АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 5, с. 597–603

УДК 534.832.533.6

ОСОБЕННОСТИ ВОЛНОВОДНЫХ И РЕЗОНАНСНЫХ ГЛУШИТЕЛЕЙ ШУМА

© 1996 г. Д. В. Баженов, Л. А. Баженова, А. В. Римский-Корсаков
Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника, 4
Поступила в редакцию 05.07.95 г.

Проведен анализ поведения системы акустических резонаторов Гельмгольца в воздуховоде конечной длины с использованием метода электроакустических аналогий и теории линейных электрических схем. Показано, что применение нескольких, последовательно расположенных резонаторов (по типу "волноводного изолятора") позволяет значительно увеличить глубину запирания на частоте резонанса по сравнению с одиночным резонатором суммарного объема. При частотах же ниже и выше резонансной эффективность системы резонаторов несколько меньше, чем одиночного. Обнаружено, что в системе резонаторов помимо положительного эффекта на резонансной частоте, на частотах ниже резонансной существует область частот, в которой эффективность глушения снижается даже по сравнению с гладким воздуховодом без каких-либо глушителей. Проведено сравнение расчета с экспериментом и показано их удовлетворительное совпадение.

В глушителях шума систем кондиционирования и вентиляции нашли применение так называемые волноводные изоляторы шума [1–3]. Это устройство из одинаковых звеньев-отрезков трубы с присоединенными к ним акустическими резонаторами схематически изображено на рис. 1а. Резонаторы образуются полостями, охватывающими центральный трубопровод и соединенными с помощью отверстий в стенке трубопровода и разделяющих его таким образом на ряд одинаковых секций-патрубков. Прохождение звука через цепочку таких звеньев целесообразно рассматривать с помощью известного метода электроакустических аналогий и теории линейных электрических схем. Здесь мы рассмотрим наиболее часто встречающийся на практике случай узких труб, по которым распространяются однородные по сечению трубы волны, и коротких отрезков трубы между отверстиями, акустическое сопротивление которых в рабочем диапазоне частот $Z = j\omega m$ можно считать чисто инерционным. Эквивалентная электрическая схема представится в виде цепочки T-звеньев (рис. 1б), в которых последовательные элементы (Z) составляют акустические массы половин отрезков трубы: $m = \rho_0 l/S_т$, а параллельные – проводимости резонаторов (Y), образованных акустическими массами в горлах-отверстиях ($m_р$) и гибкостями полостей $C = V_р/\rho_0 c_0^2 = 2lS_р/\rho_0 c_0^2$. Здесь $S_т$ – поперечное сечение центральной трубы, а $S_р$ – сечение цилиндрических полостей, охватывающих трубопровод ($V_р = 2lS_р$)

$$Y = 1/\left(i\omega m_р + \frac{1}{j\omega C}\right) = j\omega C/\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_р^2}\right), \qquad (1)$$

$$\omega_р = (m_р C)^{-1/2}.$$

Эквивалентный электрический четырехполюсник T-образного звена глушителя описывается матрицей:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + ZY & Z(2 + ZY) \\ Y & 1 + ZY \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Характеристическое сопротивление такого звена имеет вид: $Z_x = \sqrt{Z/Y(2 + ZY)}$. Если звено замкнуто на характеристическое сопротивление, т.е. если $p_2 = Z_x v_2$, то в полосе прозрачности звена отражение волн от его выхода отсутствует:

$$p_2 = p_1(1 + ZY - \sqrt{ZY(2 + ZY)}) = p_1\lambda_2,$$

где $\lambda_2 = (1 + ZY - \sqrt{ZY(2 + ZY)}$.

p_2 можно представить в комплексной форме, используя преобразование $1 + ZY - \sqrt{ZY(2 + ZY)} = 1 + ZY - j\sqrt{1 - (1 + ZY)^2}$. Тогда $p_2 = p_1\lambda_2 = p_1\exp(-j\psi)$, $\psi = \mathrm{arctg}\left\{\frac{\sqrt{-ZY(2 + ZY)}}{1 + ZY}\right\}$. В области частот ниже резонансной ψ – фазовый угол поворота давления p_2 относительно входного p_1, амплитуда $|p_2| = |p_1|$, $|\lambda_2| = 1$.

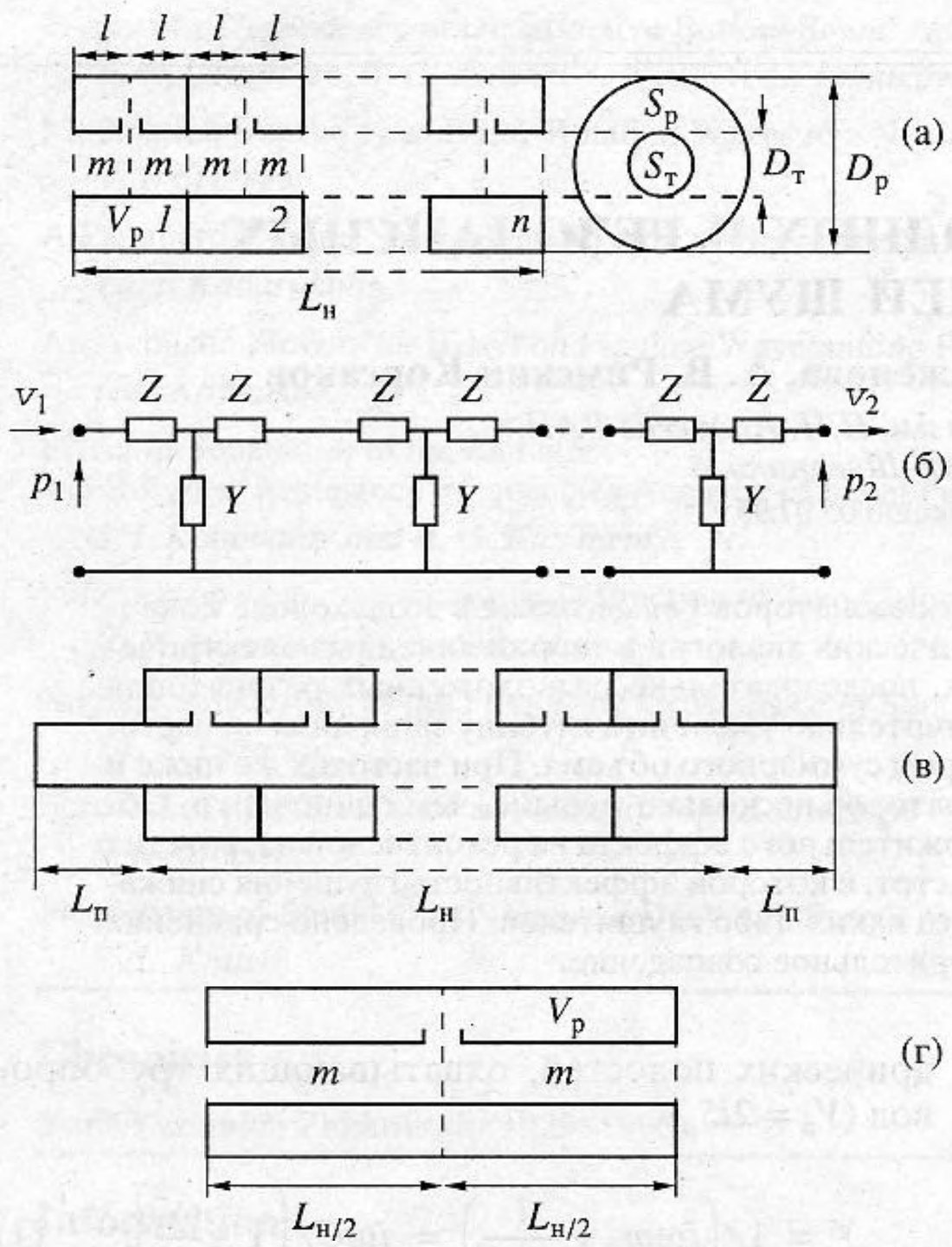

Рис. 1. Схемы глушителей и их электроакустические аналогии: а – волноводный изолятор шума; б – эквивалентная электрическая схема волноводного изолятора; в – глушитель с патрубками; г – одиночный резонансный глушитель.

Для расчета цепочки из большого числа одинаковых звеньев, матрицу (2) удобно представить в виде произведения:

$$\begin{bmatrix} 1+ZY & Z(2+ZY) \\ Y & 1+ZY \end{bmatrix} = [X][\Lambda][X]^{-1}, \qquad (3)$$

где:

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{-\sqrt{ZY(2+ZY)}}{Y} \\ \dfrac{Y}{\sqrt{ZY(2+ZY)}} & 1 \end{bmatrix};$$

$$[X]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{\sqrt{ZY(2+ZY)}}{Y} \\ -\dfrac{Y}{\sqrt{ZY(2+ZY)}} & 1 \end{bmatrix};$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}.$$

Это представление удобно тем, что $[X]^{-1}[X] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Составляя цепочку фильтров (1) из n звеньев, по правилу умножения матриц справа налево, получим:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = [X] \begin{bmatrix} \lambda_1^n & 0 \\ 0 & \lambda_2^n \end{bmatrix} [X]^{-1} \begin{bmatrix} p_n \\ v_n \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

В полосе прозрачности, при нагрузке $p_n/v_n = Z_x$ давление на выходе только повернуто по фазе на $n\psi$. Для расчета действия волноводного изолятора в широкой полосе частот запишем:

$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{mC\omega^2}{1-\omega^2/\omega_p^2} \pm$$
$$\pm j\sqrt{\frac{mC\omega^2}{1-\omega^2/\omega_p^2}\left(2 - \frac{mC\omega^2}{1-\omega^2/\omega_p^2}\right)}. \qquad (5)$$

Когда $\omega \longrightarrow \omega_p$, величина ZY неограничено возрастает по абсолютной величине. Тогда можно записать:

$$\lambda_1 \approx 2 + 2ZY \longrightarrow \infty; \quad \lambda_2 \approx \frac{1}{2ZY} \longrightarrow 0, \quad \omega \approx \omega_p. \qquad (6)$$

На частотах, значительно больших ω_p, существенно сказывается гибкость участков трубы между отверстиями резонаторов, сопротивление которых в нашем приближении считается чисто инерционным. Если учесть гибкость этих участков C_0, то к величине Y должна быть прибавлена величина $Y_0 = j\omega C_0 = j\omega \dfrac{2lS_т}{\rho_0 c_0^2}$ (см. рис. 1б). Диапазон частот, в котором гибкостью звеньев трубы между резонаторами можно пренебречь определяется соотношением $|Y_0| \ll |Y|$.

С целью упрощения расчетов в некоторых работах (см., например, [4]) используется "размазывание" свойств большого числа T-звеньев, занимающих общую длину изолятора $L_и = 2nl$, путем неограниченного увеличения n при сохранении $L_и = \text{const}$, так что $2l = L_и/n \longrightarrow 0$. Тогда $ZY = Z_0 Y_0 L_и^2/2n^2$, где $Z_0 = j\rho_0\omega/S_т$ – инерционное сопротивление трубопровода на единицу длины изолятора и $Y_0 = j\omega S_p/\rho_0 c_0^2(1-\omega^2/\omega_p^2)$ – акустическая гибкость камер резонаторов также на единицу длины $L_и$. В этом случае для n звеньев, при

согласованной нагрузке получим

$$\frac{p_{2n}}{p_1} = \lambda_2^n =$$

$$= \left[1 + Z_0Y_0L_и^2/2n^2 - \sqrt{\frac{Z_0Y_0L_и^2}{2n^2}\left(2 + \frac{Z_0Y_0L_и^2}{2n^2}\right)}\right]^n. \quad (7)$$

При большом числе n, пренебрегая $Z_0Y_0L_и^2/2n^2$ в сравнении с $L_и\sqrt{Z_0Y_0}/n$, приближенно считают

$$\frac{p_{2n}}{p_1} = \left[1 - \frac{\sqrt{Z_0Y_0}}{n}L_и\right]^n \xrightarrow[n\to\infty]{} e^{-\sqrt{Z_0Y_0}L_и}.$$

Тогда затухание давления в дБ при $\omega > \omega_р$ составит $\approx 8.68kL[S_т/S_р(\omega^2/\omega_р^2 - 1)]^{-1/2}$ на одно звено. Однако, такой расчет можно использовать только при очень большом числе звеньев. Более того, условие отсутствия отражения от конца глушителя на практике не осуществимо и, при этом, интерес, как правило, представляет не величина звукового давления на конце воздуховода, а давление излучения шума на некотором расстоянии от этого конца. Вход глушителя, на практике, либо непосредственно примкнут к источнику шума (вентилятору), либо через промежуточный воздуховод, а выход – может примыкать к дополнительному воздуховоду конечной длины (рис. 1в). В такой схеме расположение резонансного глушителя и расширительной камеры нами был произведен расчет и сравнен с экспериментом [5].

Ниже мы приводим аналогичный результат для волноводного изолятора шума. Расположение изолятора в воздуховоде принято (для упрощения расчетов и наглядности формул) симметричным.

Матрица для такой системы имеет вид:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kL_п & j\dfrac{\rho_0c_0}{S_т}\sin kL_п \\ j\dfrac{S_т}{\rho_0c_0}\sin kL_п & \cos kL_п \end{bmatrix} [X][\Lambda] \times$$

$$\times \frac{1}{2}[X]^{(-1)} \begin{bmatrix} \cos kL_п & j\dfrac{\rho_0c_0}{S_т}\sin kL_п \\ j\dfrac{S_т}{\rho_0c_0}\sin kL_п & \cos kL_п \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

При выходе системы нагруженном на свободную среду, при условии, что в рассматриваемом диапазоне частот труба узкая, можно считать нагрузку на выходе $Z_н = p_2/v_2$ чисто реактивной, инерционной, эквивалентной некоторому удлинению воздуховода. Это удлинение можно включить в длину $L_п$ и для симметрии считать, что входной трубопровод тоже включает такое удлинение.

Давление шума на расстоянии R от конца системы в таких предположениях определяется через объемную скорость (v_2) на выходе при $p_2 = 0$:

$$p_R = \frac{j\omega\rho_0 v_2}{4\pi R}.$$

Для полной определенности расчета требуется знать условия на входе системы – соотношения между p_1 и v_1. Из эксперимента [6] вытекает, что вентилятор как источник шума нагруженный на узкий воздуховод, в большей части диапазона звуковых частот, создает независимое от величины нагрузки звуковое давление. Тогда, при $|p_1| = \text{const}$, перемножением матриц из (9), полагая $p_2 = 0$, получим:

$$v_2 = \{2p_1/W\}/\left\{\left(\frac{u}{W}\cos^2 kL_п - \frac{W}{u}\sin^2 kL_п\right)\times\right.$$
$$\left.\times(\lambda_1^n - \lambda_2^n) + 2j\sin kL_п\cos kL_п(\lambda_1^n + \lambda_2^n)\right\}. \quad (11)$$

В другом крайнем случае, $|v_1| = \text{const}$:

$$v_2 = \{2v_1\}/\left\{(\cos^2 kL_п - \sin^2 kL_п)(\lambda_1^n + \lambda_2^n) + \right.$$
$$\left. + j\left(\frac{u}{W} - \frac{W}{u}\right)(\lambda_1^n - \lambda_2^n)2\sin kL_п\cos kL_п\right\}. \quad (12)$$

Здесь: $u = \frac{1}{Y}\sqrt{ZY(2+ZY)}$; $\lambda_{1,2} = 1 + ZY \pm \sqrt{ZY(2+ZY)}$; $Z = j\omega\rho_0 l/S_т$; $Y = j\omega C/(1 - \omega^2/\omega_р^2)$; $W = \rho_0c_0/S_т$.

Так же, как в случае одиночного резонансного глушителя [2], имеет место "запирание" на частоте $\omega = \omega_р$, так как $\lambda_1 \longrightarrow \infty$ (6). В области $\omega > \omega_р$ $\lambda_{1,2}$ перестают быть комплексными и $\lambda_1^n \pm \lambda_2^n$ могут неограниченно возрастать с частотой, однако, при наличии патрубков ($L_п$) будут проявляться резонансы и в этой области частот.

Из (11) легко получить некоторые частные случаи. Если положить $L_п = 0$, то найдем объемную скорость на выходе волноводного изолятора, непосредственно примкнутого к источнику шума и без выходного патрубка $L_п$:

$$v_{2а} = \frac{2p_1Y}{\sqrt{ZY(2+ZY)}(\lambda_1^n - \lambda_2^n)}. \quad (13)$$

Помещая в середине воздуховода длиной $L_и = 2L_п$ один резонатор без последовательных звеньев (l) и полагая $n = 1$, получим

$$v_{2б} = \frac{p_1}{jW(\sin 2kL_п + jYW\sin^2 kL_п)}. \quad (14)$$

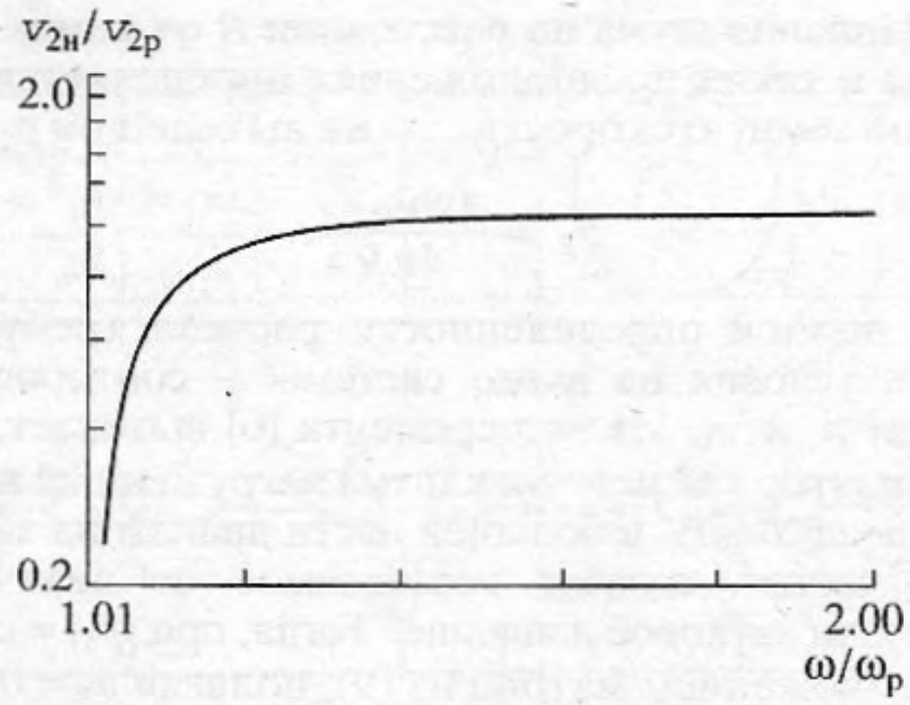

Рис. 2. Сравнение эффективности глушителя из трех ячеек с одиночным резонансным глушителем.

Для трубопровода длиной $L_и = 2L_п$ без глушителя, полагая в (11) $Z = 0$, $Y = 0$, получим элементарное соотношение для возбуждения открытой на конце трубы заданным давлением в начале:

$$v_{2в} = \frac{p_1}{jW\sin kL_и} \approx \frac{p_1}{jWkL_и}, \quad kL_и \ll 1. \tag{15}$$

Эффективность глушителя в виде резонатора (б) по отношению к гладкой трубе оценивается отношением выражений (14) и (15):

$$\frac{v_{2в}}{v_{2б}} = 1 + j\frac{1}{2}YW\operatorname{tg}\left(\frac{kL_и}{2}\right) = \\ = 1 - \frac{kL_и V_р}{2V_т(1-\omega^2/\omega_р^2)}\operatorname{tg}\frac{kL_и}{2}. \tag{16}$$

Здесь $V_р$ – объем полости резонатора; $V_т = S_т L_и$ – объем гладкой трубы. Это соотношение рассмотрено в [5]. Проведем аналогичную оценку эффективности волноводного изолятора длиной $L_и$, состоящего из n звеньев, с общим объемом полостей резонаторов $V_р = S_р L_и$, по отношению к резонансному глушителю тех же габаритов (рис. 1а и 1г), при одинаковых частотах настройки $\omega_р$. Оставляя для ZY те же значения, что и в (12), при делении объемов камер и длин звеньев на n, для волноводного изолятора получим: $Z_n = j\omega\rho_0 l/S_т = j\omega\rho_0 L_и/2nS_т = Z/n$;

$$Y_n = j\omega\frac{L_и S_р \omega^2}{n\rho_0 c_0^2(\omega_р^2 - \omega^2)} = \frac{Y}{n};$$

$$\lambda_{n\,1,2} = 1 + ZY/n^2 \pm \sqrt{ZY/n^2(2 + ZY/n^2)},$$

$$v_{2и} = \frac{2p_1 Y/n}{\sqrt{2\frac{ZY}{n^2}\left(1 + \frac{ZY}{2n^2}\right)}}\frac{1}{(\lambda_{n1}^n - \lambda_{n2}^n)} = \\ = \frac{2p_1}{\sqrt{2Z/Y}(1 + ZY/n^2)(\lambda_{n1}^n - \lambda_{n2}^n)}. \tag{17}$$

Для глушителя ($v_{2р}$) с резонатором используем (13) при $n = 1$. Тогда искомая эффективность равна:

$$\frac{v_{2и}}{v_{2р}} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_{n1}^n - \lambda_{n2}^n}\frac{\sqrt{1 + ZY/2}}{\sqrt{1 + ZY/2n}} \approx \frac{\sqrt{-2ZY}}{\sin\sqrt{-2ZY}}, \tag{18}$$

$$n \gg 1, \quad \omega \ll \omega_р.$$

Приближенное выражение в (18) получено для частот $\omega \ll \omega_р$, когда $(kL)^2 S_р/S_т \ll 1$, число секций $n \gg 1$ и $ZY/n^2 \ll \sqrt{ZY/n}$. Из приближенного выражения (18) следует, что при $\omega < \omega_р$ объемная скорость $v_{2и}$ на выходе волноводного изолятора больше, чем аналогичная объемная скорость $v_{2г}$ на выходе одиночного резонатора. Следовательно, в области низких частот применение волноводного изолятора невыгодно.

Так как для экспериментальной проверки справедливости применяемого метода расчета использовался волноводный изолятор, состоящий из трех секций, то точное значение выражения (18) для $\omega > \omega_р$ было численно рассчитано для $n = 3$. Результат расчета представлен на рис. 2 для $\omega > \omega_р$, из которого видно, что только в весьма узкой полосе частот, отличающейся не более, чем на 10% от частоты резонанса $\omega_р$, волноводный глушитель более эффективен, чем одиночный резонатор. Что же касается частот $\omega > 1.1\omega_р$, то здесь волноводный изолятор снижает уровень шума на 1–2 дБ меньше чем одиночный резонатор.

На резонансной частоте $\omega_р$ существенную роль играют потери в горлах резонаторов [7]. Для рассмотрения поведения систем глушителей (рис. 1) вблизи резонансов следует в эквивалентную схему (рис. 1б) ввести эквивалентные активные сопротивления. Проще всего положить

$$Y = \frac{1}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega m_р + r} = j\omega C\frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_р^2} + jrC\omega} = \\ = \frac{j\omega V_р}{\rho_0 c_0^2 \xi}; \quad \xi = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_р^2} + j\eta\frac{\omega}{\omega_р}; \tag{19}$$

$$\eta = r/m_р\omega_р.$$

Таким образом, η – это коэффициент потерь в резонаторах, и на резонансной частоте $Y = \omega V_р/\rho_0 c_0^2 \eta$. Тогда на резонансной частоте ($\omega = \omega_р$):

$$v_{2a} = \frac{S_т p_1}{jk_р L_и \rho_0 c_0\left[1 + j\left(\frac{k_р L_и}{2}\right)^2 V_р/V_т\eta\right]}, \quad n = 1;$$

$$v_{2a} = \frac{S_т p_1}{\rho_0 c_0\sqrt{j - \left(\frac{k_р L_и}{2n}\right)^2\frac{V_р}{V_т\eta}}}\frac{2}{\lambda_{n1}^n - \lambda_{n2}^n}, \quad n > 1. \tag{20}$$

Если $\eta \ll 1$, то (20) становится практически чисто вещественным (v_2 в противофазе с p_1),

$$v_{2a} \approx 4S_т\eta p_1/\rho_0 c_0(k_р L_и)^3, \quad n = 1. \tag{21}$$

Для оценки v_{2a} при $n > 1$ существенна величина $n^2\eta$. Если затухание η столь мало, что $n^2\eta \ll 1$, то $|ZY|/n^2$ на резонансе может стать весьма большим и тогда $\lambda_{n1}^n - \lambda_{n2}^n \approx (2ZY/n^2)^n$. Это дает оценку:

$$v_{2a} \approx \frac{4S_т p_1}{j^n \rho_0 c_0 (k_р L_и)^{n+1}}(\eta V_т n^2/V_р)^n. \tag{22}$$

Практически, при увеличении числа ячеек и сохранении общих габаритов устройства, для $n \gg 1$ получим:

$$v_{2a} \approx \frac{S_т p_1}{\rho_0 c_0}\frac{\sqrt{V_р/jV_т\eta}}{\operatorname{sh}(k_р L_и\sqrt{V_р/jV_т\eta})}, \qquad \omega = \omega_р. \tag{23}$$

Отношение $v_{2a,\,n\to\infty}/v_{2a,\,n=1}$ по модулю принимает вид:

$$\left|\frac{v_{2a,\,n\to\infty}}{v_{2a,\,n=1}}\right| = \frac{\alpha}{\sqrt{\operatorname{sh}^2\alpha + \sin^2\alpha}}; \tag{24}$$

$$\alpha = k_р L_и\sqrt{V_р/V_т\eta}.$$

Здесь предположено, что затухание в резонансном глушителе и в волноводном одинаково. Если это не так, то достаточно величину α в числителе (24) заменить на η_1, а в знаменателе на η_2 соответственно для резонансного и волноводного устройств.

В одном из экспериментов нами использовался волноводный изолятор шума с тремя звеньями. Положим $n = 3$, учтем потери в резонаторах с помощью (19), введем для краткости письма и удобства алгебраических преобразований:

$$ZY = a = -\frac{\omega^2 l^2}{c_0^2}\frac{2S_р}{S_т\xi} = -x^2\frac{M}{\xi}, \tag{25}$$

где

$$M = \frac{\omega_р^2 l^2 2S_р}{c_0^2 S_т}, \quad \xi = (1 - x^2) + j\eta x; \quad x = \frac{\omega}{\omega_р}.$$

Тогда (11) после некоторых промежуточных алгебраических преобразований принимает вид:

$$v_{2a} = \frac{S_т p_1}{j\omega_р\rho_0 l}\Bigg\{x\Bigg[(a+2)\cos^2(k_р L_п x) - \frac{2S_р}{S_т\xi}\sin^2(k_р L_п x)\Bigg]\Bigg[4(a+1)^2 + \frac{1}{k_р l}(a+1)\times$$
$$\times[4(a+1)^2 - 3]\sin(2k_р L_п x)\Bigg\}^{-1} =$$

$$= \frac{S_т p_1 \xi^3}{j\omega_р\rho_0 l}\Bigg\{\Bigg[x(2\xi - Mx^2)\cos^2(k_р L_п x) - \frac{2S_р}{S_т}\sin^2(k_р L_п x)\Bigg](\xi - 2x^2M)(3\xi - 2x^2M) + \tag{26}$$
$$+\frac{1}{k_р l}(\xi - x^2M)[(2-\sqrt{3})\xi - 2x^2M]\times$$
$$\times[(2+\sqrt{3})\xi - 2x^2M]\sin(2k_р L_п x)\Bigg\}^{-1}.$$

Как и следовало ожидать, на очень низких частотах $x \longrightarrow 0$, ($\xi \longrightarrow 1$) из (26), сохраняя только члены первого порядка относительно x, получим:

$$v_{2a} \approx \frac{S_т p_1}{j\omega_р\rho_0 l x\left(6 + 2\frac{L}{l}\right)} = \frac{S_т p_1}{j\omega\rho_0(6l + 2L)}. \tag{27}$$

Глушитель ведет себя как труба сечением $S_т$ и длиной, равной длине систем из двух патрубков ($L_п$) и трех звеньев глушителя ($6l$). На резонансе звеньев $\omega = \omega_р$, $x = 1$, $\xi = j\eta$. Пренебрегая для простоты расчета членами $\sim\eta$ в фигурных скобках в сравнении с M (что справедливо при малом затухании), получим:

$$v_{2a} = \frac{S_т p_1 \eta^3}{\rho_0 c_0 4M^3}\times$$
$$\times\left(k_р l\cos^2 k_р L - \frac{1}{k_р^2 l^2}\sin^2 k_р L + \sin 2k_р l\right). \tag{28}$$

Из (28) следует, что на частоте запирания эффект глушения $\sim\eta^3$, (в общем случае $\sim\eta^4$).

Частоту нежелательных резонансов экспериментального глушителя (рис. 1в) и превышение звукового давления $p_р$ по сравнению с гладкой трубой того же сечения ($S_т$) и длины что и глушитель ($2L + 6l$) можно приближенно оценить с помощью (11). Используя обозначения, введенные в (38), и полагая $n = 3$, имеем:

$$\lambda_{1,2} = a + 1 \pm \sqrt{a(a+2)};$$

$$\frac{u}{W} = \frac{S_т\xi}{2jS_р kl}\sqrt{a(a+2)};$$

$$\lambda_1^3 - \lambda_2^3 = (\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1^2 + 1 + \lambda_2^2) =$$
$$= 2\sqrt{a(a+2)}[4(a+1)^2 - 1];$$

$$\lambda_1^3 + \lambda_2^3 = 2(a+1)[4(a+1)^2 - 3].$$

$$p_р = \frac{j\omega\rho_0 v_{2a}}{4\pi R} = \frac{S_т p_1}{4\pi RFl},$$

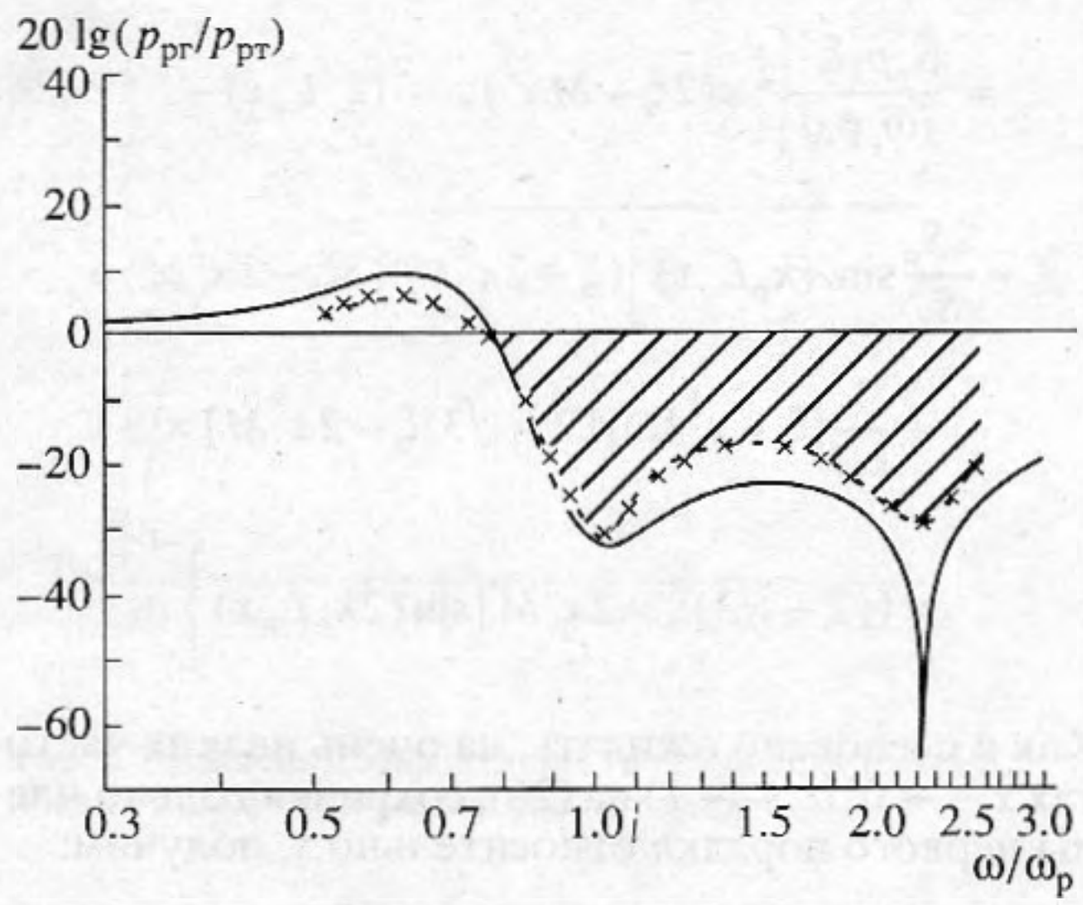

Рис. 3. Сравнение эффективности 3-звенного глушителя с гладкой трубой; — теория; –*– эксперимент.

где

$$F = \left[(a+2)\cos^2 kL_п - \frac{2S_р}{S_т\xi}\sin^2 kL_п\right][4(a+1)^2-1] + \\ + \frac{2}{kl}(a+1)[4(a+1)^2-3]\sin kL_п \cos kL_п.$$

На нежелательных резонансах многочлен F в отсутствие затухания (когда $\eta = 0$; $\xi = 1 - x^2$) обращается в нуль. При малом затухании ($\eta x \ll 1 - x^2$) минимумы $F_{\eta \neq 0}$ близки к частотам x_i, которые соответствуют $F(a_i) = 0$. Частота нежелательного резонанса ниже частоты запирания, так как при этом входит в игру масса патрубков ($L\rho_0/S_т$). В экспериментальном глушителе $k_рL \ll 1$ и можно положить $\cos kL_п \approx 1$, $\sin kL_п \approx kL_п$. Тогда F обращается в многочлен третьей степени от a и на искомых резонансах

$$F(a_i) = \left[a_i + 2 + a_i\left(\frac{L_п}{l}\right)^2\right][4(a_i+1)^2-1] + \\ + 2\frac{L_п}{l}(a_i+1)[4(a_i+1)^2-3] = 0. \qquad (30)$$

$$\eta = 0$$

Полагая $\xi = 1 - x_i^2 + j\eta x_i = \xi_0 + j\eta x_i = \xi_0 + \Delta\xi_0$, найдем приближенное значение $F(a)$ при $a = a_i$; $x = x_i$:

$$F(a) \approx 0 + \frac{\partial}{\partial a_i}F(a_i)\frac{\partial a_i}{\partial \xi_0} j\eta x_i = F'_a j\frac{a_i x_i \eta}{1 - x_i^2}. \qquad (31)$$

$$\eta = 0; \quad a = a_i.$$

С учетом присоединенных масс на концах патрубков ($0.8\sqrt{\frac{S_т}{\pi}}\rho_0/S_т$) в экспериментальном глушителе $L_п$ составляет 0.181 м, длины звеньев $2l = 0.15$ м, $S_р/S_т = 8$ и при $c_0 = 344$ м/с, $F(a)$ имеет один вещественный корень $a_i = -1.387$, что дает $x_i = 0.814$ и $f_i = 65.9$ Гц; и $F(a) = 145j\eta$. Труба той же длины и сечения, что и глушитель, создавала бы при заданном на входе давлении p_1 давление

$$p_{рт} = \frac{S_т p_1}{4\pi R(2L_п + 6l)}. \qquad (32)$$

Тогда эффект глушителя $p_{рг}/p_{рт}$ на нежелательном резонансе составит:

$$\frac{p_{рг}}{p_{рт}} = \frac{2L_п + 6l}{lF(a)} = \frac{0.075}{\eta}. \qquad (33)$$

Из (33) видно, что по сравнению с гладкой трубой превышение на нежелательном резонансе будет заметно только, если $\eta \leq 0.07$–0.08, т.е. при большой добротности систем на этом резонансе. Положительный эффект на частоте запирания для этого же глушителя в сравнении с гладкой трубой при подстановке его размеров в (28), (31) составит $1.76\eta^3$ и может быть очень большим в идеальном случае точной настройки всех труб звеньев систем на одну резонансную частоту. При $\eta = 0.075$ он составит ~60 дБ.

На рис. 3 даны частотные характеристики эффективности экспериментального волноводного изолятора шума – отношения давлений, излучаемых в свободное пространство $p_{рг}/p_{рт}$, рассчитанные с помощью (29) в диапазоне частот $0.3f_р \leq f \leq 3f_р$, при котором справедливы приближенные выражения для импедансов Z и проводимостей Y. Потери в резонаторах взяты произвольно ($\eta = 0.3$). Область положительно эффекта заштрихована.

Для расчета $p_{рт}$ учтено активное сопротивление излучения гладкой трубы и соответственно (15) заменено на

$$v_{2в} = \frac{p_1 S_т}{j\rho_0 c_0[\sin(kL_п) - j(kr_т)^2]}, \qquad (34)$$

где $r_т = \sqrt{S_т/\pi}$ – радиус трубы и $kL_и = (2L_п + 6l)k$. Тогда

$$\left|\frac{p_{рг}}{p_{рт}}\right| = \frac{\sqrt{\sin^2(kL_п) + (kr_т)^4}}{klF}. \qquad (35)$$

Таким образом, как показывает проведенный в данной работе анализ, при размещении в воздуховоде конечной длины системы ячеистых фильтров в нем возникают нежелательные резонансы как ниже, так и выше частоты запирания, аналогично тому как это имеет место при применении одиночных резонансных глушителей и расширительных камер, рассмотренных нами в [5] ранее. Такие низкочастотные резонансы, на которых

эффективность глушения шума снижается даже по сравнению с обычной гладкой трубой-воздуховодом, возникают из-за неизбежных отражений волн от концов глушителя и взаимодействия глушителя с патрубками воздуховода, в которых встроен глушитель.

Наличие неизбежного затухания из-за активных потерь в горлах резонаторов, составляющих волноводную систему глушителя, положительно сказывается в области частот нежелательных резонансов и наоборот, ограничивает эффективность глушителя на частоте запирания.

В области много ниже частоты запирания волноводный изолятор шума, резонансный глушитель, и просто гладкая труба-воздуховод, одинаковые по длине и сечению воздуховода и габаритам резонансной системы ведут себя практически одинаково.

На частотах много выше частоты запирания эффективность волноводного изолятора тем больше, чем меньше эквивалентная масса (m_p) в отверстиях (горлах) резонаторов в сравнении с массой последовательных цепей–звеньев патрубков (m). Это означает, что при заданной частоте запирания увеличение эффективности требует увеличения объемов резонаторов, иначе говоря, увеличения габаритов системы.

На нежелательном резонансе, расположенном ниже частоты запирания амплитуды скоростей в горлах резонаторов велики и на практике вступают в игру нелинейные соотношения, которые можно учесть увеличением коэффициента потерь (η) для области частот около этого резонанса (это было также показано в [4]).

Расчеты проведены без учета влияния средней скорости потока воздуха через трубопроводы и удовлетворительно согласуются с экспериментом при малом значении числа Маха потока. Это подтверждает возможность использования метода электроакустических аналогий и теории линейных электрических схем при анализе поведения низкочастотных реактивных глушителей в системах вентиляции и кондиционирования, где скорость потока воздуха мала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Исакович М.А., Кашина В.И., Тютекин В.В.* Применение систем резонаторов для звукоизоляции нормальной волны нулевого порядка в трубах и других длинных линиях // В сб. Морское приборостроение. Серия Акустика, 1972. № 1. С. 117–125.
2. *Исакович М.А.* Теория волноводной изоляции в длинных линиях // В сб. VI Всес. симп. по дифракции и распространению волн. Кн. 2. Ереван, 1973. С. 105–108.
3. *Лапин А.Д.* Звукоизоляция в волноводах // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 3. С. 337–350.
4. *Исакович М.А., Цилькер Л.С.* Обоснование метода "размазывания" для расчета волноводных изоляторов // В сб. IX Всесоюзная Акустическая конференция. 1977. С. 171–174.
5. *Баженов Д.В., Баженова Л.А., Римский-Корсаков А.В.* Волновые процессы в конечном воздуховоде с реактивным глушителем // Акустич. журн. 1995. Т. 41. № 4. С. 559–562.
6. *Баженов Д.В., Баженова Л.А.* Влияние акустической нагрузки на шумность вентилятора // Аэроакустика. М.: Наука. 1980. С. 87–93.
7. *Громов Ю.И., Кондратьев В.И., Римский-Корсаков А.В., Семенов А.Г.* Резонатор в поле звуковых волн конечной амплитуды // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 1. С. 160–162.

Waveguide and Resonant Silencers

D. V. Bazhenov, L. A. Bazhenova, and A. V. Rimskii-Korsakov

Andreev Acoustics Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Shvernika 4, Moscow, 117036 Russia

Abstract—The behavior of a system of acoustic Helmholtz resonators in a finite-length air duct is analyzed by the method of electroacoustic analogs and the theory of linear electric circuits. It is shown that several series-connected resonators (of the waveguide insulator type) can provide a considerably deeper cutoff at the resonance frequency than a single resonator of the same total volume. At frequencies below and above resonance, this cascade of resonators turns out to be somewhat less efficient than a single resonator. It is found that, in addition to the positive effect at the resonance frequency, at frequencies below resonance, there exists a region where noise is silenced less efficiently than even in a plain air duct without no silencers. The calculated results are compared with experiment and good a agreement between them is shown.