АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 1, с. 103 - 111

УДК 534.87:621.391.81

АНТЕННАЯ РЕШЕТКА КОМБИНИРОВАННЫХ ПРИЕМНИКОВ В СТОХАСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

© 1996 г. А. А. Пудовкин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
184600 Североморск, ул. Почтовая, 3

Поступила в редакцию 09.06.94 г.

Рассмотрена задача пространственно-временной обработки скалярных и векторных величин в стохастическом волноводе. Проанализировано влияние дополнительной информации о векторных величинах, а также стохастичности волновода на дисперсию оценки пеленга и вероятности ошибок при обнаружении.

Множество данных о скалярных (давление) и векторных (колебательные скорости) параметрах физических моделей акустических полей не содержат избыточной информации [1 - 5]. Учесть всю информацию может антенна из комбинированных (фиксирующих как давление, так и три компоненты колебательных скоростей) приемников. Рассмотрим работу антенны из таких приемников в стохастическом волноводе.

1. ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛНОВОДА

Обычно [6] волновод интерпретируют как стохастический линейный фильтр с частотной характеристикой $H(\mathbf{s}, \mathbf{r}, f, t)$. Функцию когерентности волновода определяют усреднением квадрата модуля частотной характеристики:

$$\mathbb{G}(\mathbf{s}_1, \mathbf{r}_1, f_1, t_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{r}_2, f_2, t_2) =$$
$$= E\{H(\mathbf{s}_1, \mathbf{r}_1, f_1, t_1)H^*(\mathbf{s}_2, \mathbf{r}_2, f_2, t_2)\}.$$

В самом общем случае [7] функция когерентности волновода есть функция пар значений двух скалярных и двух векторных аргументов. Один векторный аргумент $\mathbf{s}$, связанный с местоположением источника сигнала, далее указывать не будем, предполагая источник точечным и расположенным в начале координат. Рассмотрим остальные аргументы: два момента времени t_1 и t_2, два значения частоты f_1 и f_2, определяемых во временной области значениями затягивания λ_1 и λ_2, и две точки пространства $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ в области приемной апертуры. Упростим задачу, предполагая волновод стационарным и однородным. В этом случае временная зависимость определяется разностью $\tau = t_1 - t_2$. Кроме того, будем считать, что значения импульсной переходной функции волновода независимы от значений затягивания λ_1 и λ_2. В этом случае характеристика волновода не зависит от несущей частоты сигнала [8], а зависит от разности $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ [9]. Предположим, как и в [10], что функция когерентности волновода по пространственной координате факторизуется на два сомножителя: один зависит от среднего расстояния $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, а второй от разности расстояний $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Более того, будем считать, что функция когерентности волновода и по остальным параметрам факторизуется. В этом случае функция когерентности примет вид

$$\mathbb{G}(t_1, t_2, f_1, f_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \mathbb{G}(\mathbf{r})\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r})\mathbb{G}(\tau)\mathbb{G}(\Delta f).$$

Множитель $\mathbb{G}(\mathbf{r})$ [10] определяет отличие энергии излученного сигнала от энергии принятого, т.е. учитывает затухание, сферическое или иной тип расхождения фронта излученной волны. Упростим рассматриваемую ситуацию предположением $\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r}) = \mathbb{G}(\Delta x)\mathbb{G}(\Delta y)\mathbb{G}(\Delta z)$. Здесь можно отметить, что функции когерентности волновода по частоте $\mathbb{G}(\Delta f)$, определяемая преобразованием Фурье от функции рассеяния по затягиванию $R(\lambda)$, и по пространству $\mathbb{G}(\Delta x)$ и $\mathbb{G}(\Delta z)$, могут быть оценены из углового распределения лучей таким же образом, как в работе [10] была получена оценка усредненных потерь при распространении звука $\mathbb{G}(\mathbf{r})$. Таким образом, используя псевдостохастический подход, из единой физической модели волновода можно описать поведение как когерентной, так и стохастической компонент сигнала.

Частотную характеристику волновода представим в виде суммы спектров $\Phi_q(\omega)$ собственных функций в разложении Карунена–Лоэва [9] функции рассеяния волновода по затягиванию

$$\mathcal{F}\{\mathbb{G}(\omega)\} = R(\lambda) = \mathcal{F}\{\sum_{q=1}^{K} \theta_q |\Phi_q(\omega - \omega_q)|^2\},$$

где θ_q – собственные числа разложения функции рассеяния. Строго говоря, $K = \infty$, однако,

практически всегда достаточно учесть конечное число собственных функций, определяемое в данном случае не только величиной интервала L затягивания в волноводе и длительностью обрабатываемой реализации сигнала, но и шириной полосы $\Delta\omega_c$ спектра сигнала $F(\omega)$.

Здесь уместно отметить, что результат разбиения спектра сигнала $F(\omega)$ на независимо флуктуирующие компоненты $F_q(\omega)$ зависит как от характеристик волновода, так и от характеристик сигнала. Пусть при идентификации волновода принятый $s(t)$ и излученный $s_*(t)$ сигналы в дисперсном волноводе связаны соотношением

$$s(t) = \int \alpha(\lambda, t - t_0) s_*(t - t_0 - \lambda) d\lambda,$$

где $\alpha(\lambda, t - t_0)$ – случайная амплитуда в момент времени t суммы сигналов, для которых величины запаздывания лежат в диапазоне $(\lambda, \lambda + d\lambda)$, t_0 – некоторое среднее время распространения. Тогда фильтр огибающей принятого сигнала, эквивалентный волноводу, имеет случайную частотную характеристику [8]:

$$H(f, t) = \mathcal{F}\{\alpha(\lambda, t)\exp(-j\omega_0\lambda)\},$$

где ω_0 – несущая частота сигнала. Принятое выше допущение о δ-коррелированности по затягиванию приводит к независимости характеристики волновода от несущей частоты. Рассмотрим аппроксимацию функции рассеяния волновода по затягиванию $R(\lambda)$ в виде экспоненты

$$R(\lambda) = \exp(-\lambda/L).$$

В этом случае можно показать [9], что собственные функции суть косинусоиды и синусоиды, частоты которых ω_q не находятся в гармоническом соотношении. Спектры собственных функций в этом случае имеют вид:

$$\Phi_q(\omega - \omega_q) = \xi(\omega_q)\sin[(\omega - \omega_q)L]/[(\omega - \omega_q)L],$$

причем $\omega_{q-1} - \omega_q \cong 2\pi/T$.

Пусть в волноводе флуктуирует только задержка, а не амплитуды задержанных сигналов. Тогда частотная характеристика волновода примет вид

$$H(f, t) = \exp[-j\omega\lambda(t)],$$

где $\lambda(t)$ – [10] гауссов случайный процесс с математическим ожиданием t_0, стандартным отклонением σ и коэффициентом корреляции $r(\tau)$ [10]. При описании волновода функцией когерентности $\mathbb{G}(\Delta f, \tau)$ получим [10, 11]:

$$\mathbb{G}(\Delta f, \tau) = E\{H(f_1, t_1)H(f_2, t_2)\} =$$

$$= \exp\{-\sigma^2[1 - r(\tau)]\Delta\omega\}.$$

Рассмотрим аппроксимацию узкополосного сигнала в источнике, попадающего в q-ю полосу независимых флуктуаций в приемнике в виде локольной характеристики. В этом случае, как и в работе [11], можно получить для ковариационной функции принимаемого сигнала следующее выражение:

$$R(\tau) = \frac{E_t}{\sqrt{1 + \beta^2\sigma^2[1 - r(\tau)]}} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\omega_0^2\sigma^2[1 - r(\tau)]}{1 + \beta^2\sigma^2[1 - r(\tau)]}\right] \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\tau^2\beta^2}{4\{1 + \beta^2\sigma^2[1 - r(\tau)]\}}\right] \times$$

$$\times \cos\frac{\omega_0\tau}{1 + \beta^2\sigma^2[1 - r(\tau)]}.$$

Таким образом, происходит уменьшение энергии сигнала помимо эффектов, учитываемых функцией когерентности $\mathbb{G}(\mathbf{r})$, только за счет флуктуации задержки, сужение полосы и понижение центральной частоты полосы, занимаемой сигналом. Величины отмеченных изменений определяются не только величиной флуктуаций σ, но и шириной полосы флуктуаций, определяющей скорость изменения коэффициента корреляции $r(\tau)$.

Ширина полосы функции когерентности $\mathbb{G}(\Delta f, \tau)$ не меньше, чем у ковариационной функции принятого сигнала $R(\tau)$. Поэтому набор собственных функций $\Phi_q(\omega - \omega_q)$ перекрывает весь частотный диапазон принятого сигнала. Веса, с которыми необходимо собирать сигналы отдельных полос при обработке принятого сигнала и расчете характеристик обнаружения, а также погрешностей измерений, определяются не столько собственными числами θ_q разложения $R(\lambda)$ в количестве LT, сколько спектром излученного сигнала на частотах

$$\omega_{0q} = \omega_q\{1 + \beta^2\sigma^2[1 - r(\tau)]\}$$

с корректировкой к точке приема по интенсивности, обсуждавшейся выше. Эти корректировки определяются помимо прочего скоростью изменения $r(\tau)$. Ширина полосы функции $\Phi_q(\omega - \omega_q)$ порядка $1/T$, поэтому оценить скорость изменения логично при тональном излучении по расширению полосы сигнала на приеме. Если $\omega_{0q}\sigma^2 \gg 1$, то полоса принимаемого сигнала Δf, для той же аппроксимации $H(f, t)$ равна [11]

$$\Delta f = \sqrt{2\pi}\sigma\omega_{0q}\Delta,$$

где $\Delta^2 = -d^2r(\tau)/d\tau^2|_{\tau=0}$ – ширина полосы процесса с корреляционной функцией $r(\tau)$. Если $\omega_{0q}\sigma^2 \ll 1$, то при излучении тонального сигнала в принятом сигнале у δ-функции образуется пьедестал, энергия которого пропорциональна энергии излученного сигнала и его частоте, а форма соответствует

форме спектра процесса $\lambda(t)$, т.е. ширина полосы Δ может быть оценена непосредственно. Таким образом, зная величины стандартного отклонения σ флуктуаций задержки $\lambda(t)$ и ширину полосы спектра флуктуаций Δ, можно определить смещение полосы и ее уменьшение для сигнала на выходе дисперсного волновода, т.е. определить величины $F_q(\omega_{0q})$ весов или, иными словами, характеристику додетекторного фильтра при обработке сигнала. Поскольку практически $\omega_{0q+1} - \omega_{0q} = 2\pi/T$ [9], то характеристика фильтра $F_Q(\omega)$ при равномерном спектре помехи определяется спектром сигнала на выходе волновода с флуктуирующей задержкой:

$$F_Q(\omega) = \sum_{q=1}^{K} \theta_q F_q(\omega - \omega_{0q}).$$

Далее рассмотрим только одну компоненту пространственной части функции когерентности $\mathbb{G}(\Delta x)$, т.к. зависимость от остальных координат аналогична. Элементы ковариационной матрицы давлений W будут определяться соответствующими значениями функции когерентности. Если экспоненциальная аппроксимация используется для функции когерентности по пространству

$$\mathbb{G}(\Delta x) = \exp(-|\Delta x|\,\kappa_{qx}),$$

где κ_{qx} – масштаб функции когерентности, зависящий от частотной полосы q, то собственные векторы ψ_{ql} и собственные значения v_{ql} определяются соотношением [9]:

$$v_{ql}\psi_{ql} = W_q\psi_{ql}$$

и, аналогично рассмотренному выше случаю с затягиванием, ψ_{ql} будет представлять собой вектор значений $\xi(b_{ql})\{\exp[jb_{ql}\Delta x] \pm \exp[-jb_{ql}\Delta x]\}$, где b_{ql} определяется масштабом κ_{qx} и длиной апертуры $\mathcal{L}_x$ аналогично тому, как ω_q определяется интервалом наблюдения T и масштабом ковариации по затягиванию L, знак "+" берется для четных, а знак "–" – для нечетных значений l, ξ – константа, зависящая от b_{ql}.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛА

2.1. Ковариационная матрица сигнала для давления

Если излучается сигнал $f(t)$, то ковариационная функция сигнала, принятого в двух пространственно разнесенных на $\Delta\mathbf{r}$ точках, аналогично [12] имеет вид:

$$R(\tau) = \mathbb{G}(\mathbf{r})\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r})\mathbb{G}(\tau) \times$$
$$\times \int f(t-\lambda)R(\lambda)f(\tau - t - \lambda - \mathbf{v}\Delta\mathbf{r}/c_\text{ф})d\lambda,$$

где $\mathbf{v}$ – направляющий вектор фазового фронта волны, $c_\text{ф}$ – фазовая скорость.

Дальнейшее рассмотрение удобно провести в частотной области [13], так как в этом случае проще разделить пространственную и временну́ю обработку сигнала в антенне. Спектру свертки по затягиванию будет соответствовать произведение спектров сигнала $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ и частотной характеристики волновода.

$$S(\omega) = \mathcal{F}\{R(\tau)\} = \mathbb{G}(\mathbf{r}) \times$$
$$\times \sum_{q=1}^{K} |F_q(\omega_{0q})|^2 \theta_q |\Phi_q(\omega - \omega_q)|^2 \otimes \mathcal{F}\{\mathbb{G}(\tau)\} \times$$
$$\times \sum_{p=1}^{M} \exp\{-j(\omega_q/c_p)\mathbf{k}_{qp}\Delta\mathbf{r}\}\,\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r}),$$

где ω_q – центральные частоты собственных функций, ω_{0q} – центральные частоты излученных полос сигнала, c_p – фазовая скорость моды, $\mathbf{k}_{qp}$ – направляющий вектор фронта p-й моды на q-й частоте. Здесь помимо упоминавшихся обстоятельств учтено, что сигнал в волноводе может передаваться совокупностью мод (лучей) в количестве M с номерами p [6].

При формировании правдоподобия записанное соотношение определяет элементы матрицы взаимной спектральной плотности мощности (ВСПМ) [13] реализаций шумового поля звукового давления на элементах антенной решетки.

2.2. Ковариационная матрица сигнала для комбинированного приемника

Записанное выше для звукового давления можно распространить на сигнал, воспринимаемый приемником колебательной скорости [1]. Для этого необходимо воспользоваться соотношением, связывающим давление p и колебательную скорость $\mathbf{v}$ в звуковой гармонической волне

$$j\omega\rho\mathbf{v} = \nabla p.$$

Для дальнейшего небезразлично, каков тип используемого приемника: идет ли речь о приемнике колебательной скорости, приемнике градиента давления или потока мощности. С точностью до нормировки $\zeta(\omega)$, зависящей от частоты, приемник колебательной скорости и приемник градиента давления представляют собой одно и то же. Поэтому будем вести изложение в терминах давления и его безразмерного градиента, нормированного на константу, пропорциональную волновому числу. В описываемом варианте, соответствующем приему вектора $|p, v_x, v_y, v_z|$, вместо одного элемента матрицы ВСМП $S(\omega)$ появляется блок, размером 4×4 [1]

$$\begin{vmatrix} S(\omega), & \mathrm{Im}\nabla_x S(\omega), & \mathrm{Im}\nabla_y S(\omega), & \mathrm{Im}\nabla_z S(\omega) \\ \mathrm{Im}\nabla_x S(\omega), & \mathrm{Re}\nabla_x\nabla_x S(\omega), & \mathrm{Re}\nabla_x\nabla_y S(\omega), & \mathrm{Re}\nabla_x\nabla_z S(\omega) \\ \mathrm{Im}\nabla_y S(\omega), & \mathrm{Re}\nabla_y\nabla_x S(\omega), & \mathrm{Re}\nabla_y\nabla_y S(\omega), & \mathrm{Re}\nabla_y\nabla_z S(\omega) \\ \mathrm{Im}\nabla_z S(\omega), & \mathrm{Re}\nabla_z\nabla_x S(\omega), & \mathrm{Re}\nabla_z\nabla_y S(\omega), & \mathrm{Re}\nabla_z\nabla_z S(\omega) \end{vmatrix}.$$

2.2.1. Пространственная детерминированность. Если ограничиться условием $\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r}) \equiv 1$, то как и в случае ВСМП давления [13], эта матрица представляется в виде произведения двух векторов $\mathbf{w}$

$$\mathbf{w}^T = \left| e^{-j\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}},\ \zeta\sin\vartheta\cos\varphi e^{-j\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}},\ \zeta\sin\vartheta\sin\varphi e^{-j\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}},\ \zeta\cos\vartheta e^{-j\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}} \right|,$$

т.е. ранг ее равен единице. В варианте приемников давления матрицу $\mathbb{G}(\omega)$ ВСПМ принимаемого сигнала формируют вектора $\mathbf{L}$ [13] с элементами, значения которых определяются скалярными величинами $\exp(-j\mathbf{k}\Delta\mathbf{r})$. В случае комбинированных приемников скалярные элементы заменяются на записанные выше вектора

$$\mathbf{L}^T(\omega) = \left| \mathbf{w}^T(\omega, \Delta\mathbf{r}_1),\ \mathbf{w}^T(\omega, \Delta\mathbf{r}_2),\ \ldots,\ \mathbf{w}^T(\omega, \Delta\mathbf{r}_N) \right|,$$

а ковариационная матрица принимаемого сигнала в случае наличия одной моды примет вид

$$\mathbb{G}(\omega) = \mathbb{G}(\mathbf{r}) \sum_{q=1}^{k} |F_q(\omega_{0q})|^2 \theta_q |\Phi_q(\omega - \omega_q)|^2 \otimes$$
$$\otimes\, \mathcal{F}\{\mathbb{G}(\tau)\}\, \mathbf{L}(\omega_q)\mathbf{L}^T(\omega_q).$$

Описанная матрица соответствует шумовой компоненте сигнала и полностью аналогична матрице из [13].

2.2.2. Пространственная стохастичность. В стохастическом волноводе ковариационная матрица вместо вектора $\mathbf{L}(\omega_q)$ [13] формируется матрицей Ψ_q. При $k_q < N$ и $(\kappa_{qi}\mathcal{L}_i) \geq 1$, $i = x, y, z$, где $k_q = (\kappa_{qx}\mathcal{L}_x)(\kappa_{qy}\mathcal{L}_y)(\kappa_{qz}\mathcal{L}_z)$, ее размерность есть $k_q N$. При $(\kappa_{qi}\mathcal{L}_i) \leq 1$, $i = x, y, z$ волновод фактически становится детерминированным и в соотношении для k_q эта величина становится равной единице. Используемое в [13] соотношение справедливо с заменой вектора $\mathbf{L}(\omega_q)$ матрицей $\Psi_q \mathrm{diag}\sqrt{v_{ql}}$.

Определим ковариационную матрицу $\mathbb{G}(\omega)$ для варианта $\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r}) \neq 1$. В этом случае при векторно-фазовом приеме вектор

$$\mathbf{w}_{lq} = \xi_{ql} \begin{vmatrix} e^{-j\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}}\{e^{j\mathbf{b}_{lq}\Delta\mathbf{r}} \pm e^{-j\mathbf{b}_{lq}\Delta\mathbf{r}}\} \\ e^{-j\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}}\{\zeta(k_x + b_{lqx})e^{j\mathbf{b}_{lq}\Delta\mathbf{r}} \pm \zeta(k_x - b_{lqx})e^{-j\mathbf{b}_{lq}\Delta\mathbf{r}}\} \\ e^{-j\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}}\{\zeta(k_y + b_{lqy})e^{j\mathbf{b}_{lq}\Delta\mathbf{r}} \pm \zeta(k_y - b_{lqy})e^{-j\mathbf{b}_{lq}\Delta\mathbf{r}}\} \\ e^{-j\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}}\{\zeta(k_z + b_{lqz})e^{j\mathbf{b}_{lq}\Delta\mathbf{r}} \pm \zeta(k_z - b_{lqz})e^{-j\mathbf{b}_{lq}\Delta\mathbf{r}}\} \end{vmatrix}$$

своими значениями определит векторы:

$$\boldsymbol{\psi}_{lq}(\omega_q) = \left| \mathbf{w}_{lq}^T(\omega_q, \Delta\mathbf{r}_1),\ \mathbf{w}_{lq}^T(\omega_q, \Delta\mathbf{r}_2),\ \ldots,\ \mathbf{w}_{lq}^T(\omega_q, \Delta\mathbf{r}_N) \right|,$$

которые в свою очередь составят матрицу Ψ_q. В матрице $\mathrm{diag}(v_{ql})$ количество строк и столбцов увеличится в четыре раза, причем каждое значение v_{ql} необходимо последовательно заменить на значения v_{ql}, $v_{ql}/3$, $v_{ql}/3$, $v_{ql}/3$ [1, 2] и матрица

$$W_q = \Psi_q \mathrm{diag}\{v_{ql}\}\Psi_q^*$$

заменит матрицу $\mathbf{L}(\omega_q)\mathbf{L}^T(\omega_q)$ в соотношении для $\mathbb{G}(\omega)$. Если использовать не экспоненциальную аппроксимацию $\mathbb{G}(\Delta x)$, то антенна вместо фазового распределения Ψ_q приобретет более сложное амплитудно-фазовое распределение, что усложнит вид матрицы W_q, но не изменит содержание пространственно-временной обработки.

Записанное соотношение для ковариационной матрицы требует знания модели волновода, связывающего источник и приемник. Проблема оценки параметров модели и связанная с этим оценка погрешности измерений рассмотрена в [14]. Пример оценки параметров при обработке тонального в источнике сигнала при идентификации волновода на частоте излучения рассмотрен в [15].

2.3. Математическое ожидание сигнала

Для когерентной компоненты *и* воспринимаемого сигнала описание проводится через математическое ожидание *a*. При этом для стоячей волны, возникающей, например, в вертикальном направлении в плоскослоистом волноводе, плотность

потока мощности нулевая [16]. Необходимо помнить, что для сохранения когерентной части принимаемого сигнала необходимо, чтобы она была когерентно излучена источником и передана волноводом, что отображается в функции рассеяния, описывающей в общем случае стохастические характеристики и источника и волновода [12]. Если существует затягивание в волноводе, то когерентная часть излученного сигнала расфильтровывается по огибающей на независимые компоненты [12] собственными функциями ковариационной функции волновода по затягиванию. Если существуют доплеровские флуктуации в волноводе, то каждая независимая когерентная в источнике компонента сигнала может быть описана дифференциальным (разностным) уравнением [12], при обработке принимаемого сигнала это может быть учтено использованием калмановской фильтрации [9, 12, 15, 17].

2.4. Ковариационная матрица помехи для комбинированного приемника

Ковариационная матрица помехи $N(\omega)$ рассмотрена в [1] для различных моделей помеховых полей при точечном приемнике. Для антенны, с разнесением элементов до расстояний независимых флуктуаций помех (половина длины волны), матрица помех примет вместо диагонального вида, как в случае приемников давления [13], блочно-диагональный вид. Характеристики блоков соответствуют упомянутым выше из [1]. В изотропном пространстве матрица помех сохраняет диагональный вид, а при оговоренных выше нормировках элементы диагонали блока суть 1, $\zeta/3$, $\zeta/3$, $\zeta/3$ [1, 2].

В анизотропном пространстве [18] необходимо измерение ковариации помех, которое в моделях [1, 18] может быть проведено аналогично [19] по методике аналогичной [20].

2.5. Правдоподобие

Обозначим

$$s_q = \mathbb{G}(\mathbf{r})|F_q(\omega_{0q})|^2\theta_q|\Phi_q(\omega-\omega_q)|^2 \otimes \mathcal{F}\{\mathbb{G}(\tau)\},$$

тогда

$$E\{(u-a)(u-a)^*\} = \mathbb{G}(\omega) = \sum_{q=1}^{k} s_q\Psi_q \operatorname{diag}\{v_{ql}\}\Psi_q^*,$$

или при пространственной детерминированности

$$E\{(u-a)(u-a)^*\} = \mathbb{G}(\omega) = \sum_{q=1}^{k} s_q\mathbf{L}(\omega_q)\mathbf{L}^T(\omega_q),$$

и правдоподобие Λ для рассматриваемого сигнала записывается аналогично [13, 21] в полосе каждой собственной функции ковариационной функции волновода по затягиванию, и при фазировке антенны для каждой собственной функции пространственной компоненты ковариационной функции волновода

$$\Lambda = \det^{-1/2}\{\mathbb{G}(\omega)+N(\omega)\} \times$$
$$\times \exp\{(u-a)^T[\mathbb{G}(\omega)+N(\omega)]^{-1}(u-a)/2\}.$$

Здесь и те, и другие собственные функции определяются по ковариационной функции интегралом Фредгольма [9]. Для обращения матрицы справедливо [22]:

$$M^{-1} = [\mathbb{G}(\omega)+N(\omega)]^{-1} =$$
$$= [N(\omega)+\Psi_q \operatorname{diag}(\sqrt{v_{ql}})\operatorname{diag}(\sqrt{v_{ql}})\Psi_q^*]^{-1} =$$
$$= N(\omega)^{-1} - N(\omega)^{-1}\Psi_q \operatorname{diag}(\sqrt{v_{ql}}) \times$$
$$\times \{I+\operatorname{diag}(\sqrt{v_{ql}})\Psi_q^* N(\omega)^{-1}\Psi_q \operatorname{diag}(\sqrt{v_{ql}})\}^{-1} \times$$
$$\times \operatorname{diag}(\sqrt{v_{ql}})\Psi_q^* N(\omega)^{-1}.$$

3. АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В КАНАЛЕ С ИЗОТРОПНОЙ АДДИТИВНОЙ ПОМЕХОЙ

3.1. Оценка пеленга одиночным приемником в детерминированном волноводе

3.1.1. Детерминированный сигнал. Рассмотрим плоскую гармоническую волну $\exp[-j(\omega t - kr)$ на плоскости xy. Тогда в модели $v_x = \zeta p_0\cos\phi$, $v_y = \zeta p_0\sin\phi$. Ковариационная матрица помех есть $N = \operatorname{diag}[1, \zeta/3, \zeta/3]$. Измеряемый вектор $\mathbf{u}^T = |p, v_x, v_y|$, его математическое ожидание $\mathbf{a}^T = p|1, \zeta\cos\phi, \zeta\sin\phi|$, $d\mathbf{a}^T/d\phi = p|1, -\zeta\sin\phi, \zeta\cos\phi|$. Алгоритм оценки пеленга определяется из уравнения:

$$d\ln\Lambda/d\phi = d[(\mathbf{u}-\mathbf{a})^T N^{-1}(\mathbf{u}-\mathbf{a})/2]/d\phi = 0,$$

из которого получим:

$$v_y\cos\phi - v_x\sin\phi = 0, \quad \phi = \operatorname{arctg}(v_y/v_x).$$

3.1.2. Стохастический сигнал. Рассмотрим плоскую узкополосную шумовую волну. В этом случае уравнение оценки примет вид

$$d\ln\Lambda/d\phi = -(1/2)\,d[\mathbf{u}^T M^{-1}\mathbf{L}\mathbf{L}^T \times$$
$$\times M^{-1}u/(1+\mathbf{L}^T M^{-1}\mathbf{L})]/d\phi = 0.$$

Откуда

$$2\sin(\phi_{pv}-\phi) - 3\mu\sin 2(\phi_{vv}-\phi) = 0,$$

где ϕ_{pv} – угол, оцениваемый по потоку мощности, ϕ_{vv} – угол, оцениваемый по компонентам колебательной скорости аналогично детерминированному случаю, μ – относительный вес, придаваемый при обработке сигналам от векторных компонент по сравнению со скалярной.

3.2. Обнаружение в стохастическом волноводе

3.2.1. Флуктуации звукового поля по частоте. Эти флуктуации описываются компонентой функции рассеяния волновода по затягиванию $R(\lambda)$. Соответственно сигнал при обработке следует расфильтровать на K полос фильтрами с частотными характеристиками по огибающей $F_q(\omega - \omega_{0q})$ и далее провести пространственно-временную обработку в каждой полосе независимо, так как пространственные и доплеровские характеристики волновода на различных частотах могут существенно различаться.

3.2.2. Пространственные флуктуации звукового поля. Эти флуктуации описываются компонентой функции когерентности волновода $\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r}) = \mathbb{G}(\Delta x)\mathbb{G}(\Delta y)\mathbb{G}(\Delta z)$. Соответственно антенну в каждой из обрабатываемых частотных полос необходимо фазировать k_q векторами $\psi_{lq}(\omega_q)$ в направлениях $k_x \pm b_{lqx}$ (для остальных координат аналогично) и проводить временную обработку в каждом направлении независимо.

3.2.3. Временные флуктуации звукового поля. Эти флуктуации описываются компонентой функции когерентности волновода $\mathbb{G}(\tau)$. Характеристики нестационарности целесообразно учитывать в алгоритмах обработки сигнала, реализуемых для детерминированных сигналов с использованием аппарата калмановской фильтрации, а для случайных сигналов с использованием аппарата решетчатых фильтров [23], формируя соответствующие компоненты правдоподобия. Далее эти компоненты суммируются энергетически с весами, равными собственным значениям в разложении Карунена–Лоэва сначала компоненты $\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r})$, а затем компоненты $\mathbb{G}(f)$ функции когерентности волновода.

4. ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ СИГНАЛА В КАНАЛЕ С ИЗОТРОПНОЙ АДДИТИВНОЙ ПОМЕХОЙ

4.1. Дисперсия оценки пеленга

Дисперсия оценки в рассогласованной с волноводом модели волновода может быть оценены аналогично [14]. Ниже ограничимся согласованной с волноводом моделью, подразумевающей использование результатов идентификации волновода.

4.1.1. Детерминированный волновод. *4.1.1.1. Детерминированный сигнал.* Из записанного выше соотношения для правдоподобия по определению [9]

$$\sigma^2 = -E\{d^2\ln(\Lambda)/d\phi^2\}^{-1} = [\,(da^T/d\phi)\,N^{-1}\,(da/d\phi)\,]^{-1}$$

имеем для линейной антенны с M равномерно расположенными через интервал d приемниками

$$\sigma^2 = \{\,(\omega d\cos\phi/c)^2\,(I+3\mu)\,\times \times M(M-1)/2\,(s/n)^2 + 3\mu M(s/n)\,\}^{-1}.$$

4.1.1.2. Шумовой сигнал. Из записанного выше соотношения для правдоподобия по определению [9]

$$\sigma^2 = -E\{d^2\ln(\Lambda)/d\phi^2\}^{-1},$$

с учетом соотношений (Д. 24), (Д. 27) из работы [21] имеем [24]:

$$\sigma^2 = \mathrm{tr}\{\,[\,(G+N)^{-1}dG/d\phi]^2\,\}^{-1}.$$

Отсюда получаем для линейной антенны с M равномерно расположенными через интервал d приемниками:

$$\sigma^2 = \{\,(d\cos\phi/c)^2M^2(M^2-1)\,)\,\times \times T\int(1+3\mu)^2/6(s/n)^2\omega^2df + + M^2T\int(1+3\mu)\,3\mu(s/n)^2df + + (d\cos\phi/c)^2M^2(M^2-1)\,)\,T\times \times\int(1+3\mu)^3/6(s/n)^2/\,[1+(1+3\mu)\,s/n]\,\omega^2df\,\}^{-1}.$$

Компоненты, пропорциональные μ, оценивают дополнительную информацию от приемников колебательной скорости, что уменьшает дисперсию оценки пеленга.

4.1.2. Стохастический волновод. Проанализируем влияние стохастической модели волновода при $\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r}) \equiv 1$ в приближении [13].

Из записанного вида ВСМП следует, что $g_s(\omega)$ в обозначениях [13] соответствуют $F_Q(\omega)$ в наших обозначениях, учитывающих стохастичность волновода. Поскольку $F_Q(\omega) \le F(\omega)$, то дисперсность волновода уменьшает информацию и увеличивает дисперсию оценок. Кроме того, интервал наблюдения T в силу доплеровости волновода разбивается на интервалы T_i так, что $T = \sum T_i$. Отсюда при T_i = const дисперсия возрастает в $\sqrt{T/T_i}$ раз. Аналогично влияние пространственной стохастичности.

4.2. Вероятности ошибок обнаружения

Вероятности ошибок в рассогласованной с волноводом модели волновода могут быть оценены аналогично [25]. Ниже ограничимся согласованной с волноводом моделью, подразумевающей использование результатов идентификации волновода.

4.2.1. Детерминированный волновод. *4.2.1.1. Детерминированный сигнал.* Обозначим порог при вынесении решения о наличии сигнала через ν. Пусть $\beta = \nu/(2g_n)$, а $\eta = \nu/[2(g_s + g_n)]$, тогда [9]

$$P_F = \exp(-\beta),$$

$$P_D = \exp(-\eta).$$

4.2.1.2. Стохастический сигнал. В гауссовом приближении согласно результатам работы [13] для антенны из комбинированных приемников в индикаторном отношении подынтегральное выражение увеличивается в $(1 + 3\mu)$ раза, $\mu \le 1$. Более существенный выигрыш возможен только за счет существенной анизотропии поля помех. Гауссово приближение для сигнала на выходе тракта пространственно-временно́й обработки связано с выполнением двух условий. Во-первых, время наблюдения T много больше интервала корреляции τ наблюдаемого процесса (ширина полосы последетекторного фильтра много меньше ширины полосы анализируемого сигнала) [13]:

$$N = T/\tau \gg 1.$$

Во-вторых, соотношение сигнал/помеха (g_s/g_n) на выходе тракта пространственно-временно́й обработки (с учетом коэффициента усиления антенны) много меньше единицы [13].

Используя неполную гамма-функцию, можно найти [9] соотношения для вероятностей ошибок без упомянутых выше условий, но в предположении равномерной спектральной плотности сигнала и помехи g_{si} и g_{ni}:

$$P_F = \beta^N \exp(-\beta)/N!\,[1 + N/\beta + N(N-1)/\beta^2 + \ldots],$$

$$P_D = \eta^N \exp(-\eta)/N!\,[1 + N/\eta + N(N-1)/\eta^2 + \ldots],$$

или при больших N/β (N/η):

$$P_F = \beta^N \exp(-\beta)/\,[N!\,(1 - N/\beta)],$$

$$P_D = \eta^N \exp(-\eta)/\,[N!\,(1 - N/\eta)].$$

В этом случае по заданному P_F определяют порог ν, а по нему определяют P_D.

4.2.2. Стохастический волновод. *4.2.2.1. Детерминированный сигнал.* Дисперсность волновода приводит к разбиению сигнала на K частотных полос, в каждой из которых сигналы независимы. О центральных частотах и ширинах полос речь шла выше. Однако, энергия сигнала в каждой из полос может быть различна, причем у сигнала может быть и когерентная компонента (неизвестна только начальная фаза), а количество степеней свободы в распределении равно двум. Пусть в каждой из K полос доплеровость описывается уравнением

$$\dot{x} = \rho_i x + w,$$

тогда в каждой из полос возможно появление M независимых сигналов, где

$$M = \max\begin{cases} 1, \\ \text{целая часть } (\rho_i T/\pi), \end{cases}$$

причем ρ_i может зависеть от частоты.

В рассматриваемом случае характеристическая функция распределения сигнала на выходе тракта пространственно-временно́й обработки равна произведению характеристических функций [9] с различными энергиями в описываемых ими полосах и интервалах. Для расчета вероятностей ошибок согласно методу моментов можно аппроксимировать распределение с такой характеристической функцией неполной гамма-функцией с параметрами

$$g = \sum_{q=1}^{N} s_q^2 \Big/ \sum_{q=1}^{N} s_q, \quad N = \left(\sum_{q=1}^{N} s_q\right)^2 \Big/ \left(\sum_{q=1}^{N} s_q^2\right).$$

При оценке P_F параметры ищутся по спектру помехи, а при оценке P_D – по спектрам помехи и сигнала. Расчет вероятностей проводится с использованием соотношений раздела 4.2.1.2., а разбиение на полосы когерентных флуктуаций – в соответствии с разделом 1.

4.2.2.2. Стохастический сигнал. Проанализируем влияние стохастической модели волновода при $\mathbb{G}(\Delta\mathbf{r}) \equiv 1$ в приближении [13].

Влияние дисперсности сводится к замене $F(\omega)$ на $F_Q(\omega)$ и соответствующем уменьшении индикаторного отношения, т.е. соотношения сигнал/помеха на выходе тракта обработки. За счет доплеровости происходит уменьшение индикаторного отношения в $\sqrt{T/T_i}$ раз при $T_i = \text{const}$ и аналогичное уменьшение за счет пространственной стохастичности. В рассматриваемом случае отличие в расчете вероятностей от предыдущего раздела состоит в том, что отсутствуют когерентные компоненты. Все остальные расчеты аналогичны.

ВЫВОДЫ

1. Использование приемников колебательной скорости приносит новую информацию (компоненты, пропорциональные μ), уменьшающую дисперсию оценки пеленга (раздел 4.1.1) и увеличивающую вероятность правильного обнаружения (раздел 4.2.1).

2. Стохастичность волновода увеличивает дисперсию оценки пеленга и уменьшает вероятность правильного обнаружения полезного сигнала. Стандартное отклонение оценок увеличивается, а отношение сигнал/помеха (индикаторное отношение) при обнаружении уменьшается приблизительно (в приближении одинаковых собственных значений разложения Карунена–Лоэва) пропорционально количеству и уменьшению энергии независимых компонент в воспринимаемом сигнале.

Количество независимых компонент в воспринимаемом сигнале определяется видом и масштабом функции когерентности волновода по временно́й нестационарности и пространственной неоднородности, длительностью интервала обработки сигнала, а также формой и размером приемной апертуры. Уменьшение энергии независимых компонент в воспринимаемом сигнале определяется функцией рассеяния волновода по временно́му затягиванию, величиной и скоростью изменения затягивания, а также частотным диапазоном сигнала.

3. Оценка помехоустойчивости и ошибок оценок исходя из детерминированных моделей волновода дает неоправданно оптимистические результаты, если не доказана приемлемость используемой детерминированной модели, что в гидроакустике не имеет прецедентов экспериментального обоснования.

4. Оценка помехоустойчивости и дисперсии оценок исходя из стохастических моделей волновода дает приемлемые результаты, только если при обработке сигналов используются алгоритмы, согласованные со стохастическими моделями волновода. Рассогласование в алгоритмах, за счет несоответствия детерминированных и стохастических моделей, приведет в стохастических волноводах к увеличению вероятностей ошибок и дисперсий оценок.

5. Основная цель идентификации (доказательства непротиворечивости) модели, описывающей помимо прочего и ошибки предсказания мгновенных значений сигнала в гидроакустическом волноводе, состоит именно в формулировании оптимальных алгоритмов обработки сигналов.

6. Результатом идентификации волновода является модель формирования акустического поля, не противоречащая экспериментальному сигналу с предварительно обусловленной вероятностью отвергнуть правильную гипотезу.

7. Проблема оптимизации алгоритмов обработки и количественной оценки погрешностей измерений параметров сигнала в стохастическом волноводе сводится к идентификации моделей передающего полезный сигнал волновода и искажающего в нем шума, а также оценке параметров этих моделей.

7.1. Характеристики нестационарности целесообразно учитывать в алгоритмах обработки сигнала, а также оценивать их влияние на качество обработки в авторегрессионных моделях, реализуемых для детерминированных сигналов с использованием аппарата калмановской фильтрации, а для случайных сигналов с использованием аппарата решетчатых фильтров.

7.2. Пространственные и частотно-селективные параметры случайного волновода целесообразно учитывать в алгоритмах обработки сигнала, а также оценивать их влияние на качество обработки через разложение используемой модели ковариационной функции волновода по этим параметрам в ряд Карунена–Лоэва, который регламентирует параметры разбиения воспринимаемого сигнала на частотно- и пространственно-независимые компоненты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ebeling K.J.* Statistical Properties of Random Wave Fields // Physical Acoustics. Principles and Methods. V. XVII. Acad. Press, 1984. P. 233 - 310.
2. *Воробьев С.Д., Сизов В.И.* Векторно-фазовая структура и векторно-фазовый метод описания и анализа случайных акустических полей // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 4. С. 654 - 659.
3. *Городецкая Е.Ю., Малеханов А.И., Таланов В.И.* Моделирование оптимальной пространственной обработки сигналов в подводных звуковых каналах // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 6. С. 1044 - 1051.
4. *Гордиенко В.А., Ильичев В.И., Захаров Л.Н.* Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Наука, 1989. 223 с.
5. *Малеханов А.И., Таланов В.И.* Об оптимальном приеме сигналов в многомодовых волноводах // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 5. С. 891 - 897.
6. *Толстой И., Клей К.* Акустика океана. М.: Мир, 1969.
7. *Лаваль Р., Лабаск И.* Влияние неоднородностей и нестационарности среды на пространственную и временную обработку сигналов // Подводная акустика и обработка сигналов / Пер. с англ. Под ред. Л. Бьёрнё. М.: Мир, 1985. 43 с.
8. *Стейн С., Джонс Дж.* Принципы современной теории связи и их применение к передаче дискретных сообщений. М.: Связь, 1971.
9. *Ван Трис Г.* Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1. М.: Советское радио, 1972.
10. *Лаваль Р., Лабаск И.* Расчет усредненных потерь при распространении звука и частотно-пространственных функций когерентности сигналов в мелководных районах // Акустика дна океана / Пер. с англ. Под ред. Купермана У., Енсена Ф. М.: Мир, 1984. 245 с.
11. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское радио, 1969.
12. *Ван Трис Г.* Теория обнаружения, оценок и модуляций. Т. 3. М.: Советское радио, 1977.
13. *Гусев В.Г.* Системы пространственно-временной обработки гидроакустической информации. Л.: Судостроение, 1988.
14. *Пудовкин А.А.* Идентификация гидроакустического волновода // Акуст. журн. В печати.
15. *Белогорцев А.С., Пудовкин А.А., Шаркина Е.В.* Оценка степени стохастичности сигнала в волноводе // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 6. С. 997 - 1003.
16. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
17. *Сейдж Э., Мелс Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976.

18. *Гордиенко В.А., Гончаренко Б.И., Илюшин Я.А.* Особенности формирования векторно-фазовой структуры шумовых полей океана // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 3. С. 455 - 466.

19. *Осауленко А.В., Пудовкин А.А.* Мониторинг анизотропии шумов акватории с интенсивным судоходством // II сессия РАО. М.: АКИН, 1993. С. 169 - 171.

20. *Осауленко А.В., Пудовкин А.А.* Методика измерения параметров шумового поля акватории. Акустика в промышленности // I сессия РАО. М.: АКИН, 1992. С. 25 - 29.

21. *Монзинго Р.А., Миллерт Т.У.* Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. М.: Радио и связь, 1986.

22. *Хорн Р., Джонсон Ч.* Матричный анализ. М.: Мир, 1989. 656 с.

23. *Фридлендер Б.* Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных // ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 3. С. 54 - 97.

24. *Шультхайс П.М., Вайнштейн Е.* Обнаружение и оценка параметров. Обзор результатов // Подводная акустика и обработка сигналов. М.: Мир, 1985. С. 319 - 346.

25. *Пудовкин А.А.* Оценка вероятностей ошибок при решении задачи обнаружения с использованием стохастических моделей // Акуст. журн. В печати.

Array of Combined Receivers in a Stochastic Waveguide

A. A. Pudovkin

Space-time processing of scalar and vectorial quantities in a stochastic waveguide is considered. The effect of additional information about the vectorial quantities and of waveguide stochasticity on the variance of bearing estimates and on the detection probability is analyzed.