластине проводилось методом собственных форм. Использовались собственные формы пластины в вакууме. Влияние жидкости учитывалось с помощью матрицы присоединенных масс. Для определения этой матрицы для каждой собственной моды с помощью МРП решалась задача Неймана для уравнения Гельмгольца вне круглого разреза. Расчеты показали значительное взаимодействие мод [5].

С ростом частоты требуется учитывать все большее число мод. Ситуация облегчается тем, что в рассматриваемом случае при подходе к k-му резонансу наибольшее влияние оказывают первые k мод пластины в вакууме.

Для расчета колебаний ограниченной упругой цилиндрической оболочки в безграничной жидкости под действием продольной силы был применен другой подход [9]. Он включает разностную аппроксимацию уравнений тонкостенной оболочки, расчет реакций акустической среды с помощью МРП, переход к эквивалентной вариационной задаче и итерационную процедуру ее решения. Этот подход позволяет решать совместную задачу в диапазоне сгущения собственных частот сухой оболочки. При использовании для этого случая разложения по собственным формам пришлось бы учитывать большое число мод.

Расчеты проводились для конечной круговой оболочки. С торцов оболочка жестко заделана невесомыми плоскими днищами. Днища не деформируются. Внутри оболочки – вакуум. К центру одного из торцов параллельно оси оболочки приложена гармоническая сила с частотой ω. Расчеты выполнялись для отношений толщины к радиусу $h/R = 0.01$ и длины к радиусу $L/R = 16$. Была выбрана "плавающая" оболочка – считалось, что плотность материала оболочки ρ_1 и плотность жидкости ρ_a удовлетворяют соотношению $\rho_1 h/\rho_a R = 0.5$. Коэффициент Пуассона $\sigma = 0.3$, коэффициент потерь в материале принят равным $\eta = 0.01$. Отношение скоростей звука в материале и в жидкости $c_1/c_a = 1/3$. При анализе колебаний оболочки используется безразмерная характеристика частоты $\omega R/c_1$.

На рис. 3а приведена частотная зависимость модуля продольного смещения u торца, нагруженного силой; u отнесено к величине $F/(\rho_a \pi R^2 L)$. На рис. 3б показана частотная зависимость суммарной энергии U_i, которая поступает в жидкость из ненагруженного торца (*1*), оболочки (*2*) и нагруженного торца (*3*), а также энергия, рассеянная в материале (пунктир). Эти величины отнесены к суммарной энергии U_d, уходящей в дальнее поле. При $\omega R/c_1 > 0.18$ за счет излучения коэффициент потерь в системе возрастает в 1.7 - 3 раза. Во всем рассмотренном диапазоне оболочка либо излучает незначительно, либо поглощает энергию из жидкости. Излучают же в основном торцы. При этом только в окрестности резонансов оба торца излучают почти одинаково. Вне этих диапазонов большая часть излученной энергии выходит из ненагруженного торца.

На рис. 3в показано давление в дальнем поле: на оси в направлении ненагруженного торца (*1*), в направлении, перпендикулярном оси оболочки (*2*), на оси в направлении нагруженного торца (*3*). Все эти величины отнесены к величине p_d, соответствующей действию точечной силы на жидкость. В рассмотренном диапазоне давление в дальнем поле в осевом направлении мало отличается от максимального. Направления, соответствующие углу $\phi = \arccos(c_a/c_1)$, в диапазоне $\omega R/c_1 < 0.5$ не выделяются повышенным излучением. Локальный максимум в этом направлении проявляется на более высоких частотах.

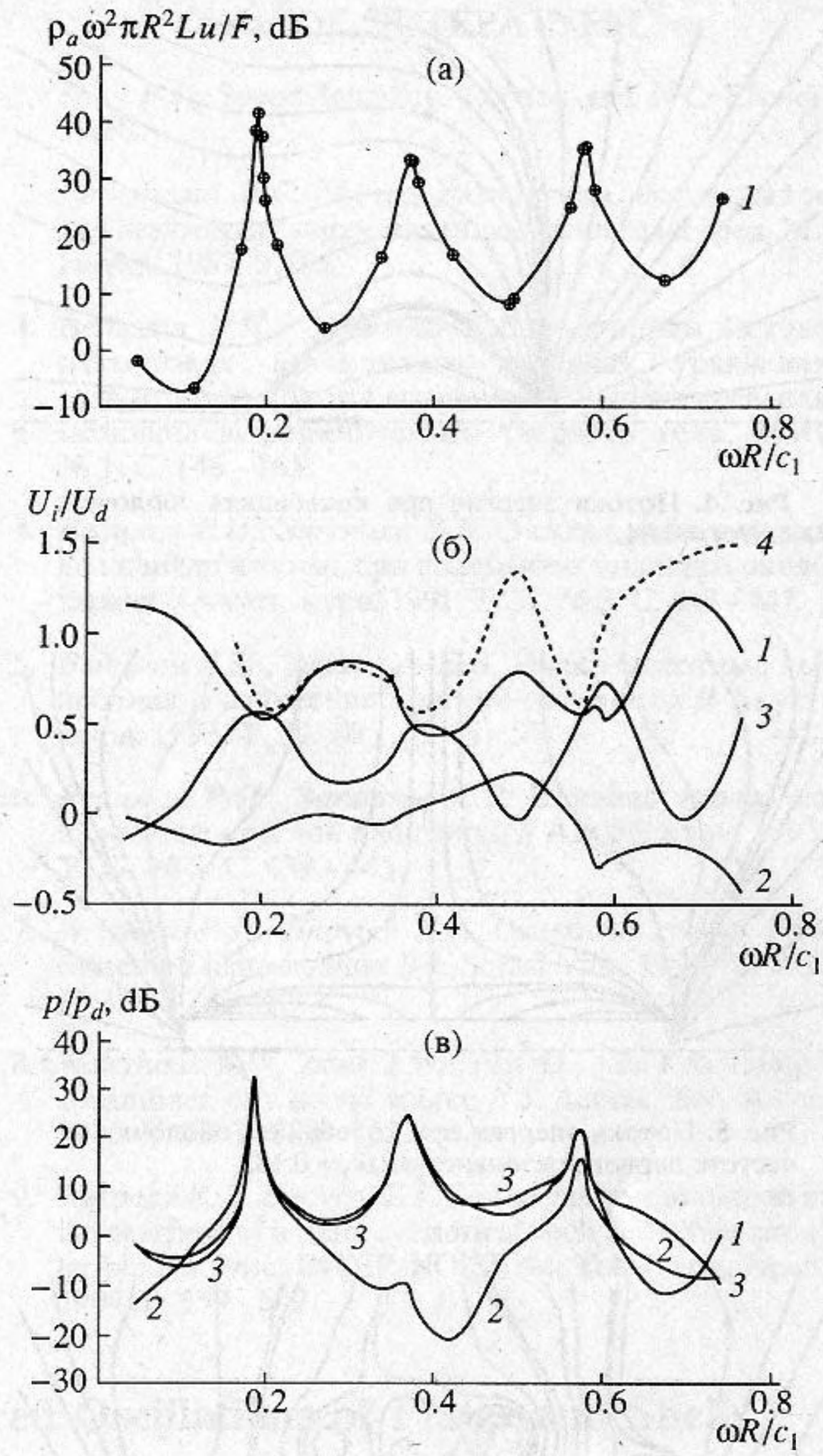

Рис. 3. а – амплитуда осевого смещения нагруженного торца оболочки, отнесенная к смещению жесткого цилиндра в вакууме (⊕ – расчетные точки). б – доли излученной энергии U_i: *1* – свободного торца, *2* – оболочки, *3* – нагруженного торца, *4* – энергия, рассеянная в материале. в – давление в дальнем поле по направлениям: *1* – свободного торца, *2* – перпендикулярно оси, *3* – нагруженного торца.

Анализ давления в дальнем поле позволяет судить и о картине потоков энергии, поскольку потоки энергии в дальнем поле направлены по

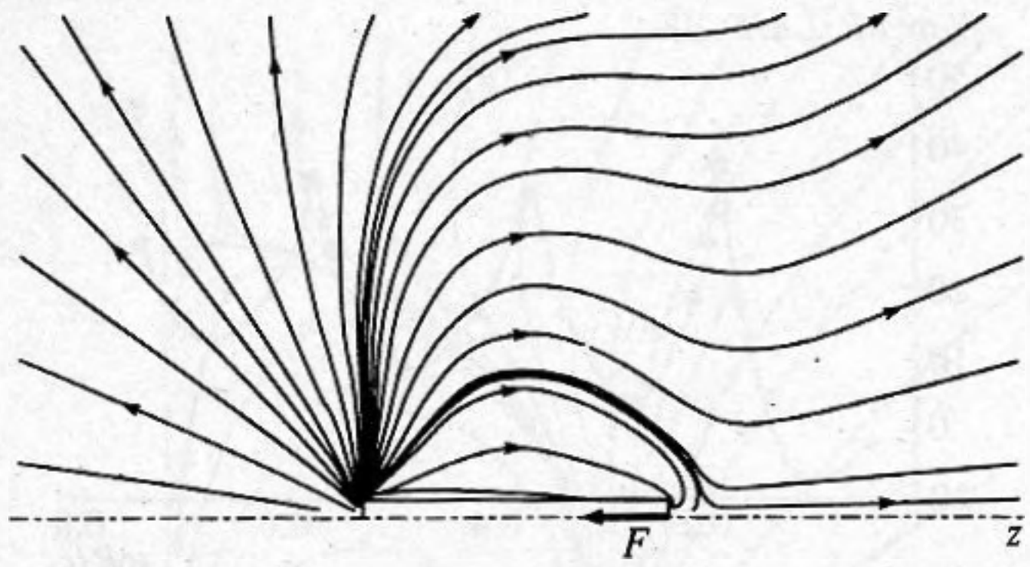

Рис. 4. Потоки энергии при колебаниях оболочки; $\omega R/c_1 = 0.04$.

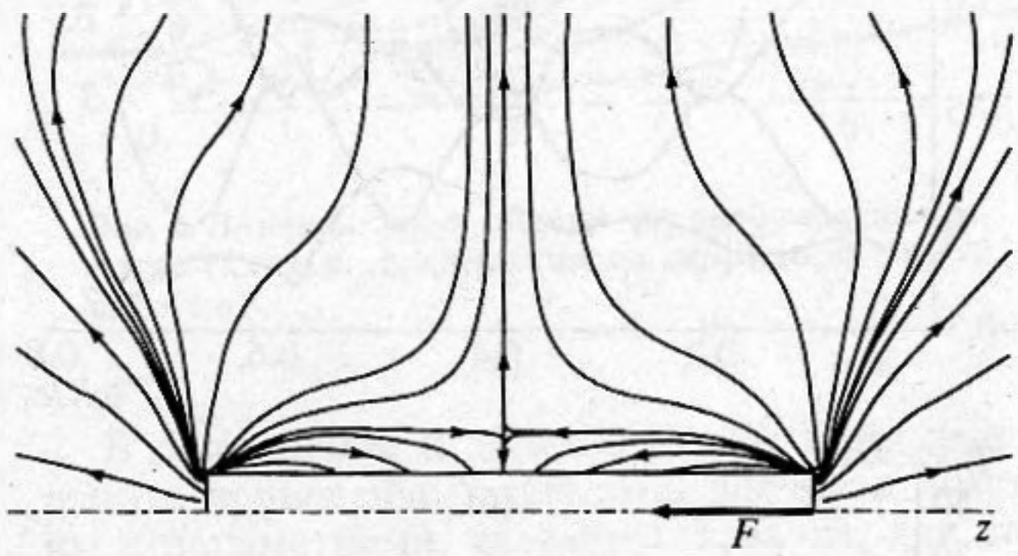

Рис. 5. Потоки энергии при колебаниях оболочки на частоте первого резонанса $\omega R/c_1 = 0.18$.

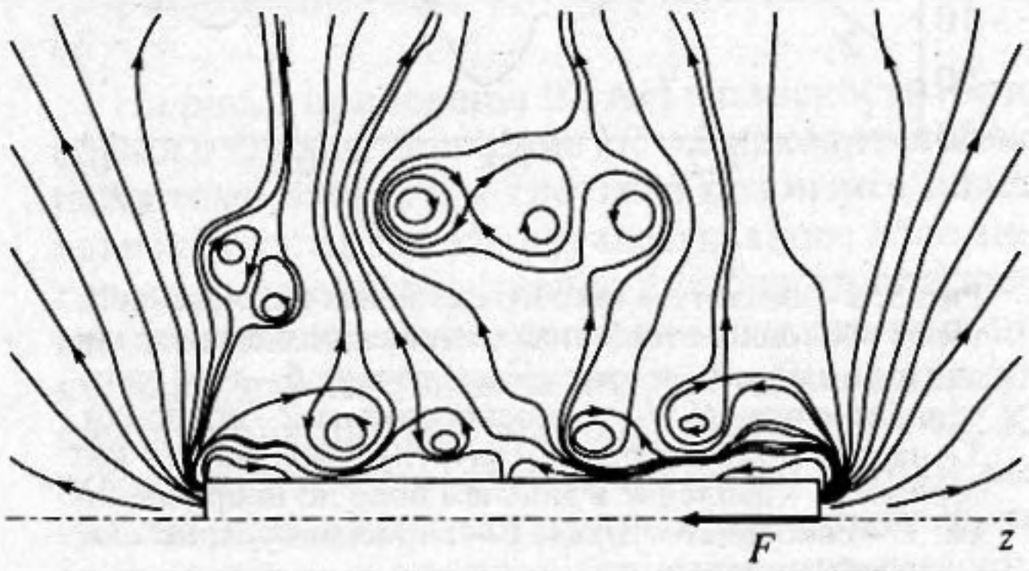

Рис. 6. Потоки энергии при колебаниях оболочки; $\omega R/c_1 = 0.75$.

сферическому радиусу, а по величине пропорциональны квадрату модуля давления. Из анализа направлений потоков энергии, на различных участках поверхности цилиндра (рис. 3б), и давления в дальнем поле (рис. 3в) следует, что направленность потоков энергии в ближнем и в дальнем полях может быть различной: на низких частотах ($\omega R/c_1 < 0.1$) в ближнем поле энергия поступает в жидкость только из ненагруженного торца ($\theta = 0$), а в дальнем поле картина потоков энергии соответствует симметричному дипольному распределению $p = p_d \cos\theta$; при $\omega R/c_1 = 0.5$ практически вся энергия поступает из ненагруженного торца, а в дальнем поле вдоль оси со стороны этого торца поток энергии на несколько децибел меньше, чем со стороны нагруженного торца.

На рис. 4 в плоскости $z0r$ представлены линии ЛТАИ в ближнем поле при $\omega R/c_1 = 0.04$. Сила приложена к правому торцу. Видно, что в дальнее поле уходит энергия только от ненагруженного торца. Также видна зона циркуляции, охватывающая оболочку и нагруженный торец. Граница этой зоны начинается на ненагруженном торце и заканчивается узловой точкой в ближнем поле на оси оболочки со стороны нагруженного торца. Энергия, которая выходит из ненагруженного торца и попадает в эту зону, затем поглощается оболочкой и нагруженным торцом. В зону циркуляции попадает примерно треть энергии, излучаемой ненагруженным торцом.

Следует отметить, что если пренебречь реакцией жидкости при расчете продольных колебаний упругого стержня, то на низкой частоте можно получить простые асимптотические формулы для энергии, излучаемой его торцами. Ненагруженный торец упругого стержня будет излучать в $(1 + 3(c_a/c_1)^2)$ раз больше, чем торец жесткого стержня, а нагруженный – в $(1 - 3(c_a/c_1)^2)$ раза меньше. Таким образом, на низких частотах в ближнем поле упругого стержня энергия циркулирует, и количество циркулирующей энергии зависит от отношения скоростей звука в жидкости и в стержне и не зависит ни от частоты, ни от длины стержня. Это согласуется с результатами расчетов для оболочек, с малой величиной $\omega R/c_1$.

На рис. 5 показаны ЛТАИ около оболочки при $\omega R/c_1 = 0.18$. Это частота первого резонанса. Картина линий тока симметрична. Оболочка поглощает часть энергии, выходящей из торцов.

Начиная с частоты, когда $\omega R/c_1 = 0.5$, картина линий тока начинает усложняться. Появляются циркуляции, не замкнутые на оболочку. На рис. 6 представлена картина линий тока для $\omega R/c_1 = 0.75$. Оболочка поглощает часть энергии, выходящей из торцов. Остальная энергия уходит в дальнее поле. В данном случае излучение ненагруженного торца в дальнее поле почти в три раза больше, чем излучение нагруженного.

В заключение остановимся на форме вынужденных колебаний оболочки. На самых низких частотах колебания оболочки – преимущественно осевые–длинноволновые. Начиная с частоты, для которой $\omega R/c_1 = 0.55$, помимо длинноволновых появляются коротковолновые, преимущественно радиальные колебания. Это связано с приближением к зоне сгущения частот радиальных колебаний (с учетом присоединенной массы жидкости). Расчетный диапазон содержит три

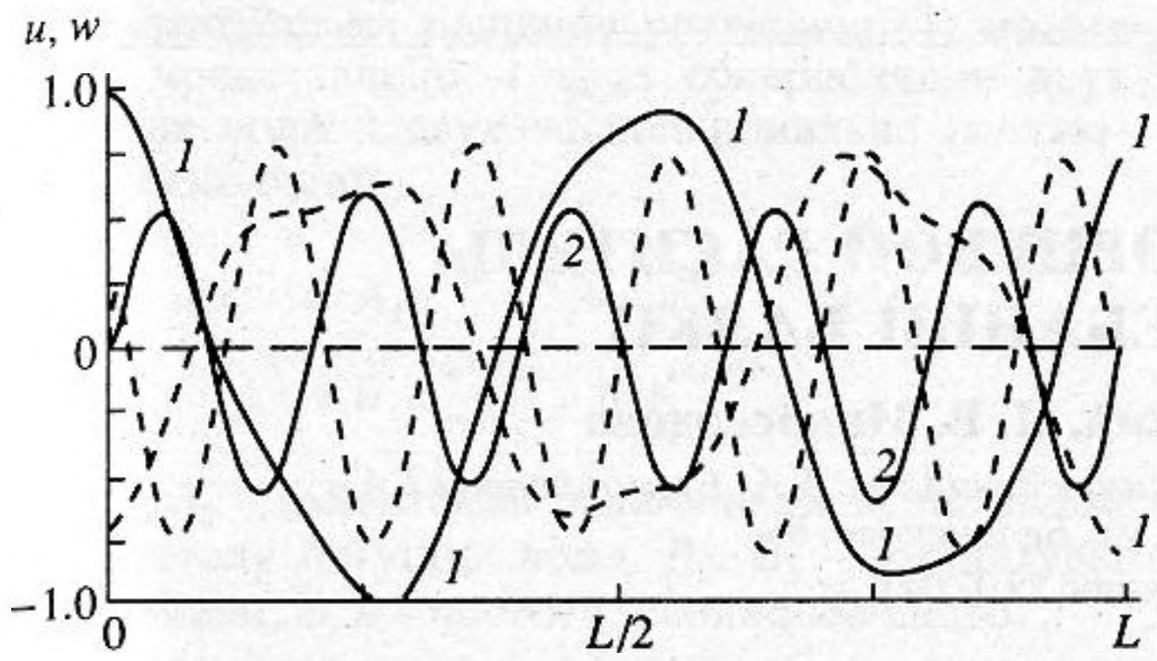

Рис. 7. Формы колебаний оболочки при $\omega R/c_1 = 0.75$: *1* – осевое смещение, *2* – радиальное смещение (сплошная линия – действительная часть, пунктир – мнимая).

резонанса, которые соответствуют длинноволновым формам преимущественно осевых колебаний. Из рис. 3а видно, что при этих колебаниях присоединенная масса жидкости слабо влияет на частоту резонансов: $\omega L/c_1$ кратно π. При дальнейшем увеличении частоты или для случая короткой оболочки появляются резонансы преимущественно поперечных коротковолновых колебаний. На рис. 7 представлены формы смещений оболочки для $\omega R/c_1 = 0.75$. Видно, что поперечные колебания w преимущественно коротковолновые, а продольные u – преимущественно длинноволновые.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта: 93-012-869).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. *Fahy F.J.*, Sound Intensity. London and NY: Elsvier, 1989.
2. *Рябенький В.С.* Метод разностных потенциалов для некоторых задач механики сплошных сред. М.: Наука, 1987. 320 с.
3. *Вейцман Р.И., Зиновьев Е.В.* Алгоритм метода разностных потенциалов решения уравнения Гельмгольца для тел вращения // Вычислительная механика деформируемого твердого тела. 1990. № 1. С. 146 - 165.
4. *Вейцман Р.И., Зиновьев Е.В.* О силах, действующих на цилиндр и экран, при колебаниях цилиндра около экрана // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 3. С. 443 - 447.
5. *Вейцман Р.И., Зиновьев Е.В.* Низкочастотные колебания и излучение круглой пластинки // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 45 - 51.
6. *Вейцман Р.И., Зиновьев Е.В.* Влияние экрана на излучение круглой пластинки // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 3. С. 439 - 445.
7. *Weizman R.J., Zinoviev E.V.* On sound energy flow caused by plate viration // J. Sound Vibr. 1994. V. 173. № 3. P. 429 - 432.
8. *Waterhaus R.V., Yates T.W., Feit D., Liu Y.N.* Energy streamlines of a sound source // J. Acoust. Soc. Amer. 1985. V. 78. P. 758 - 762.
9. *Weizman R.J., Zinoviev E.V.* Sound energy circulation in the nearfield of a finite cylindrical shell and a free circular plate // Proc. INTER-NOISE 94, Yokohama, Japan, 1994. P. 539 - 542.

Flows of Energy in Liquid under Forced Oscillations of Plates and Shells

R. I. Veitsman and E. V. Zinov'ev

This paper presents calculations of the flows of acoustic energy under the conditions of forced bending oscillations of an elastic circular plate immersed in liquid and loaded by an axial force applied to the center of the plate as well as under the conditions of oscillations in a liquid bounded by an elastic cylindrical shell with stiff base covers as induced by a longitudinal force. These formulations reveal the circulation of considerable amounts of acoustic energy. Circulations closed on the elastic body and isolated circulations are revealed. The energy flows to the far field have intricate profiles going around circulation zones.