

КРАТКИЕ
СООБЩЕНИЯ

УДК 534.231

О ЗАТУХАНИИ СИГНАЛОВ НАПРАВЛЕННЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ
В МЕЛКОМ МОРЕ

© 1996 г. А. Н. Степанов

Самарский государственный университет
443011 Самара, ул. Ак. Павлова, 1

Поступила в редакцию 16.03.95 г.

В работе [1] отмечается, что усредненная по толщине волновода величина квадрата модуля звукового давления $|\bar{\psi}|^2$ для монопольного (ненаправленного) излучателя в модели Пекериса спадает на "средних" расстояниях r по "закону 3/2" — $|\bar{\psi}|^2 \sim r^{-3/2}$. В [2] проводится анализ выражения $|\psi|^2$ (без усреднения по толщине волновода) для различных расположений горизонтов приема и излучения и в некоторых случаях отмечаются существенные отклонения от "закона 3/2". Полезно оценить влияние направленности излучателей на затухание сигналов в волноводе в ситуациях, аналогичных рассмотренным в [2].

Пусть в однородном плоскопараллельном волноводе толщиной h находится точечный монохроматический направленный излучатель с частотой колебаний ω и функцией влияния ψ_0 , имеющей в неограниченном пространстве вид [3]:

$$\begin{aligned} \psi_0(r, \theta, \varphi) = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n c_{nm} h_n^{(1)}(kr) P_n^{|m|}(\cos \theta) \exp(im\varphi), \end{aligned}$$

где r, θ, φ — сферические координаты точки наблюдения (центр системы координат совмещен с излучателем), c_{nm} — мультипольные моменты, определяющие направленные свойства излучателя, $h_n^{(1)}$ — сферические функции Бесселя третьего рода порядка n , $k = \omega/c$, c — скорость звука в среде, $P_n^{|m|}$ — присоединенные полиномы Лежандра. Будем считать, что рассматриваемый волновод может быть описан моделью Пекериса. Тогда, используя методику, развитую в [1], и исходя из разложения потенциала ψ_0 в совокупность плоских волн [3], можно получить потенциал поля направленного излучателя в волноводе Пекериса ψ_1 в виде суммы нормальных волн:

$$\begin{aligned} \psi_1(r, \theta, \varphi) = \\ = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_l^{nm} H_m^{(1)}(k\rho \sin \beta_l) \exp(im\varphi), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_l^{nm} = D_{nm} x_l \sin \alpha_l^{nm} \sin \alpha_{l0}^{nm} P_n^{|m|}(\cos \beta_l) \times \\ \times (\sin^2 x_l \operatorname{tg} x_l \hat{m}^{-2} + \sin x_l \cos x_l - x_l)^{-1}, \end{aligned}$$

$D_{nm} = \chi_{nm} c_{nm} \exp(i\pi(m-n)/2)/2$, $\chi_{nm} = (-1)^{n+|m|}$, $x_l = kh \cos \beta_l$ — корни дисперсионного уравнения: $\operatorname{tg} x + \hat{m} x ((khv)^2 - x^2)^{-1/2} = 0$,

$$\hat{m} = \rho_1/\rho_0, \quad \hat{n} = c_0/c_1 = n_0(1 + i\hat{\beta}),$$

$$\operatorname{Re} \hat{n} = n_0 < 1, \quad v^2 = 1 - n_0^2.$$

ρ_0, ρ_1, c_0, c_1 — плотности и скорости звука в волноводе и подстилающем полупространстве соответственно, $\hat{\beta} > 0$ — коэффициент затухания для волновода, $\alpha_l^{nm} = \pi(1 - \chi_{nm})/4 + x_l z/h$, $\alpha_{l0}^{nm} = \pi(1 - \chi_{nm})/4 + x_l z_0/h$, $z = r \cos \theta$, $\rho = r \sin \theta$, $H_m^{(1)}$ — функции Ханкеля первого рода, z_0 и z — горизонты излучателя и точки приема в системе координат, связанной с поверхностью волновода (полярная ось направлена к его дну).

Если теперь воспользоваться полученной в [1] приближенной оценкой комплексных собственных значений задачи Штурма–Лиувилля и вычислить квадрат модуля потенциала ψ_1 , то, оставляя только слагаемые, соответствующие изменению среднего значения $|\psi_1|^2$, получим

$$|\psi_1|^2 = \frac{32\pi}{k^3 h^2 \rho} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sum_{\nu=0}^{\nu} \sum_{\mu=-\nu}^{\mu} |d_{nm}| |d_{\nu\mu}| \cos \xi_{nm}^{\nu\mu} S_{nm}^{\nu\mu}, \quad (1)$$

где $d_{nm} = -\chi_{nm} D_{nm} P_n^{|m|}(0) = |d_{nm}| \exp(i\delta_{nm})$, $\xi_{nm}^{\nu\mu} = \delta_{nm} - \delta_{\nu\mu} + (m - \mu)(\varphi - \pi/2)$

$$S_{nm}^{\nu\mu} = \sum_{l=0}^{\nu} f_l^{nm} f_l^{\nu\mu} \exp(-\delta \rho l^2),$$

$$f_l^{nm} = \sin \alpha_l^{nm} \sin \alpha_{l0}^{nm}, \quad \alpha_l^{nm} = \pi(1 - \chi_{nm})/4 + \pi l z/H,$$

$$\alpha_{l0}^{nm} = \pi(1 - \chi_{nm})/4 + \pi lz_0/H, \quad H = h + \hat{m}/kv,$$

$$\delta = 2\hat{\beta} \pi^2 n_0^2 \hat{m} / (v^3 k^2 H^3).$$

После вычисления квадрата модуля потенциала монопольного излучателя в [2] рассмотрено несколько частных случаев положения излучателя и приемника, для чего использована формула суммирования Эйлера–Маклорена. Однако для $\delta\rho \geq 1$ пренебрежение в этой формуле остаточным членом приводит к большой погрешности результата. Поэтому предлагается, оставаясь в рамках уже имеющейся погрешности, ограничиться при вычислении $S_{nm}^{v\mu}$ одним или двумя слагаемыми. Причем, предлагаемое приближение нельзя использовать только для $\delta\rho \ll 1$. Введем следующие обозначения. Пусть $M1$ – множество четверок индексов (n, m, v, μ) , для которых одновременно $\chi_{nm} = +1$ и $\chi_{v\mu} = +1$, $E = \sum_{(n, m, v, \mu) \in M1} |d_{nm}| |d_{v\mu}| \cos \xi_{nm}^{v\mu}$ – суммирование выполняется только по индексам $(n, m, v, \mu) \in M1$, $M2$ – множество индексов (n, m, v, μ) , для которых одновременно $\chi_{nm} = -1$ и $\chi_{v\mu} = -1$, $F = \sum_{(n, m, v, \mu) \in M2} |d_{nm}| |d_{v\mu}| \cos \xi_{nm}^{v\mu}$, $M3$ – множество четверок (n, m, v, μ) , для которых $\chi_{nm}\chi_{v\mu} = -1$, $Q = \sum_{(n, m, v, \mu) \in M3} |d_{nm}| |d_{v\mu}| \cos \xi_{nm}^{v\mu}$. Рассмотрим теперь несколько частных случаев.

1. Пусть $z = z_0 = H/2$. Тогда при $\chi_{nm} = +1$, $f_l^{nm} = \sin^2(\pi l/2)$, а при $\chi_{nm} = -1$, $f_l^{nm} = \cos^2(\pi l/2)$. Разбивая сумму в (1) на три группы слагаемых, соответствующих множествам индексов $M1$, $M2$, $M3$, будем иметь

для $(n, m, v, \mu) \in M1$

$$S_{nm}^{v\mu} = \sum_{l=0} \sin^4(\pi l/2) \exp(-\delta\rho l^2) \approx \exp(-\delta\rho),$$

для $(n, m, v, \mu) \in M2$

$$S_{nm}^{v\mu} = \sum_{l=0} \cos^4(\pi l/2) \exp(-\delta\rho l^2) \approx 1,$$

для $(n, m, v, \mu) \in M3$,

$$S_{nm}^{v\mu} = \sum_{l=0} \sin^2(\pi l/2) \cos^2(\pi l/2) \exp(-\delta\rho l^2) \equiv 0.$$

Таким образом, (1) приобретает вид

$$|\bar{\Psi}_1|^2 = \frac{32\pi}{k^3 H^2} (E \exp(-\delta\rho) + F) / \rho.$$

2. Пусть теперь $z_0 \ll z = H/2$ – источник размещен вблизи поверхности, а приемник – на середине эффективной ширины волновода. Рассуждая аналогичным образом и полагая $\sin(\pi lz_0/H) \approx \pi lz_0/H$, $\cos(\pi lz_0/H) \approx 1$, получим

$$|\hat{\Psi}_1|^2 = \frac{32\pi}{k^3 H^2} (E \pi^2 z_0^2 / H^2 \exp(-\delta\rho) + F) / \rho.$$

3. Для близкорасположенных к поверхности источников и приемника $z \ll H/2$ и $z_0 \ll H/2$ получим

$$|\hat{\Psi}_1|^2 = \frac{32\pi}{k^3 H^2} (E \pi^4 z^2 z_0^2 / H^4 + F(1 + \exp(\delta\rho)) + Q \pi^2 z z_0 / H^2) \exp(-\delta\rho) / \rho.$$

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующий вывод: во всех рассмотренных частных случаях при $F \neq 0$, т.е. при наличии в составе Ψ_0 мультиполей с $\chi_{nm} = -1$ (вертикального диполя или смешанных квадруполь с z -составляющей) спадание поля на расстояниях $\delta\rho \geq 1$ пропорционально ρ^{-1} . При отсутствии или слабости таких составляющих поле спадает как $\exp(-\delta\rho)/\rho$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1972. 343 с.
2. Грачев Г.А. Особенности затухания сигналов в мелком море // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 2. С. 275–277.
3. Быковцев П.И., Кузнецов П.И., Степанов А.Н. Акустическое поле направленного источника в океанических волноводах // ДАН СССР. 1985. Т. 280. № 1. С. 57–59.