АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 2, с. 183 - 190

УДК 534.24

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ В АНТЕННОЙ РЕШЕТКЕ

© 1996 г. И. В. Вовк, В. Т. Гринченко

Институт гидромеханики Национальной академии наук Украины

252057 Киев, ул. Желябова, 8/4

Поступила в редакцию 28.03.95 г.

Исследована излучающая акустическая система, образованная набором соосных пьезокерамических оболочек. Рассмотрено три способа возбуждения оболочек: первый способ – каждая оболочка возбуждается своим отдельным электрическим генератором; второй способ – все оболочки электрически соединены параллельно и возбуждаются одним общим генератором; третий способ – оболочки соединены последовательно и также возбуждаются одним общим генератором. Показано, что при втором и третьем способе возбуждения за счет появления эффекта связи оболочек по электроцепям могут существенно ухудшаться энергетическая эффективность и направленные свойства акустической системы.

Взаимодействие электроакустических преобразователей через окружающую среду является интересной и во многом не исчерпанной проблемой, имеющей большое научное и практическое значение. Начиная с работ М.И. Карновского [1] к настоящему времени накоплен значительный объем количественных данных (см., например, [2 - 5]), позволивший в большой степени прояснить эту проблему. Характерной чертой указанных публикаций является то, что при изучении эффектов взаимодействия преобразователей электрические напряжения на их электродах всегда предполагались заданными. Очевидно, что такое предположение эквивалентно реальной ситуации, когда каждый преобразователь в акустической системе возбуждается своим отдельным электрическим генератором с очень малым (по сравнению с входным импедансом преобразователя) внутренним импедансом. Однако во многих практических случаях все (или часть) преобразователей и акустической системе может возбуждаться одним общим электрическим генератором. Помимо этого, для обеспечения высокой эффективности излучения звука величина внутреннего импеданса электрических генераторов выбирается сравнимой с входным импедансом преобразователей [6]. Поэтому учет внутреннего импеданса генераторов в топологии электроцепей, соединяющих генераторы с преобразователями, может оказаться существенным с точки зрения изучения энергетической эффективности преобразователей и решетки в целом. Это предположение отчасти подтверждается данными, приведенными в [7].

Ниже, на примере излучающей системы, образованной соосными пьезокерамическими оболочками, показано, что в случае возбуждения системы одним общим генератором могут возникать эффекты связи преобразователей по электроцепям, влияние которых на энергетическую эффективность преобразователей сравнимо с влиянием взаимодействия преобразователей через окружающую среду.

Рассмотрим излучающую систему в виде линейной решетки, состоящей из M идентичных тонких соосных цилиндрических пьезокерамических оболочек, погруженных в идеальную сжимаемую среду с волновым сопротивлением ρc (см. рис. 1). Ограничимся частным, но важным для практики

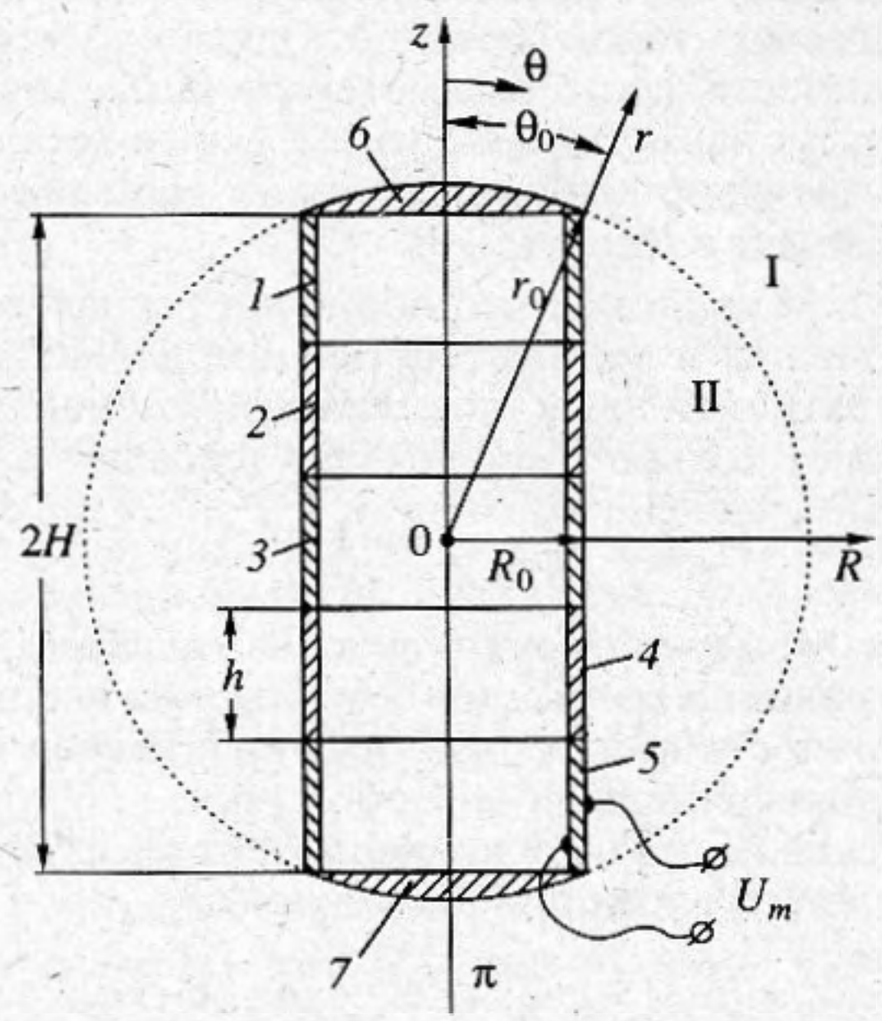

Рис. 1. Решетка из пьезокерамических оболочек; *1 - 5* – оболочки, *6 - 7* – заглушки.

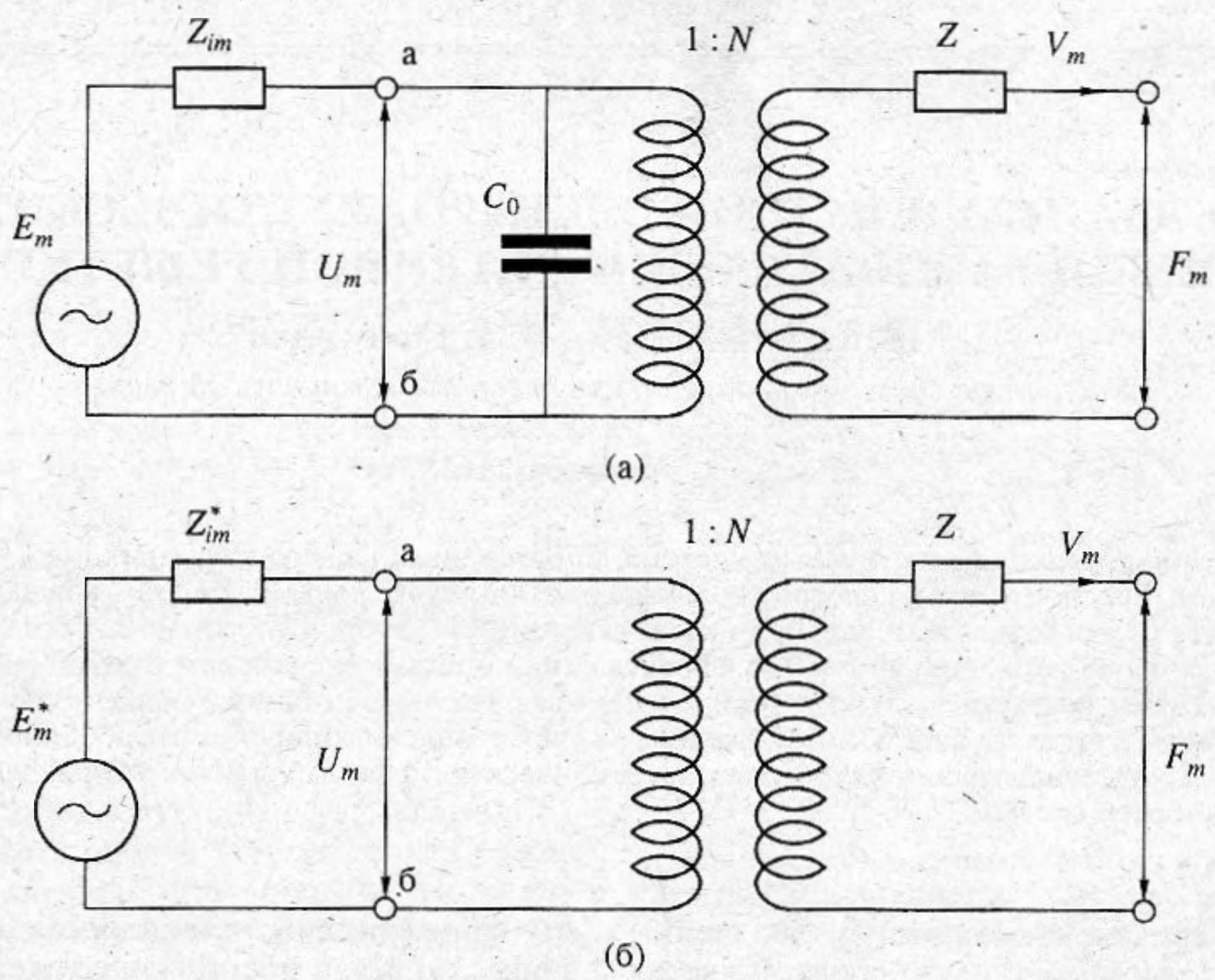

Рис. 2. Эквивалентная электромеханическая схема оболочки с электрическим генератором.

случаем, когда шаг решетки равен высоте оболочки. Торцы решетки закрыты акустически жесткими крышками, а внутри оболочек вакуум. Такая излучающая система для случая, когда каждая оболочка возбуждалась отдельным генератором, изучалась в [5]. Поэтому мы не будем подробно останавливаться на методе решения задачи излучения и способе представления звуковых полей, создаваемых такой системой. Однако по мере необходимости некоторые математические выражения будут заимствованы из [5]. Более детальные сведения о постановке задачи и ее решении читатель может найти в [5, 8].

Будем полагать, что оболочки радиально поляризованы и под воздействием приложенных к их электродам электрических напряжений U_m совершают только радиальные колебания, описываемые уравнением

$$F_m + V_m Z = NU_m, \tag{1}$$

где m – номер оболочки ($m = 1, 2, 3 \ldots M$); F_m, V_m – сила реакции среды, действующая на внешнюю поверхность m-й оболочки, и радиальная колебательная скорость m-й оболочки; Z, N – механический импеданс и коэффициент электромеханической трансформации оболочки;

$$Z = i\omega M^*(1 - \omega_0^2/\omega^2 + j\omega_0/\omega Q);$$
$$N = d_{31} 2\pi h/S^E, \tag{2}$$

где M^*, Q – масса и механическая добротность оболочки; S^E – жесткость материала оболочки; ω_0 – частота пульсирующих колебаний оболочки в вакууме. Искомыми задачи, которые нас будут интересовать, являются энергетические характеристики оболочек и системы в целом, а также диаграмма направленности системы при различных способах возбуждения оболочек.

Решение задачи основывается на базе использования модифицированного метода частичных областей, суть которого подробно изложена в [5, 8]. Остановимся лишь на главных моментах решения задачи. Вся область существования поля делится на две подобласти: I подобласть $r \geq r_0$, $0 \leq \theta \leq \pi$, II подобласть: $r \leq r_0$, $R = R_0$, $\theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0$, $|z| \leq H$. Здесь R, z и r, θ соответственно координаты цилиндрической и сферической системы координат с общим центром в точке 0. Выражения для потенциалов скоростей в этих подобластях Φ_1 и Φ_2 представляются в виде наборов частных решений уравнения Гельмгольца и представляют собой ряды Фурье с комплексными коэффициентами (подробней см. в [5]).

Рассмотрим три способа возбуждения оболочек: первый способ – каждая оболочка возбуждается отдельным электрическим генератором; второй способ – все оболочки электрически соединены параллельно и возбуждаются одним общим генератором; третий способ – оболочки соединены последовательно и также возбуждаются одним генератором. При этом предполагается, что во всех

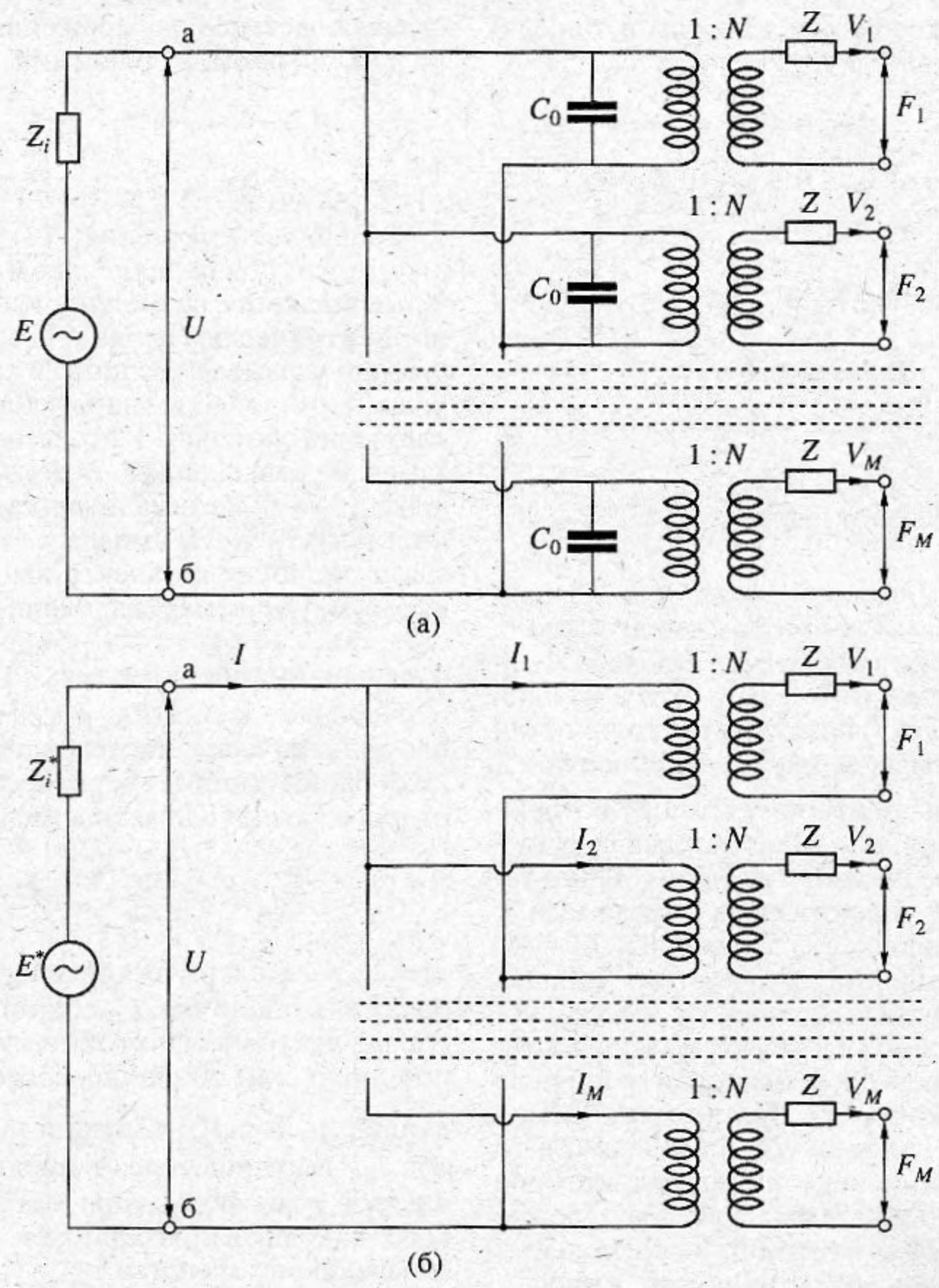

Рис. 3. Эквивалентная электромеханическая схема решетки из параллельно соединенных оболочек, возбуждаемых одним общим генератором.

трех случаях внутренний импеданс генераторов отличен от нуля.

Остановимся на первом способе возбуждения оболочек. С учетом принятых допущений и выражения (1) эквивалентная электромеханическая схема m-й оболочки, возбуждаемой генератором с э.д.с. E_m и внутренним импедансом Z_{im}, представлена на рис. 2а. Здесь $C_0 = \varepsilon_{33}^T(1 - k_{31}^2)2\pi R_0 h/\delta$ – статическая электрическая емкость между электродами оболочки; ε_{33}^T, k_{31} – диэлектрическая проницаемость материала оболочки и энергетический коэффициент электромеханической связи; δ – толщина стенки оболочки.

С целью упрощения последующих выкладок левую (от точек "а - б") часть схемы на рис. 2а в соответствии с теоремой об эквивалентном генераторе [6] целесообразно заменить схемой, изображенной на рис. 2б. Имея это в виду, уравнение (1) следует заменить на следующие M уравнений, учитывающих наличие параметров Z_{im} и C_0

$$F_m + V_m(Z + Z_{im}^* N^2) = E_m^* N, \qquad (3)$$

где $Z_{im}^* = Z_{im}X_0/(Z_{im} + X_0)$; $E_m^* = E_m X_0/(Z_{im} + X_0)$; $X_0 = j/\omega C_0$. Для завершения решения задачи остается выписать три функциональных уравнения (мы их заимствуем из [5]), которые в совокупности с уравнением (3) дают возможность определять колебательные скорости V_m оболочек и

соответствующие коэффициенты рядов, определяющих потенциалы Φ_1 и Φ_2 [5]:

$$-\frac{\partial\Phi_1}{\partial r} = \begin{cases} 0, & 0 \le \theta \le \theta_0; \\ -\partial\Phi_2/\partial r, & \theta_0 \le \theta \le \pi - \theta_0, \quad r = r_0; \\ 0, & \pi - \theta \le \theta \le \pi; \end{cases} \tag{4}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2; \ \theta_0 \le \theta \le \pi - \theta_0; \tag{5}$$

$$-\frac{\partial\Phi_2}{\partial R} = \begin{cases} V_1, & -H \le Z \le -H + h; \\ V_2, & -H + h \le Z \le -H + 2h, \quad R = R_0; \\ \ldots \\ V_M, & H - h \le Z \le H. \end{cases} \tag{6}$$

Естественно, что при возбуждении каждой оболочки отдельным генератором никакой связи их по электроцепям не должно существовать. Формально это следует из того факта, что в каждой m-й строке уравнения (3) присутствует только собственная колебательная скорость m-й оболочки.

Перейдем теперь ко второму способу возбуждения оболочек, когда они электрически соединены параллельно и возбуждаются одним общим генератором с э.д.с. E и внутренним импедансом Z_i (см. рис. 3а). Очевидно, что уравнения (4) - (6) останутся справедливыми и для этого способа возбуждения (и для третьего способа также), поскольку они отражают условия сопряжения компонент поля на границах подобластей и граничные условия на поверхностях рассматриваемой излучающей системы. Что касается уравнения (3), то оно должно быть заменено на другое, которое учитывает особенности схемы на рис. 3а. Прежде всего необходимо учесть, что при параллельном соединении оболочек электрическая емкость, приведенная к точкам "а - б", возрастает в M раз. Поэтому выражение для э.д.с. и внутреннего импеданса эквивалентного генератора будут иметь следующий вид:

$$E^* = \frac{EX_0/M}{Z_i + X_0/M}, \quad Z_i^* = \frac{Z_i/M}{Z_i + X_0/M}. \tag{7}$$

Теперь схему на рис. 3а целесообразно заменить схемой, изображенной на рис. 3б. Принимая во внимание, что электрические напряжения на электродах всех оболочек будут одинаковы и равны U, справедливым окажется равенство

$$F_m + V_m Z = UN. \tag{8}$$

С другой стороны, в силу второго закона Кирхгофа

$$U = E^* - IZ_i^*, \tag{9}$$

где $I = \sum_{m=1}^{M} I_m$ – ток в цепи эквивалентного генератора, а $I_m = V_m N$ – ток в m-й оболочке. Осуществляя подстановку выражения (9) в (8), нетрудно получить M новых уравнений

$$F_m + V_1 Z_i^* N^2 + \ldots + V_m (Z + Z_i^* N^2) + \ldots + V_M Z_i^* N^2 = E^* N. \tag{10}$$

Сравнивая уравнения (10) и (3), можно убедиться, что при параллельном соединении оболочек появляется возможность их взаимодействия по электрическим цепям. На этот факт непосредственно указывает наличие в каждой строке уравнения (10) колебательных скоростей всех без исключения оболочек. Интересно отметить, что при $Z_i \longrightarrow 0$ уравнение (10) переходит в уравнение (3) при $Z_{im} \longrightarrow 0$. Это свидетельствует о том, что при малом внутреннем импедансе генератора эффект связи оболочек по электроцепям несущественен и рассматриваемая излучающая система ведет себя так, как будто бы оболочки возбуждаются отдельными генераторами.

Перейдем к способу, когда оболочки соединены электрически последовательно и возбуждаются одним общим генератором, см. рис. 4. В силу второго закона Кирхгофа имеем

$$E = \sum_{m=1}^{M} U_m + IZ_i, \tag{11}$$

где U_m – электрическое напряжение на электродах m-й оболочки, I – общий ток в цепи генератора. Электрический ток, текущий в каждой (например, в m-й) оболочке, состоит из двух составляющих – ток I_m^*, текущий через емкость C_0, и ток I_m, текущий через первичную обмотку идеального трансформатора (см. рис. 4). В силу первого закона Кирхгофа для каждой оболочки справедливо равенство

$$I = I_m + I_m^* = U_m/X_0 + V_m N, \tag{12}$$

откуда

$$U_m = IX_0 - V_m N X_0. \tag{13}$$

Выполнив подстановку выражения (13) в (11), можно определить общий ток в цепи генератора

$$I = \frac{E + X_0 N \sum_{m=1}^{M} V_m}{Z_i + MX_0}. \tag{14}$$

Зная ток I, нетрудно определить электрическое напряжение на электродах m-й оболочки. Действительно, используя выражение (14), равенство (13) нетрудно привести к виду

$$U_m = \Psi + V_m N X_0 [\tilde{Z}_i - 1] + \tilde{Z}_i X_0 N \sum_{m=1}^{M} V_m, \tag{15}$$

где $\Psi = E\tilde{Z}_i$; $\tilde{Z}_i = X_0/(Z_i + MX_0)$.

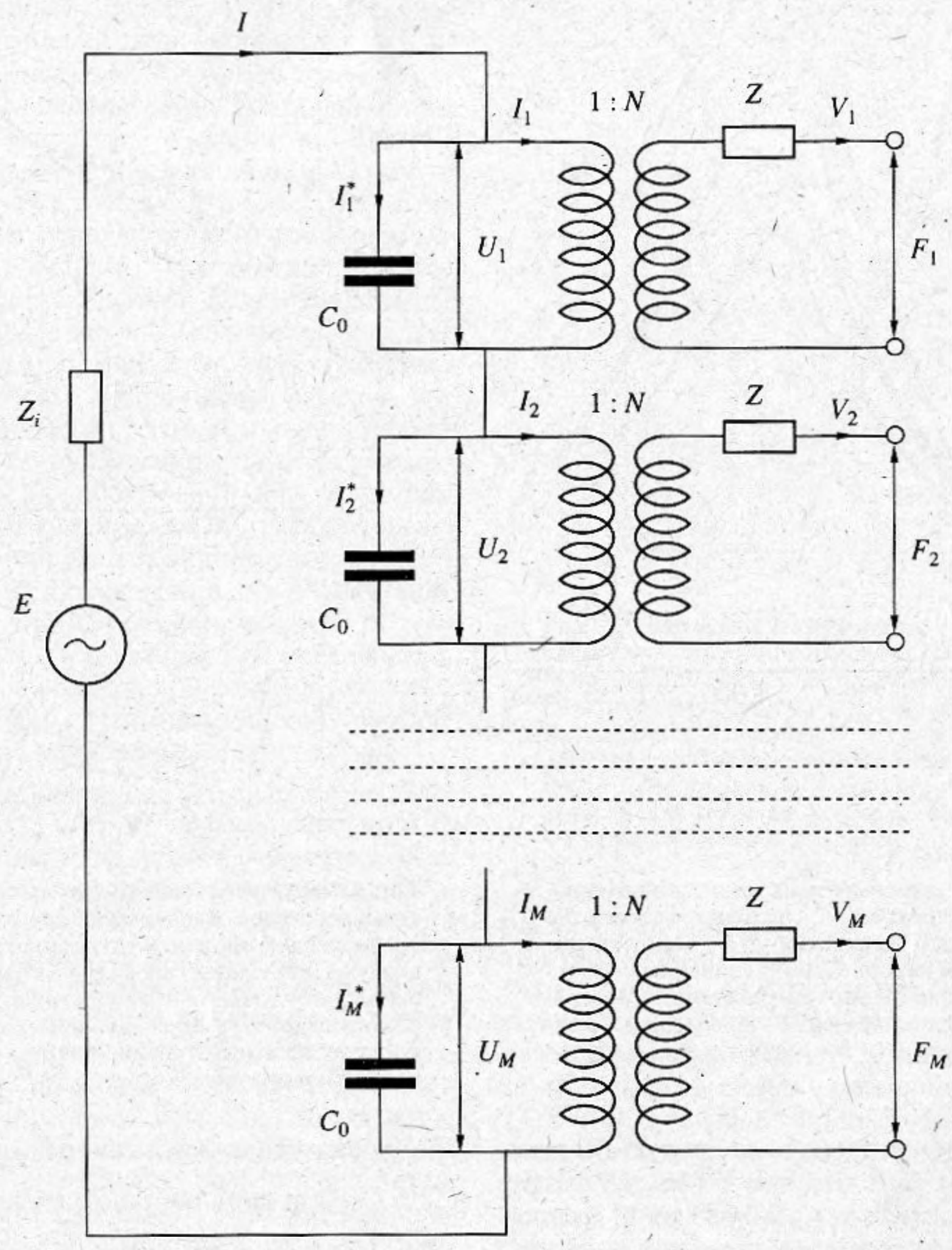

Рис. 4. Эквивалентная электромеханическая схема решетки из последовательно соединенных оболочек, возбуждаемых одним общим генератором.

Равенство (15) устанавливает связь между электрическим напряжением на электродах m-й оболочки и ее колебательной скоростью. Однако аналогичную связь можно получить и с помощью другого очевидного равенства

$$U_m = (F_m + V_m Z)/N. \tag{16}$$

Тогда, приравнивая правые части выражений (15) и (16), окончательно получим M уравнений для определения колебательных скоростей оболочек в случае их последовательного соединения:

$$F_q + V_q\,[Z + X_0 N^2 (1 - \tilde{Z}_i)] - \\ - \tilde{Z}_i X_0 N^2 \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq q}}^{M} V_m = \Psi N. \tag{17}$$

Здесь так же, как и в уравнении (10), в каждой строке присутствуют колебательные скорости всех оболочек, что непосредственно указывает на наличие связи оболочек через электрические цепи. Заметим, что при последовательном соединении оболочек из связь через электроцепи не исчезает даже при $Z_i = 0$, поскольку ни при каких условиях $\tilde{Z}_i \neq 0$. В этом принципиальная особенность в отличие этого способа возбуждения оболочек от вышерассмотренных.

С целью иллюстрации эффективности излучения звука решеткой в зависимости от способа возбуждения ее элементов и их электрического соединения были выполнены численные расчеты. Предполагалось, что рассматриваемая решетка

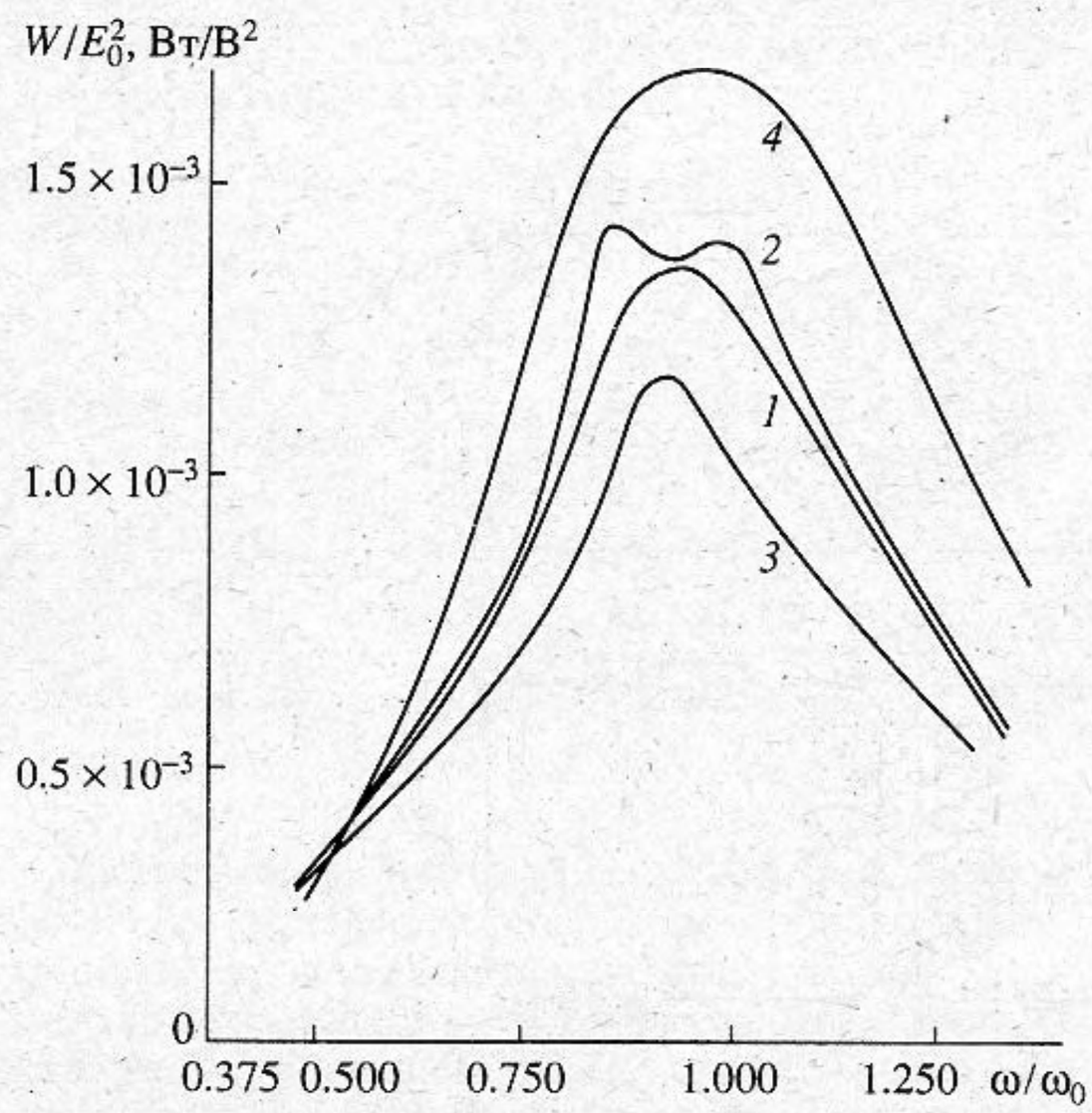

Рис. 5. Частотные зависимости акустической мощности излучаемой решеткой; *1* – возбуждение каждой оболочки отдельным генератором; *2* – возбуждение одним генератором параллельно соединенных оболочек; *3* – возбуждение одним генератором последовательно соединенных оболочек; *4* – возбуждение каждой оболочки отдельным генератором при наличии индуктивности *L*.

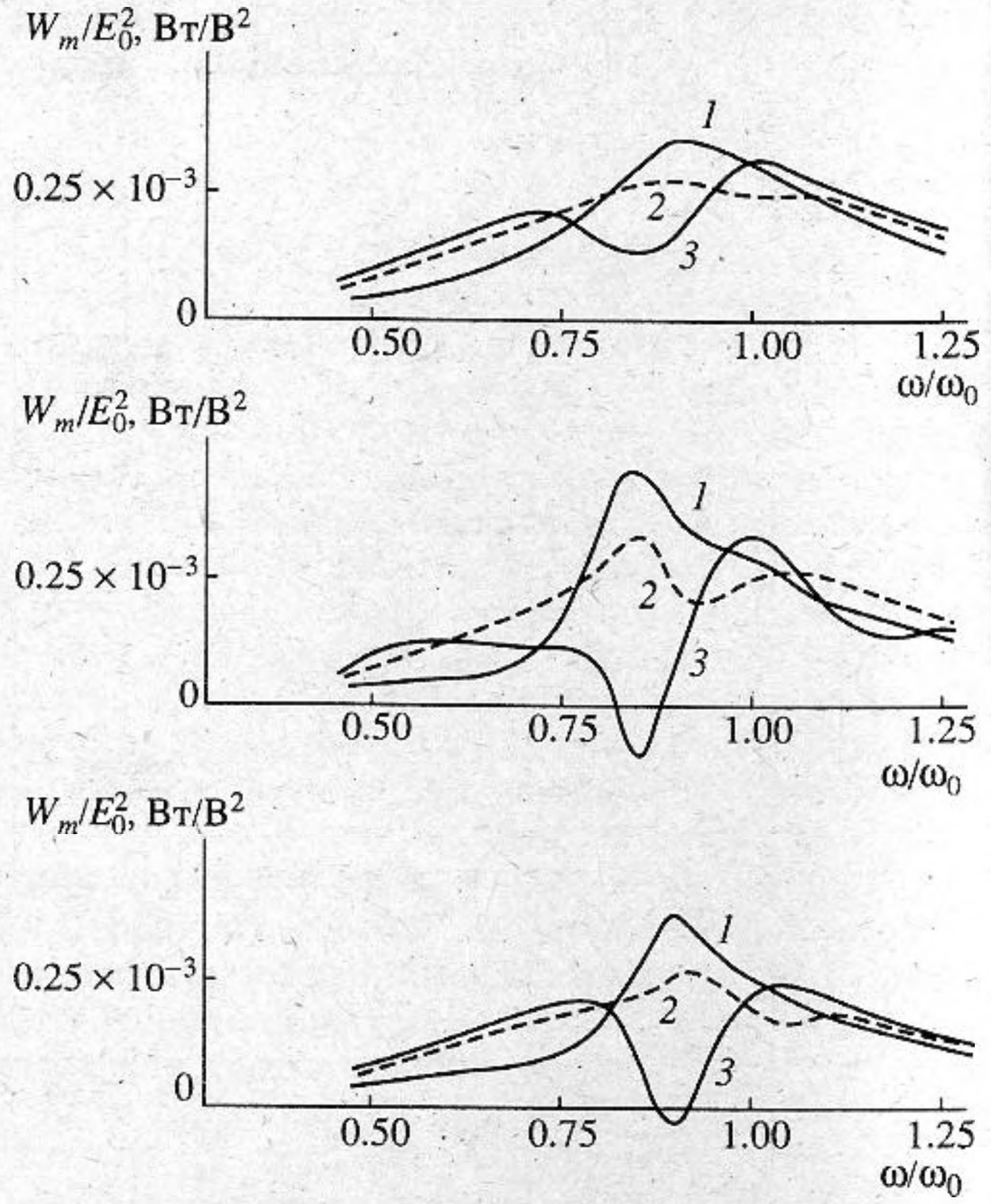

Рис. 6. Частотные зависимости акустической мощности, излучаемой отдельными оболочками; а – возбуждение каждой оболочки отдельным генератором; б – возбуждение одним генератором параллельно соединенных оболочек; в – возбуждение одним генератором последовательно соединенных оболочек; кривые *1 - 3* соответствуют крайней, промежуточной и центральной оболочкам.

состоит из пяти идентичных оболочек со следующими параметрами: $H/R = 1.67$; $h/H = 0.2$; $N = 8$Н/В; $M = 1.5$ кг; $\omega_0 = 4.4 \times 10^4$ 1/с; $C_0 = 0.085$ мкФ. Волновое сопротивление жидкости, окружающей решетку, $\rho c = 1.5 \times 10^6$ кг/м^{2}с. Параметры электрических генераторов выбирались таким образом, чтобы на низких частотах ($\omega \ll \omega_0$), где влияние акустического взаимодействия ничтожно, мощности, излучаемые решеткой при различных способах возбуждения, были одинаковы. Это условие является главной предпосылкой возможности сопоставления приведенных ниже частотных зависимостей излучаемых мощностей оболочками и решеткой в целом. В связи с этим, величины э.д.с. генераторов были приняты следующими: для первого способа возбуждения $E_1 = E_2 = \ldots = E_5 = E_0$ (т.е. все пять оболочек возбуждались идентично); для второго способа $E = E_0$; для третьего способа естественно $E = 5E_0$. Кроме этого, внутренний импеданс генераторов имел чисто активный характер R_i и при всех способах возбуждения решетки величина $R_i C_0^* = 21$ Ом мкФ (где C_0^* входная электрическая емкость решетки; при возбуждении оболочек отдельными генераторами естественно $C_0^* = C_0$, при параллельном соединении оболочек $C_0^* = MC_0$, а при последовательном $C_0^* = C_0/M$).

Обратимся прежде всего к рис. 5, на котором представлены частотные зависимости полной излучаемой мощности решетки для трех способов возбуждения оболочек. Как и следовало ожидать, на низких частотах (практически при $\omega/\omega_0 \le 0.6$) излучаемая мощность не зависит от способа возбуждения оболочек. Совсем иначе обстоит дело в области частот $0.7 \le \omega/\omega_0 \le 1.1$, где расположен резонанс оболочек. Здесь как уровень излучаемой мощности, так и характер ее зависимости от частоты существенным образом зависят от способа возбуждения оболочек, что непосредственно иллюстрирует наличие связей оболочек через электроцепи. Особенно неблагоприятен способ, когда оболочки соединены последовательно. В этом случае снижается как уровень излучаемой мощности, так и полоса эффективного излучения.

Теперь обратимся к частотным зависимостям мощности, излучаемой каждой оболочкой в

отдельности, см. рис. 6. Заметим, что в силу симметрии задачи относительно плоскости $z = 0$ на рис. 6 приведены данные только для трех оболочек ($m = 1; 2; 3$). Как видно, при возбуждении оболочек отдельными генераторами (см. рис. 6а) никаких аномальных явлений в зоне резонанса оболочек не происходит. И хотя за счет акустического взаимодействия уровни излучаемых оболочками мощностей существенно зависят от их места в решетке, переходов оболочек из режима излучения энергии в режим ее поглощения из поля не происходит. Ситуация кардинально меняется, когда оболочки возбуждаются одним общим генератором, см. рис. 6б, 6в. Хорошо видно, что в резонансной области центральная оболочка переходит из режима излучения энергии в режим поглощения ее из поля. Таким образом, появление связи преобразователей по электроцепям может значительно снизить их энергетическую эффективность и даже приводит к таким негативным эффектам, как потеря способности излучать звук. На эти особенности следует обращать внимание при создании мощных акустических систем, где все (или часть) преобразователей возбуждается общим генератором.

Заканчивая изучение энергетических свойств рассматриваемой решетки, остановимся кратко еще на одном важном для практики вопросе. Как известно [3], одним из распространенных способов повышения энергетической эффективности систем "электрический генератор – акустическая антенна" является использование индуктивных электроэлементов, которые включаются в цепь (параллельно или последовательно) между генератором и акустической антенной. Например, если к точкам "а - б" (см. рис. 2а) подключить индуктивность L, то образуется параллельный контур LC_0, который можно настроить на определенную частоту Ω_0. Выбирая должным образом отношение Ω_0/ω_0, можно улучшить согласование генератора с антенной и, как следствие, увеличить излучаемую мощность последней. Чтобы количественно оценить степень повышения излучаемой мощности при таком способе согласования генератора с решеткой, были выполнены расчеты для случая, когда каждая оболочка возбуждается своим отдельным генератором. При этом значение частоты Ω_0 выбиралось близким к значению частоты, где наблюдается пик мощности, изучаемой решеткой, см. рис. 5. Поэтому отношение Ω_0/ω_0 составляло 0.91. Кроме этого, предполагалось, что контур LC_0 имеет потери (его добротность составляла 20). Как видно из рис. 5 (кривая *4*), использование индуктивного элемента позволяет ощутимо (примерно в 1.2 раза) увеличить излучаемую решеткой мощность и несколько улучшить ее диапазонные свойства.

Теперь посмотрим, какое влияние может оказать способ возбуждения оболочек на диаграмму направленности $R(\theta)$ решетки. Как показывают

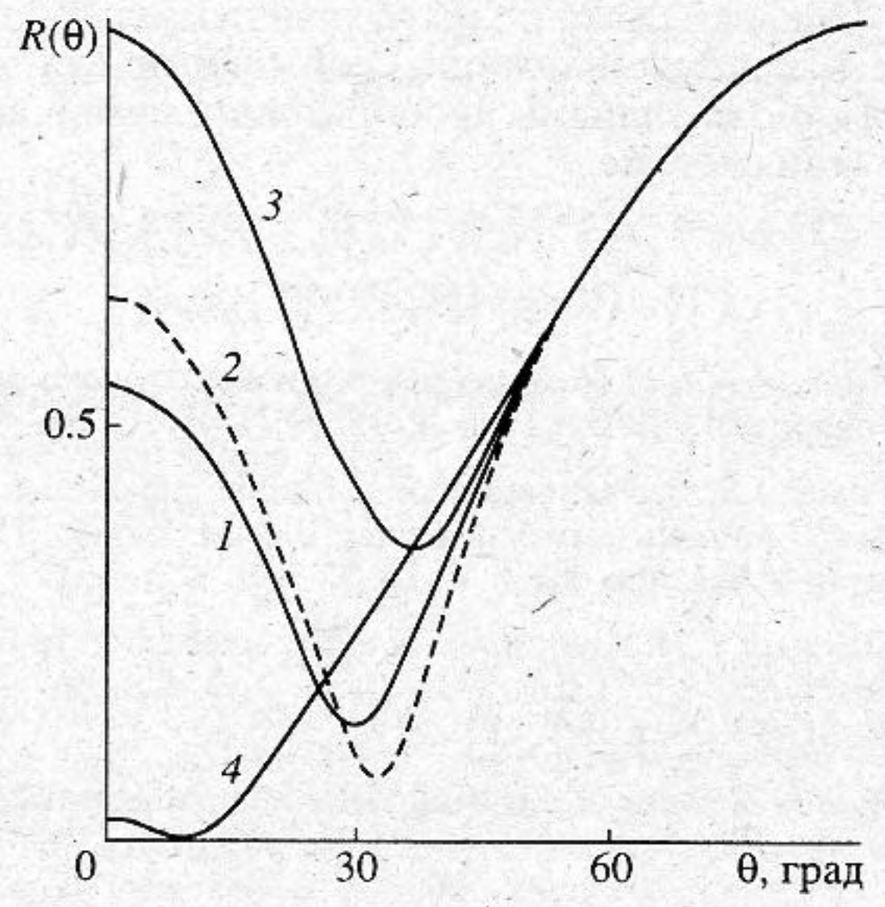

Рис. 7. Частотные зависимости уровня диаграммы направленности вдоль оси z при $\omega/\omega_0 = 0.85$; *1* – возбуждение каждой оболочки отдельным генератором; *2* – возбуждение одним генератором последовательно соединенных оболочек; *3* – возбуждение одним генератором параллельно соединенных оболочек; *4* – цилиндр (равновеликий решетке из оболочек), на поверхности которого задано равномерное распределение колебательной скорости.

расчеты, в области частот $\omega/\omega_0 \le 0.7$ и $\omega/\omega_0 \ge 1.1$ диаграмма направленности практически не зависит от способа возбуждения оболочек. Однако в резонансной области влияние способа возбуждения оболочек на диаграмму направленности велико и особенно сильно проявляется в зоне углов $0 \le \theta \le 40°$. Чтобы количественно охарактеризовать это влияние, на рис. 7 представлены диаграммы направленности $R(\theta)$ при $\omega/\omega_0 = 0.85$. Анализ этих данных показывает, что при всех рассмотренных выше способах возбуждения оболочек относительный уровень излучаемого поля в зоне углов $0 \le \theta \le 40°$ весьма велик по сравнению с его оценкой, традиционно получаемой в акустике с помощью модели конечного цилиндра, на поверхности которого задано равномерное распределение колебательной скорости (сравни кривые *1, 2, 3* на рис. 7 с кривой *4*, рассчитанной по методике [9]).

На основании приведенных выше количественных данных можно сделать следующие выводы:

1. При возбуждении электроакустических преобразователей в решетке одним общим генератором возникает эффект связи преобразователей по электрическим цепям;

2. Влияние этого эффекта на энергетические и направленные свойства акустической излучающей системы существенно и сопоставимо с влиянием акустического взаимодействия;

3. Эффект связи по электроцепям может приводить к полной потери способности излучать энергию отдельными преобразователями в акустической системе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Карновский М.И.* Линейная теория акустических резонаторов // ЖТФ. 1943. Т. 13. № 11 - 12. С. 667 - 683.
2. *Rusby J.S.*, Investigation of a mutual radiation impedance anomaly between sound projectors mounted in an array // Acustica. 1964. V. 14. № 3. P. 127 - 137.
3. *Sherman C.H.* Analysis of acoustic interection in transduser arrays // IEEE Trans. son. and ultrason. 1966. V. SU-13. № 1. P. 9 - 15.
4. *Audoly C.* Some aspect of acoustic interection transducer arrays // J.A.S.A. 1991. V. 89. № 3. P. 1428 - 1433.
5. *Вовк И.В., Гринченко В.Т.* Излучение звука конечным набором соосных пьезокерамических оболочек // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 2. С. 259 - 269.
6. *Скучик Е.* Простые и сложные системы. М.: Мир, 1971. С. 557.
7. *Вовк И.В., Гринченко В.Т.* Взаимодействие электроакустических преобразователей при различных способах их электрического возбуждения // Докл. на XI Всесоюзной акустической конференции. М.: 1990. Секция "А". С. 143 - 146.
8. *Вовк И.В., Гринченко В.Т.* О расширении метода частичных областей применительно к задачам излучения и рассеяния звука // Акуст. журн. 1989. Т. 35. В. 1. С. 29 - 36.
9. *Robey D.H.* On the radiation impedance of an array of finite cylinders // J.A.S.A. 1955. V. 27. № 4. P. 706 - 710.

Interaction of Electroacoustic Transducers in an Array

I. V. Vovk and V. T. Grinchenko

The paper reports a study of a radiating acoustic system in the form of an array of coaxial piezoceramic shells. Three methods of shell excitation are discussed. In one, each shell is driven by its own electric generator. In the second, all shells are electrically connected in parallel and driven by a single common generator. In the third, the shells are series-connected and also driven by a single common generator. It is shown that, with the second and third excitation methods, the shells are electrically coupled over the circuits, and this can have a significant detrimental effect on the energy efficiency and the directivity of the acoustic system.