АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 2, с. 254 - 261

УДК 534.2

# НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ ПУЗЫРЬКОВЫХ ОБЛАКОВ

© 1996 г. И. А. Соустова*, А. М. Сутин*, С. В. Юн**

* Институт прикладной физики РАН
603600 Н. Новгород, ул. Ульянова, 46

** Санг-Кьюн Кван университет
г. Савон, Южная Корея

Поступила в редакцию 22.02.95 г.

Дается описание метода нелинейной акустической томографии применительно к измерениям пространственного распределения пузырьков в океане. Метод основан на изменении скорости распространения высокочастотной пробной волны в пузырьковой среде под воздействием мощного импульса накачки, создаваемого разрывным источником. Проведен расчет временных сдвигов пробной волны в зависимости от нелинейного параметра и характеристик импульса накачки. Находится связь кубического нелинейного параметра с концентрацией газовых пузырьков.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что пространственное распределение пузырьков в приповерхностном слое океана сильно неоднородно. Последнее время даже принято использовать термин "пузырьковое облако" для характеристики таких неоднородностей, которые играют важную роль в рассеянии и затухании звука [1 - 3]. Недавно стали обсуждаться коллективные колебания пузырьковых облаков [4, 5], которые могут служить одним из механизмов генерации подводного шума. Стандартные акустические методы измерений распределения пузырьков в океане основаны на регистрации рассеянного акустического поля [2, 3, 6 - 8] или на измерении затухания звука на небольшой базе между излучателем и приемником [2, 3, 9, 10]. В основном пузырьковые облака наблюдались с помощью вертикально ориентированных гидролокаторов, где отмечались сильные временные изменения рассеянного сигнала, обусловленные прохождением облаков через рассеивающую область [6, 11]. Методы, основанные на эффектах нелинейного рассеяния на пузырьках, обладают высокой чувствительностью, но пока использовались лишь для регистрации пузырьков в небольшом объеме среды [12 - 14]. Таким образом, отсутствие акустических методов измерения пространственного распределения пузырьков в море стимулировало настоящую статью, цель которой – обсудить возможности использования принципов нелинейной акустической томографии для подобных измерений.

Принципы нелинейной акустической томографии основаны на измерениях пространственного распределения относительно новых для акустики параметров – нелинейных акустических параметров. Для сред с высокой акустической нелинейностью, где преобладает физическая нелинейность среды, эти параметры являются коэффициентами разложения в ряде Тейлора, описывающем зависимость скорости звука $c$ от давления $P$:

$$c(P) = c_0(1 + \varepsilon M + \mu M^2),$$
$$M = \frac{P}{\rho_0 c_0^2}, \tag{1}$$
$$\varepsilon = \rho_0 c_0 \frac{\partial c}{\partial P}, \quad \mu = \frac{1}{2}\rho_0^2 c_0^3 \frac{\partial^2 c}{\partial^2 p},$$

где $M$ – безразмерное акустическое давление в волне (акустическое число Маха), $\rho_0$ – невозмущенная плотность среды, $c_0$ – скорость звука волны бесконечно малой амплитуды, $\varepsilon$ – параметр квадратичной нелинейности среды, $\mu$ – параметр кубической нелинейности среды.

Нелинейные акустические параметры могут меняться под воздействием различных факторов (температура, давление, изменение концентрации различных составляющих в смесях и т.д.), но его наибольшие изменения связаны с наличием неоднородностей в среде. Нелинейные акустические параметры микронеоднородных сред могут превышать соответствующие параметры однородных сред на несколько порядков [15, 16]; именно поэтому интерес к нелинейным эффектам в таких средах в последнее время обусловлен возможностью развития методов нелинейной акустической диагностики микронеоднородных сред [17]. Здесь наиболее детально исследована связь нелинейных параметров с содержанием газовых пузырьков [15, 16, 18, 19] и обнаружена

сильная зависимость этих параметров от концентрации пузырьков, что открывает возможности использования методов нелинейной акустической томографии для пузырьковых измерений. Пожалуй впервые возможность дистанционных измерений пространственного распределения нелинейных параметров обсуждалась в [20], а в [21] приведены результаты наблюдения нелинейного рассеяния на пузырьковом слое, что позволяло определить и концентрацию пузырьков в слое. Однако собственно принципы нелинейной томографии были сформулированы в работах японских исследователей [22, 23], которые их использовали для диагностики биологических тканей. Позднее предлагалось использовать методы нелинейной томографии в сейсмике [24 - 26].

## 2. ПРИНЦИПЫ НЕЛИНЕЙНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ ПУЗЫРЬКОВЫХ ОБЛАКОВ

Нелинейная акустическая томография может быть основана на измерениях изменения скорости распространения высокочастотной пробной волны под воздействием импульсной акустической волны, которую принято называть волной накачки. Возможная схема нелинейной акустической томографии пузырьковых облаков представлена на рисунке.

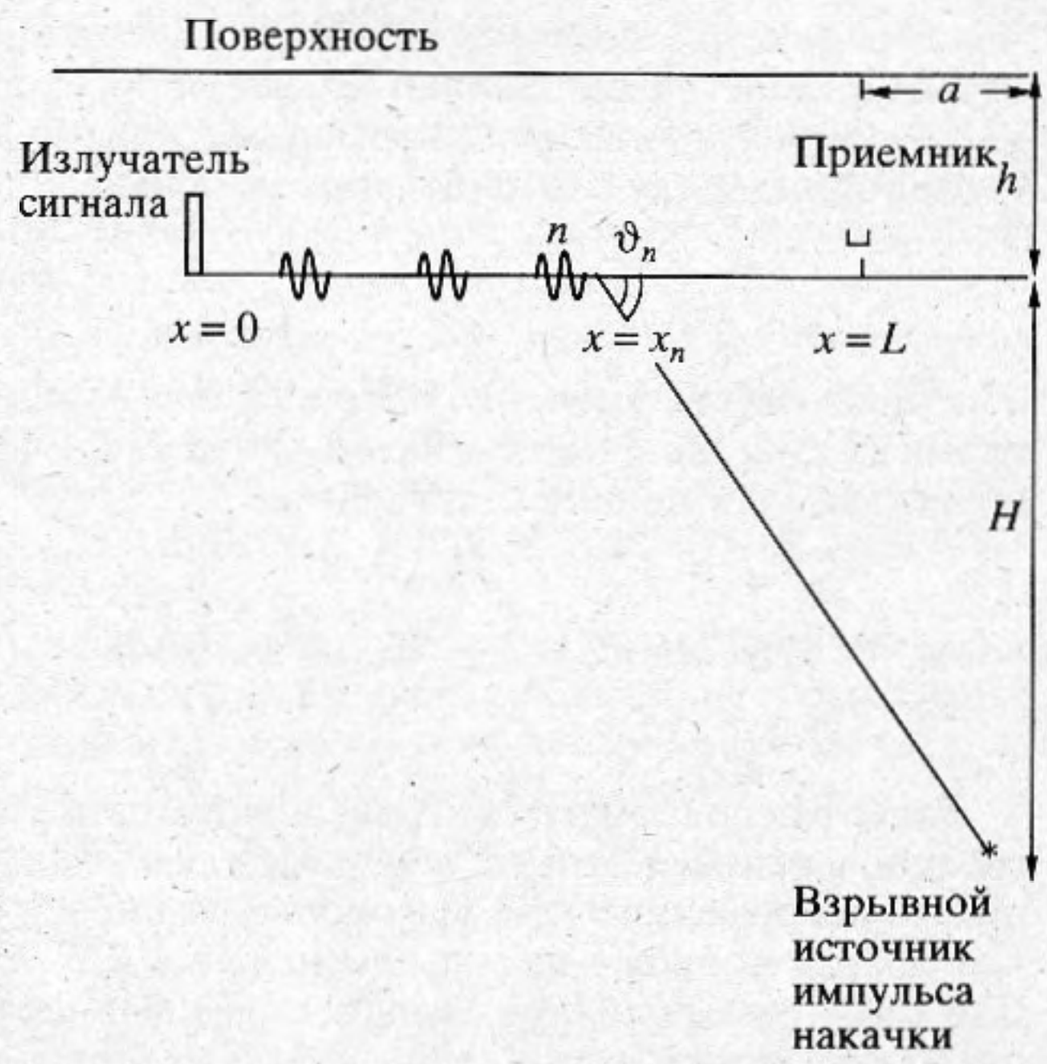


Схема измерения пространственного распределения пузырьков при нелинейной акустической томографии.

Высокочастотная пробная волна распространяется от излучателя к приемнику в приповерхностном пузырьковом слое. Считаем, что излучатель расположен в точке с координатой $x = 0$, а приемник – на расстоянии $L$. На глубине $H$ под слоем расположен импульсный источник волны накачки, генерирующий достаточно мощный импульсный сигнал. Этот сигнал, доходя до пузырькового слоя, меняет скорость распространения пробной волны. Обычно изменения скорости звука, вызванные волной накачки, малы, и они могут быть представлены в виде ряда Тейлора (1) для зависимости скорости звука от акустического давления в волне накачки. Мы рассматриваем импульсный источник звука, поле которого может быть описано формулой:

$$P = P_* f(t - r/c),$$

где $P_*$ – пиковое давление в импульсе, $f$ определяет форму импульса. Для взрывного источника звука генерируемый импульс может быть приближенно описан выражением [1]:

$$f(t) = e^{-t/\tau_*}, \text{ если } t > 0 \text{ и } f(t) = 0, \text{ если } t < 0, \quad (2)$$

где $\tau_*$ – временна́я постоянная импульса. Пиковое давление и временна́я постоянная зависят от веса заряда и расстояния от источника. Для заряда весом $W$ (граммов) на расстоянии $r$ метров, пиковое давление в Па определяется формулой:

$$P_* = 2.76 \times 10^7 \left( \frac{W^{1/3}}{r} \right)^{1.13},$$

и временна́я константа –

$$\tau_* = 51.1 W^{1/3} \left( \frac{W^{1/3}}{r} \right)^{-0.22}. \quad (3)$$

Наиболее наглядно схема нелинейной томографии может быть описана для случая, когда сигнальная волна представляет собой последовательность коротких импульсных посылок с синусоидальным заполнением. При взаимодействии с волной накачки, которая изменяет скорость распространения для пробной волны, происходит временной сдвиг каждой из посылок. Этот сдвиг зависит от изменения скорости $\Delta c$ на пути этой посылки. Обозначим начальную координату встречи тональной импульсной посылки с номером $n$, распространяющуюся вдоль оси $x$, с пересекающим эту ось импульсом накачки, через $x_n$, а соответствующий момент времени – $t_n$. За счет взаимодействия с импульсной волной накачки время распространения тональной импульсной посылки с номером $n$ изменяется на величину $\Delta t_n$. Это изменение определяется интегралом по пути, прошедшим пробной волной до приемника:

$$\Delta t_n = \int_{x_n}^{L} \frac{\Delta c\, dx}{c_0^2}. \quad (4)$$

Здесь изменение скорости звука должно определяться в месте нахождения импульсной посылки, т.е. координата $x$ связана с временем $t_*$ обычным соотношением для бегущей вдоль $x$ волны:

$$t_* = (x - x_n)/c_0 + t_n. \tag{5}$$

Учитывая связь изменения скорости $\Delta c$ с параметрами волны накачки, согласно выражению (1), представим временнóй сдвиг в виде:

$$\Delta t_n = \int_{x_n}^{L} \varepsilon(x) M(x, t_*) dx + \int_{x_n}^{L} \mu(x) M^2(x, t_*) dx. \tag{6}$$

Ранее в основном рассматривались схемы томографии, в основе которых лежит фазовая модуляция монохроматической высокочастотной пробной волны мощным импульсом накачки [22, 23]. Для такой волны нетрудно найти фазовый сдвиг $\Delta\varphi(t)$, вызванный взаимодействием. Так, для участка пробной волны, который в момент $t_n$ встречается с импульсом накачки в точке с координатой $x_n$, фазовый сдвиг легко выражается через время $\Delta t_n$:

$$\Delta\varphi = \omega \Delta t_n.$$

Теперь необходимо в выражение (6) подставить давление в импульсе накачки. Изменение давления в импульсе накачки в момент времени $t$ вдоль оси $x$ может быть выражено формулой:

$$P = P_* f\{t - t_n + (x - x_n)\cos\vartheta_n / c_0\},$$

где $c_0 t_n = r_n$ – расстояние от точки встречи до источника накачки, $\vartheta_n$ – угол между направлениями распространения волн накачки и сигнала (см. рисунок).

Мы рассматриваем взаимодействие волны сигнала с импульсом накачки в подповерхностном пузырьковом слое, где важно влияние импульса, отраженного от поверхности. При отражении от идеальной акустически мягкой поверхности отраженная волна меняет знак, и импульс накачки может быть представлен в виде двух волн с разными знаками:

$$M(r, t) = \frac{P_*}{\rho_0 c_0^2}\left\{f\left[t - t_n + \frac{(x - x_n)\cos\vartheta_n}{c_0}\right] - f\left[t - t_n + \frac{(x - x_n)\cos\vartheta_n}{c_0} - \frac{2h}{c_0 \sin\vartheta_n}\right]\right\}. \tag{7}$$

Мы пренебрежем изменением угла падения $\vartheta_n$ и амплитуды волны накачки в течение взаимодействия с каждой отдельно взятой тональной посылкой, подставим выражение (7) в интеграл (6) и произведем замену переменной $t$ согласно выражению (5). Тогда придем к выражению:

$$\Delta t_n \cong \int_{x_n}^{L} \frac{\varepsilon_n P_*}{\rho_0 c_0^2}\left\{f\left[\frac{(x - x_n)(\cos\vartheta_n + 1)}{c_0}\right] - f\left[\frac{(x - x_n)(\cos\vartheta_n + 1)}{c_0} - \frac{2h}{c_0 \sin\vartheta_n}\right]\right\} dx + \int_{x_n}^{L} \frac{\mu_n P_*^2}{\rho_0 c_0^2}\left\{f\left[\frac{(x - x_n)(\cos\vartheta_n + 1)}{c_0}\right] - f\left[\frac{(x - x_n)(\cos\vartheta_n + 1)}{c_0} - \frac{2h}{c_0 \sin\vartheta_n}\right]\right\}^2 dx. \tag{8}$$

Этот интеграл легко вычисляется для случая, когда прямой и отраженный от поверхности импульсы накачки не накладываются друг на друга, т.е. при выполнении условия:

$$\frac{2h}{c_0 \sin\vartheta_n} \gg \tau_*.$$

Для его вычисления надо ввести новую переменную

$$\zeta = \frac{(x - x_n)(\cos\vartheta_n + 1)}{c_0}.$$

Тогда получим:

$$\Delta t_n \cong \frac{\mu_n P_*^2 \tau_*}{\rho_0^2 c_0^4 (\cos\vartheta_n + 1)}. \tag{9}$$

Видно, что временной сдвиг определяется значением параметра кубической нелинейности $\mu_n$ в точке взаимодействия. Квадратичная нелинейность не дает временнóго сдвига для волны сигнала, поскольку временнóй сдвиг при взаимодействии с прямой и отраженной волной имеет разные знаки и компенсирует друг друга.

Таким образом, каждый пришедший на гидрофон сигнал несет в себе информацию о значении нелинейного параметра в месте встречи. Это место легко находится из геометрических соотношений. В качестве примера рассмотрим геометрию эксперимента, представленную на рисунке. Считаем, что импульс с номером 1 приходит на гидрофон в момент $t = 0$, в который происходит излучение сигнала импульса накачки. Тогда все импульсы с номером

$$n < n_* = 1 + \frac{\{a^2 + (H - h)^2\}^{1/2} - L}{c_0 T}$$

не испытывают временнóго сдвига. Лишь импульс с $n \geq n_*$ испытывает сдвиг и несет в себе информацию о параметре нелинейности вблизи

приемника. Каждый следующий пришедший на гидрофон импульс имеет временнóй сдвиг пропорциональный параметру нелинейности во все более удаленной от гидрофона точке, поскольку точка встречи связана с номером пришедшего сигнала соотношением:

$$x_n = \frac{(a+L)^2 + (H-h)^2 + (n-1)^2 c_0^2 T^2}{2\,[a+L+(n-1)\,c_0 T]}.$$

Таким образом, измеряя временны́е сдвиги (или индекс фазовой модуляции для гармонического пробного сигнала), можно рассчитать значения параметра $\mu$ вдоль трассы распространения пробной волны.

## 3. СВЯЗЬ МЕЖДУ НЕЛИНЕЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ И КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ

Как видно из предыдущей части работы, с помощью методов нелинейной акустической томографии возможно измерение пространственного распределения кубического нелинейного акустического параметра в приповерхностном слое океана. Для определения пространственного распределения газовых пузырьков и их концентрации необходимо найти связь между концентрацией пузырьков и значением нелинейного параметра. Для нахождения такой связи будем исходить из уравнения, описывающего распространение звука в жидкости с малой объемной концентрацией пузырьков [15, 19]:

$$\Delta p - \frac{1}{c_f^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \rho_0 \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} = 0, \qquad (10)$$

где $c_f$ – скорость звука в чистой жидкости, $\beta$ – удельная объемная концентрация газовых пузырьков. В этом уравнении мы пренебрегаем акустической нелинейностью жидкости, поскольку в жидкости с пузырьками газа преобладает именно пузырьковая нелинейность. Объемная концентрация пузырьков $\beta$ легко выражается через объем одиночного пузырька и функцию распределения пузырьков по размерам:

$$\beta = \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} Vn(R)dR, \qquad (11)$$

где функция распределения пузырьков по радиусам $n(R)$ такова, что $n(R)dR$ – количество пузырьков в единичном объеме среды, имеющих радиус в диапазоне от $R$ до $R + dR$. Наиболее сложным является вопрос: как связано изменение объема одного пузырька с давлением в акустической волне? Уравнения, описывающие колебания пузырька в акустическом поле, довольно сложны [15, 27]. Здесь мы рассмотрим условия, при которых возможно аналитическое описание для двух случаев:

1. Случай достаточно низкочастотных волн накачки и сигнала, когда собственные частоты пузырьков много выше частот взаимодействующих волн.

2. Более типичный для приповерхностного пузырькового слоя случай, когда при наличии широкой функции распределения пузырьков по размерам, всегда имеются пузырьки, резонансная частота которых совпадает с частотой акустической волны.

Рассмотрим сначала первый случай низкочастотных акустических волн, когда частоты акустических волн много ниже собственной частоты пузырьков, т.е. выполняется условие:

$$\omega \ll \omega_0,$$

где

$$\omega_0 = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho_0}} \qquad (12)$$

– резонансная частота пузырьков.

Основная сложность описания колебаний пузырька в этом случае обусловлена необходимостью учета теплопередачи в пузырьке и уравнение колебаний пузырька под действием приложенного акустического давления имеет вид [27]:

$$\left(1 - \frac{1}{\omega_T^2}\frac{d^2}{dt^2}\right)(VP - V_0P_0) = \frac{2(\gamma-1)}{\gamma\omega_T}\left(\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{2d}{7\omega_T dt}\right)\left(\frac{dP}{dt}\right),$$

где

$$\omega_T = \sqrt{90D}/R_0^2, \quad D = \chi/\rho_g c_p, \qquad (13)$$

$c_p$ – теплоемкость при постоянном давлении, $\chi$ – коэффициент теплопроводности газа в пузырьке, $\rho_g$ – плотность газа в пузырьке, $P$ – давление газа в пузырьке, индекс 0 относится к равновесному состоянию. Это уравнение справедливо как для адиабатических процессов при $\omega_T \longrightarrow 0$, так и для изотермических при $\omega < 0.2\omega_T$. Уравнение (13) может быть решено аналитически только при некоторых приближениях. Наиболее простой и хорошо известный вид решение имеет при адиабатических или изотермических колебаниях газового пузырька. Эти случаи соответствуют различным предельным соотношениям между длиной тепловой волны в пузырьке

$$\lambda = \sqrt{2\chi/\omega}$$

и радиусом пузырька $R$. Так, при $R \gg \lambda$ уравнение (13) переходит в уравнение для адиабатических колебаний пузырьков:

$$PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma. \qquad (14)$$

При обратном условии $R \ll \lambda$ уравнение изотермических колебаний пузырьков имеет вид (14), в котором показатель адиабаты $\gamma = 1$.

Будем исходить из предположения, что для волны сигнала можно использовать адиабатическое приближение, поскольку эта волна достаточно высокочастотная. Для нахождения изменения скорости распространения волны сигнала под действием мощной волны накачки, найдем скорость сигнальной волны в линейном приближении. Эта скорость зависит от давления газа в пузырьках и их объема, которые изменяются под действием волны накачки. Будем искать решение в виде:

$$P = P_0 + P_1 + P_2,$$
$$V = V_0 + V_1 + V_2, \tag{15}$$

где статическое давление газа в пузырьке $P_0$ и начальный объем пузырька $V_0$ много больше изменений этих величин в акустическом поле. Амплитуда волны накачки $P_1$ много больше амплитуды сигнальной волны $P_2$, т.е.

$$P_0 \gg P_1 \gg P_2,$$
$$V_0 \gg V_1 \gg V_2,$$

Тогда, считая, что $P_2$ и $V_2$ связаны адиабатическим законом, найдем их соотношение в линейном приближении:

$$V_2 = -\frac{V_0 P_2}{\gamma P_0}. \tag{16}$$

Подставив это соотношение в (10) и рассматривая гармонические волны, получим дисперсионное уравнение для волн в жидкости с пузырьками газа:

$$k^2 - \frac{\omega^2}{c_f^2} - \frac{\rho_0 \omega^2}{\gamma} \int \frac{(V_0 + V_1)}{(P_0 + P_1)} n(R) dR = 0. \tag{17}$$

Из этого уравнения легко выражается скорость звука:

$$c = \left( \frac{1}{c_f^2} + \frac{\rho_0}{\gamma} \int \frac{(V_0 + V_1)}{(P_0 + P_1)} n(R) dR \right)^{-1/2}. \tag{18}$$

Теперь разложим эту зависимость по малым параметрам $V_1$ и $P_1$ с точностью до квадратичных членов:

$$c = c + \Delta c,$$

где

$$c_0 = \left( \frac{1}{c_f^2} + \frac{\rho_0 \beta_0}{\gamma P_0} \right)^{-1/2} \tag{19}$$

– скорость звуковых волн бесконечно малой амплитуды в пузырьковой среде. Нелинейная добавка, обусловленная волной накачки, определяется выражением:

$$\Delta c = -\frac{\rho_0 c_0^2}{2\gamma} \left[ \int \frac{V_1}{P_0} n(R) dR - \int \frac{V_0 P_1}{P_0^2} n(R) dR + \right.$$
$$\left. + \int \frac{V_0 P_1^2}{P_0^3} n(R) dR - \int \frac{V_1 P_1}{P_0^2} n(R) dR \right] +$$
$$+ \frac{3\rho_0^2 c_0^5}{8\gamma^2} \left[ \left( \int \frac{V_1}{P_0} n(R) dR \right)^2 + \left( \int \frac{V_0 P_1}{P_0} n(R) dR \right)^2 + \right. \tag{20}$$
$$\left. + \left( \int \frac{V_1}{P_0} n(R) dR \right) \left( \int \frac{V_0 P_1}{P_0} n(R) dR \right) \right].$$

Теперь надо еще связать изменение объема пузырька $V_1$ с давлением в волне накачки $P_1$. Пузырьки в море имеют широкое распределение по размерам и в этом случае для низкочастотной волны накачки часть пузырьков будет колебаться по адиабатическому закону, часть – по изотермическому, а часть – по переходному между ними. В переходной области описывать колебания достаточно сложно и мы ограничимся приближением, согласно которому функцию распределения пузырьков по размерам разделим на две части, в одной из которых колебания будем считать адиабатическими, а в другой – изотермическими. Радиус пузырьков, разделяющий эти две части, определяется из условия:

$$R_* = \lambda = \sqrt{2\chi/\omega}. \tag{21}$$

Для импульсного сигнала с частотой $\omega$ можно считать характерную ширину спектра импульса равной $2\pi/\tau$. Тогда для пузырьков с радиусами меньше $R_*$ зависимость $V_1(P_1)$ находится из адиабатического закона и имеет вид:

$$V_1 = -\frac{V_0 P_1}{\gamma P_0} + \frac{(\gamma + 1) V_0 P_1^2}{2\gamma^2 P_0^2}. \tag{22}$$

Для пузырьков с радиусами, большими $R_*$, эта зависимость находится из изотермического закона:

$$V_1 = -\frac{V_0 P_1}{P_0} + \frac{V_0 P_1^2}{P_0^2}. \tag{23}$$

Подставляя эти выражения в (20), найдем параметр кубической нелинейности в пузырьковой среде, когда частоты взаимодействующих волн много ниже резонансных частот пузырьков в

приповерхностном пузырьковом слое:

$$\mu = \frac{3}{8}\left(\frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma P_0}\right)^4 [(\gamma+1)^2\beta_2^2 + 2\beta_1^2] + \\ + \frac{1}{4}\left(\frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma P_0}\right)^3 [(2\gamma+1)(\gamma+1)\beta_2 + 6\beta_1], \quad (24)$$

где

$$\beta_1 = \int_{R_{\min}}^{R_*} V_0 n(R) dR$$

– объемная концентрация пузырьков, колеблющихся по изотермическому закону,

$$\beta_2 = \int_{R_*}^{R_{\max}} V_0 n(R) dR$$

– объемная концентрация пузырьков, колеблющихся по адиабатическому закону.

Рассмотрим теперь другой, более общий случай, когда при наличии широкой функции распределения пузырьков по размерам, всегда имеются пузырьки, резонансные с частотами взаимодействующих волн. В этом случае взаимодействие в основном определяется резонансными пузырьками и их колебания могут быть описаны известными уравнениями, учитывающими квадратичную и кубическую нелинейность [28]:

$$\ddot{V} + \omega_0^2 V - \alpha_1 V^2 - \alpha_2(2\ddot{V}V + \dot{V}^2) + \alpha_3 V^2 + \\ + \alpha_4(V^2\dot{V} + \dot{V}^2 V) + f\dot{V} = \upsilon P,$$

где

$$\upsilon = \frac{4\pi R_0}{\rho_0}, \quad \alpha_1 = \frac{\omega_0^2(\gamma+1)}{2}V_0, \quad \alpha_2 = \frac{V_0}{6},$$

$$\alpha_3 = \frac{\omega_0^2(\gamma+1)(\gamma+2)}{6V_0^2}, \quad \alpha_4 = \frac{2}{9V_0^2}, \quad (25)$$

$f$ – коэффициент, определяющий потери при колебаниях отдельного пузырька, который связан с добротностью $Q$ резонансных колебаний пузырька соотношением: $f = \omega/Q$. Обычно принято потери выражать через декремент затухания $\delta = 1/Q$.

Как и в предыдущем случае, решение будем искать в виде суммы волн накачки и сигнала, согласно формуле (15). Тогда, подставляя эту сумму в уравнение (25) и учитывая только кубическую нелинейность, получим связь между изменением объема пузырька $V_2$ на частоте пробной волны и давлением этой волны $P_2$:

$$V_2 = \frac{\upsilon P_2}{\omega_2^2 - \omega_0^2 - i\delta\omega_2^2} \times \\ \times \left(1 - |V_1|^2 \frac{\alpha_3 - \alpha_4(\omega_2^2 + 3\omega_1^2 + 2\omega_1\omega_2)}{(\omega_2^2 - \omega_0^2 - i\delta\omega_2^2)}\right). \quad (26)$$

Связь между давлением в звуковой волне накачки $P_1$ и соответствующим изменением объема пузырька определяется из линейного соотношения:

$$V_1 = -\frac{\upsilon P_1}{\omega_1^2 - \omega_0^2 - i\delta\omega_1^2}. \quad (27)$$

Тогда, подставляя связь $V_2(P_2)$ в уравнение (20), получим выражение для параметра кубической нелинейности в жидкости с распределенными по размерам газовыми пузырьками:

$$\mu = c_0^6 \int \{\rho_0^3 \upsilon^3 M^2(\alpha_3 - \alpha_4(\omega_2^2 + 3\omega_1^2 + 2\omega_1\omega_2)) \times \\ \times n(R_0) dR_0\} / \{(\omega_0^2 - \omega_2^2 - i\delta_2\omega_2^2)^2 \times \\ \times (\omega_0^2 - \omega_1^2 + i\delta_1\omega_1^2)(\omega_0^2 - \omega_1^2 - i\delta_1\omega_1^2)\}. \quad (28)$$

Интегралы такого типа определяют затухание, рассеяние акустических волн в пузырьковой среде [1 - 3], и их особенностью является то, что они определяются в основном значениями подынтегральной функции в резонансных точках. Это позволяет проводить приближенные вычисления подобных интегралов. В том случае, если функция распределения пузырьков по размерам слабо меняется в пределах резонансной кривой одиночного пузырька, т.е. при выполнении условия:

$$\frac{dn}{dR}\frac{R_0}{nQ} \ll 1,$$

параметр кубической нелинейности определяется, в основном, значением функции распределения пузырьков по размерам при радиусах пузырьков, резонансных с частотой сигнальной волны $w_1$, т.е.

$$\mu = \\ = \frac{M^2 c_0^6 \rho_0^3 \upsilon^3(\alpha_3 - \alpha_4(\omega_1^2 + 3\omega_2^2 + 2\omega_1\omega_2)) n(R_1) R_1 \pi}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 2\omega_1^4 \delta}. \quad (29)$$

Видно, что параметр кубической нелинейности пропорционален функции распределения пузырьков по размерам $n(R_1)$. Таким образом, в этом случае параметр нелинейности пропорционален не полной объемной концентрации пузырьков, как в предыдущем случае, а значению функции распределения пузырьков по радиусам при значении

радиуса, равному резонансному с волной сигнала. Это, конечно, несколько снижает возможности метода, однако следует помнить, что другие линейные методы измерения концентрации пузырьков также позволяют измерять только функцию распределения при резонансных радиусах.

## 4. ОЦЕНКА ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА

Сделаем некоторые оценки, показывающие возможность применения метода нелинейной томографии. Пусть глубина измерений 5 м, расстояние между излучателем и гидрофоном 30 м. Взрывной источник находится прямо под трассой распространения волны сигнала на глубине 100 м и его вес равен 45 г. Тогда, согласно формуле (3), в области распространения сигнальной волны амплитуда пикового давления в импульсе накачки будет $5 \times 10^4$ Па и временна́я постоянная этого импульса составит 130 мкс. Предположим, что объемная концентрация газовых пузырьков равна $10^{-5}$. Тогда расчет по формулам (9) - (24) дает значение временно́го сдвига для волны сигнала 33 мкс. Такое значение легко может быть измерено.

Работа выполнялась при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-05-16755) и Международного научного фонда ISF (код проекта JD 5 100).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Урик Р.Дж.* Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978. 446 с.
2. *Клей К., Медвин Г.* Акустическая океанография. М.: Мир, 1980. 582 с.
3. Физические основы подводной акустики / Пер. с англ. М.: Сов. радио, 1955. 740 с.
4. *Yoon S.W., Crum L.A., Prosperetti A., Lu N.Q.* An investigation of the collective oscillations of a bubble cloud. // J. Acoust. Soc. Amer. 1991. P. 700 - 706.
5. *Yoon S.W., Park K.J., Crum L.A., Nicholas M., Roy R.A., Prosperetti A., Lu N.Q.* Collective oscillations in a bubble column // Sea Surface Sound, Kerman B. (ed.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1993. P. 371 - 378.
6. *Schippers Ir.P.* Density of air-bubbles below the sea surface, theory and experiments. // Cavitation and Inhomogeneities in Underwater Acoustics, Lauterborn W. (ed.), Berlin; Heidelberg; New York, Springer-Verlag, 1980. P. 205 - 210.
7. *Thorpe S.A.* On the clouds of bubbles formed by breaking wind-waves in deep. waters, and their role in air-sea gas transfer // Phys. Trans. R. Soc. Lond. 1981. A-304. P. 155 - 210.
8. *Акуличев В.А., Буланов В.А., Кленин В.А.* Акустическое зондирование газовых пузырьков в морской среде // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 3. С. 289 - 295.
9. *Medwin H.* In situ acoustic measurements of bubble population in coastal ocean waters // J. Geophys. Research. 1970. V. 75. № 3. P. 599 - 611.
10. *Medwin H.* Acoustical determination of bubble-size spectra // J. Acoust. Soc. Amer. 1977. V. 62. № 4. P. 1041 - 1044.
11. *McConnell S.O.* Acoustic measurements of bubble densities at 15 - 50 kHz. // Sea Surface Sound, Kerman B. (ed.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1993. P. 237 - 252.
12. *Островский Л.А., Сутин А.М.* Нелинейные акустические методы диагностики газовых пузырьков в жидкости // Ультразвуковая диагностика. Горький: ИПФ АН СССР, 1983. С. 139 - 150.
13. *Ostrovsky L.A., Sutin A.M.* Nonlinear sound scattering from subsurface bubble layer // Sea Surface Sound, Kerman B. (ed.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1993. P. 363 - 370.
14. *Сандлер Б.М., Селивановский Д.А., Соколов А.Ю.* Измерение концентрации газовых пузырьков в приповерхностном слое моря // ДАН СССР. 1981. Т. 259. № 6. С. 1474 - 1476.
15. *Наугольных К.А., Островский Л.А.* Нелинейные волновые процессы в акустике. М.: Наука, 1990. 238 с.
16. *Nasarov V.E., Ostrovsky L.A., Soustova I.A., Sutin A.M.* Nonlinear acoustics of micro-inhomogeneous media // Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1988. V. 50. P. 65 - 73.
17. *Sutin A.M.* Nonlinear acoustic diagnonsticy of microinghomogeneous media // Proc. Recent advances in surveillance using acoustical and vibratory methods. Senlis, France. 1992. P. 497 - 506.
18. *Остроумов Г.А., Дружинин Г.А., Крячко В.М., Токман А.С.* Нелинейные явления при распространении акустических волн в пористых средах // Тез. докл. VI Международного симпозиума по нелинейной акустике. М.: МГУ, 1975. С. 166 - 173.
19. *Кобелев Ю.А., Сутин А.М.* Генерация звука разностной частоты в жидкости с пузырьками различных размеров // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 6. С. 860 - 865.
20. *Донской Д.М., Сутин А.М.* Рассеяние звука, обусловленное нелинейностью среды // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 3. С. 411 - 415.
21. *Donskoi D., Zamolin S., Kustov L., Sutin A.* Nonlinear bachscattering of acoustic waves in a bubble layer // Acoustics Letters. 1984. V. 7. P. 134 - 135.
22. *Sato T., Fukusima A., Ishida N., Ishikama H., Miwa M., Igarashi Y., Shimura T., Murakani K.* Nonlinear acoustic tomography system using counter propagating probe and pump waves // Ultrasonec Imaging. 1985. № 7. P. 49 - 59.
23. *Ichida N., Sato T., Miwa A., Murakami K.* Real-time nonlinear parameter tomography using impulsiv pumping waves // IEEE Trans. Sonic and Ultrasonics. 1984. V. 31. № 6. P. 635 - 641.
24. *Беляева И.Ю., Сутин А.М.* Сейсмическая томография нелинейных параметров // Препринт № 306. Нижний Новгород: Институт прикладной физики РАН. 1992. 27 с.

25. *Беляева И.Ю., Зайцев В.Ю., Островский Л.А., Сутин А.М.* Упругий нелинейный параметр как информационная характеристика в задачах сейсморазведки // Физика Земли. 1994. № 10. С. 39 - 46.

26. *Беляева И.Ю., Зайцев В.Ю., Сутин А.М.* Сейсмоакустическая томография нелинейных параметров земных пород в задачах сейсмологии и сейсморазведки // Физика Земли. 1994. № 12. С. 44 - 51.

27. *Кобелев Ю.А., Островский Л.А.* Модели газожидкостной смеси, как нелинейной диспергирующей среды // Нелинейная акустика. Горький: ИПФ АН СССР. 1980. С. 143 - 160.

28. *Заболотская Е.А., Солуян С.И.* Излучение гармоник и комбинационных частот воздушными пузырьками // Акуст. журн. 1972. Т. 26. № 3. С. 472 - 475.

## Nonlinear Acoustic Tomography of Bubble Clouds

**I. A. Soustova, A. M. Sutin, and S. W. Yoon**

A method of nonlinear acoustic tomography is applied to measuring the space distribution of bubbles in a sea. The idea underlying the method consists in varying the velocity of propagation of a high-frequency sounding wave in the bubble medium under action of a powerful pump pulse from an explosive source. The time shifts of the sounding wave are calculated as functions of a nonlinear parameter and characteristics of the pump pulse. The relation between the cubic nonlinear parameter and the concentration of gas bubbles is found.