АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 5, с. 708–711

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.24

ВЛИЯНИЕ СФЕРИЧНОСТИ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ПРОЦЕСС ЕЕ ОТРАЖЕНИЯ ОТ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ЖИДКИХ СРЕД

© 1996 г. **М. И. Володичева, К. В. Лопухов**

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет
190008 Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, 3

Поступила в редакцию 05.07.95 г.

Исследовано влияние сферичности акустической волны на ее взаимодействие с плоской границей двух жидких сред в случаях, когда в процессе взаимодействия возможно изменение знака у коэффициента отражения. Точное решение представлено в виде удобного для расчета вещественного интеграла по конечному промежутку. Результаты вычислений коэффициента отражения как функции времени для различных сред приведены в графическом виде. Представленные в работе расчетные формулы совместно с расчетными формулами, полученными ранее [12], позволяют рассчитывать поля отраженной сферической волны любой формы и любой длительности на любом расстоянии от источника при любых параметрах контактирующих на плоской границе сред.

Отражение акустической сферической волны от плоской границы двух жидких сред было рассмотрено в большом числе монографий и статей по акустике и сейсмологии [1–12]. В монографиях [1–5] отражение сферической волны исследуется при падении на границу монохроматического сигнала. Решение для отраженного поля приводится только в случае, когда длина λ падающей на границу волны много меньше горизонтальной координаты r точки наблюдения относительно источника, т.е. приводится высокочастотная асимптотика решения. В [6–9] изучается отражение импульсных сигналов. Однако, и в этих работах либо рассматривается окрестность волновых фронтов [6–8], либо предполагается, что $\lambda \ll r$ [9]. Свободны от указанных ограничений работы [10–11], в которых рассмотрено падение дельтаобразного импульса на границу жидкость–твердое тело, а также жидкость–жидкость. В этих работах точное решение получено с помощью метода Каньяра–де Хоопа и представлено в виде интегралов от комплексных функций. В работе [12] задача об отражении сферической волны от границы двух жидких сред решается способом, позволяющим получать более удобное для практического применения решение, наглядно демонстрирующее влияние сферичности волны на ее отражение от границы. При его построении используются интегральные преобразования Лапласа и Ханкеля. Обратное преобразование осуществляется методом Каньяра, реализованным способом, предложенным в работе [13]. Решение представлено в виде вещественных интегралов и может быть использовано для расчета отраженного поля в произвольной его точке при любой форме падающей волны и любой ее длительности. Однако, полученные в [12] расчетные формулы справедливы только в случае, когда скорость звука c_0 в среде, в которой расположен источник, меньше скорости звука c в среде, от границы которой происходит отражение. Это существенно сужает область применения ее результатов и не позволяет считать вопрос об отражении сферической волны любой формы и любой длительности от плоской границы раздела двух жидких сред полностью исчерпанным.

В настоящей работе приведены результаты исследования влияния сферичности волны на процесс ее отражения от плоской границы раздела двух жидких сред, полученные методом, изложенным в работе [12], в случаях, не рассмотренных в этой работе. Как и в [12], коэффициентом отражения считается рассматриваемое как функция времени отношение давления в отраженном поле к давлению в падающей единичной волне в точках на границе раздела. При этом условно допускается, что отраженное поле может создавать не только отраженная, но и головная волна. Введенный таким образом коэффициент отражения сферической единичной волны позволяет для конкретных условий отражения найти с помощью интеграла Дюамеля диапазоны длин сферических падающих волн произвольной формы, для которых отражение сферических и плоских волн практически одинаково или существенно различно.

В работе [12] были рассмотрены случаи, когда сферичность волны существенно влияет на коэффициент ее отражения, но при этом он остается положительным. Это имеет место, когда $(c_0/c) < 1$; $(\rho_0/\rho) < 1$, где ρ_0, ρ – плотность в среде, в которой располагается источник, и в среде, от границы которой происходит отражение.

Если среды таковы, что выполняется одна из трех групп неравенств:

$$1 < (c_0/c) < (\rho/\rho_0); \quad (1)$$

$$1 < (c_0/c), \quad (\rho/\rho_0) < (c_0/c); \quad (2)$$

$$(c_0/c) \le 1, \quad (\rho/\rho_0) < 1, \quad (3)$$

то возможны ситуации, когда сферичность волны повлияет на отражение таким образом, что часть эпюры сферической падающей волны будет отражаться с одним знаком, а другая часть – с другим. Это обстоятельство может существенно изменить полный импульс волны и поэтому является важным при расчетах взаимодействия акустического поля с инженерными конструкциями, например, в случаях, когда длительность падающего сигнала τ удовлетворяет условиям: $\tau \gtrsim t^*$, $\tau < T/4$, где t^* – промежуток времени, отсчитываемый от момента прихода сигнала до момента смены знака у коэффициента отражения, T – наибольший период собственных колебаний конструкции. В настоящей работе приведены формулы для расчета коэффициента отражения сферической волны в случае выполнения неравенств (1), (2) и проанализировано влияние сферичности волны на этот коэффициент.

Пусть на плоскую границу двух жидких сред, характеризующихся плотностями ρ_0, ρ и скоростями звука c_0, c (соответственно для верхней и нижней сред) падает сферическая волна, излучаемая точечным источником, расположенным в точке $(0, z_0)$ цилиндрической системы координат Orz с осевой симметрией и началом координат на границе раздела сред. Постановка задачи об определении давления в волне, отраженной от плоской границы раздела двух жидких сред, и построение решения, справедливого для падающей на границу раздела сферической волны любой длительности, изложены в [12]. Расчетные формулы этой работы остаются справедливыми и в случае неравенств (3).

Если жидкие среды таковы, что выполняются неравенства (1) или (2), то все верхнее полупространство является регулярной зоной отражения, в которой отсутствует головная волна. В этих случаях остается справедливым формальное решение работы [12] для давления в отраженной волне $p_2(r, z, t)$, представляемое формулой (7) этой работы, но его вещественная форма и, следовательно, расчетные зависимости изменятся.

Если источник излучает сферическую единичную волну, то в соответствии с работой [12] давление в отраженной волне определяется формулой:

$$p_2(r, z, t) = \frac{h}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\rho\delta_0 - \rho_0\delta}{\rho\delta_0 + \rho_0\delta}\,\frac{\zeta(t - q/c_0)}{\gamma(t - q/c_0)}\,d\vartheta, \quad (4)$$

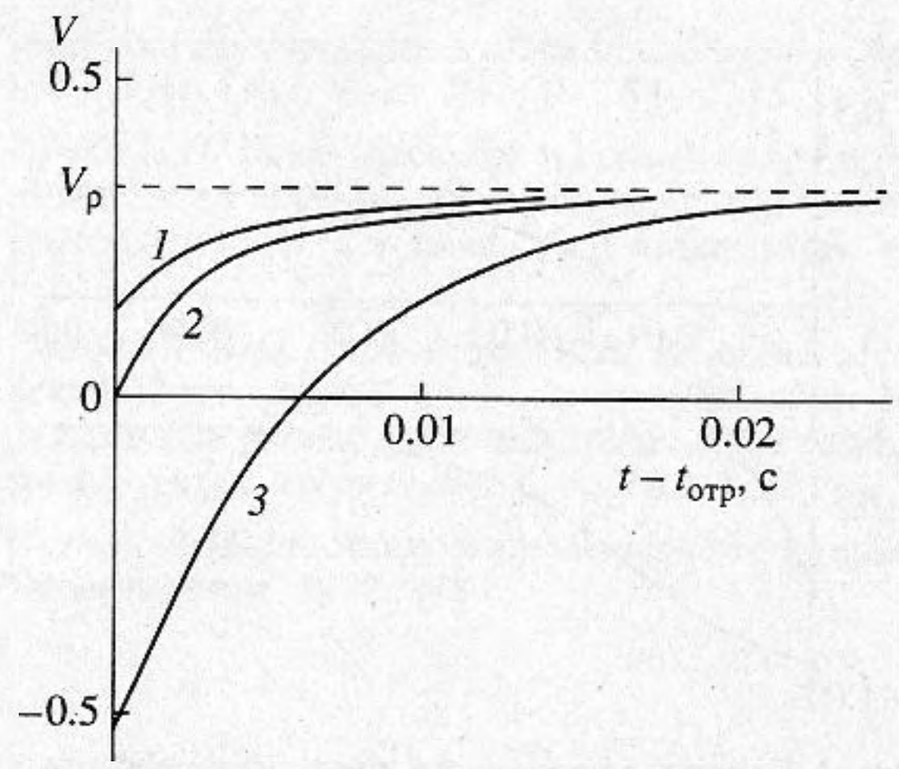

Рис. 1. Влияние сферичности волны на коэффициент ее отражения ($1 < (c_0/c) < (\rho/\rho_0)$): *1* – $r = 0$ м, $z_0 = 10$ м; *2* – $r = 11.8$ м, $z_0 = 10$ м; *3* – $r = 56.7$ м, $z_0 = 10$ м.

где h – некоторая постоянная, характеризующая источник: $\delta_0 = \sqrt{\zeta^2 + c_0^{-2}}$; $\delta = \sqrt{\zeta^2 + c^{-2}}$; $q = z + z_0$; $\gamma(t - q/c_0) = \sqrt{t^2 - (x^2 + q^2)/c_0^2}$; $x = -r\sin\vartheta$; $\zeta(t - q/c_0) = -(ixt - q\gamma(t - q/c_0))/(x^2 + q^2)$.

В случаях, когда $c_0 > c$, изменяется вещественная форма интеграла (4), которая принимает вид:

$$p_2(r, z, t) = \frac{h}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\mu(\rho^2 D_0 - \rho_0^2 D) - 2\nu\rho\rho_0\sqrt{(R-a)/2}}{\gamma[\rho^2 D_0 + \rho_0^2 D + 2\rho\rho_0\sqrt{(R+a)/2}]}\,d\vartheta, \quad (5)$$

где

$$\mu = q\gamma/(x^2 + q^2); \quad \nu = rt\sin\vartheta/(x^2 + q^2);$$

$$D_0 = \sqrt{(\mu^2 + \nu^2)^2 + 2(\mu^2 - \nu^2)c_0^{-2} + c_0^{-4}};$$

$$D = \sqrt{(\mu^2 + \nu^2)^2 + 2(\mu^2 - \nu^2)c^{-2} + c^{-4}};$$

$$R = \sqrt{a^2 + b^2}; \; b = 2\mu\nu(c^{-2} - c_0^{-2});$$

$$a = (\mu^2 + \nu^2)^2 + (\mu^2 - \nu^2)(c_0^{-2} + c^{-2}) + (c_0 c)^{-2}.$$

Коэффициент отражения сферической единичной волны определяется формулой:

$$V(t) = \left.\frac{p_2(r, z, t)}{p_1(r, z, t)}\right|_{z=0},$$

где

$$p_1(r, z, t) = h/\sqrt{r^2 + q^2}$$

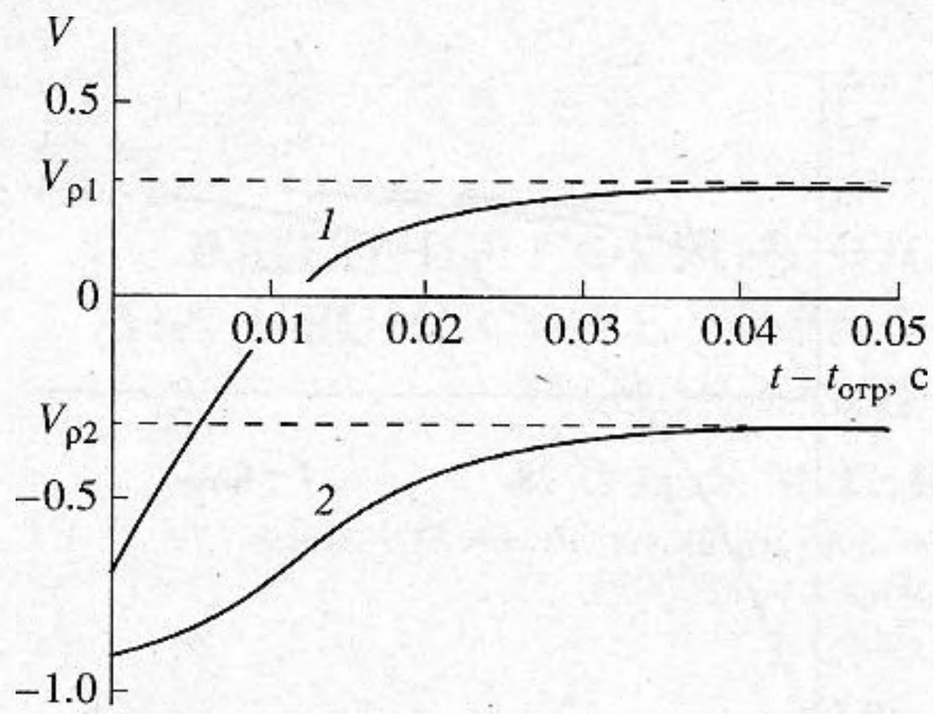

Рис. 2. Влияние сферичности волны на коэффициент ее отражения ($1 < (c_0/c)$, $(\rho/\rho_0) < (c_0/c)$): *1* – $r = 56.7$ м, $z_0 = 10$ м, $c_0 = 3000$ м/с, $\rho_0 = 1$ г/см^3, $c = 1500$ м/с, $\rho = 1.8$ г/см^3; *2* – $r = 56.7$ м, $z_0 = 10$ м, $c_0 = 3000$ м/с, $\rho_0 = 2$ г/см^3, $c = 1500$ м/с, $\rho = 1$ г/см^3.

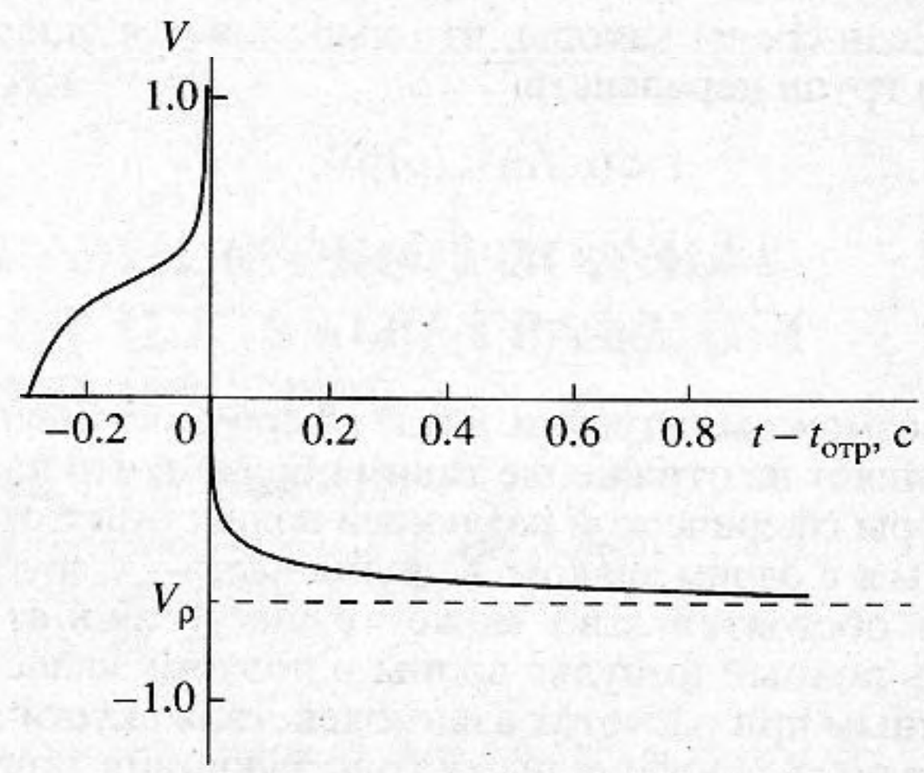

Рис. 3. Коэффициент отражения сферической волны ($(c_0/c) \le 1$, $(\rho/\rho_0) < 1$): $r = 1730$ м, $z_0 = 1000$ м, $c_0 = 1500$ м/с, $\rho_0 = 5$ г/см^3, $c = 4300$ м/с, $\rho = 1$ г/см^3.

– давление в падающей волне. Таким образом,

$$V(t) = p_2(r, 0, t)\sqrt{r^2 + z_0^2}/h. \qquad (6)$$

Расчетом по формулам (5), (6) можно показать, что в момент появления в точке $(r, 0)$ отраженной сферической волны коэффициент ее отражения совпадает с коэффициентом отражения плоской волны $V_п$. Однако в последующие моменты времени он существенно изменяется, в то время как коэффициент $V_п$ при тех же условиях остается в процессе отражения постоянным.

Пусть среды характеризуются следующими параметрами: $c_0 = 2250$ м/с, $\rho_0 = 1$ г/см^3; $c = 1500$ м/с, $\rho = 2$ г/см^3, т.е. выполняются неравенства (1). Результаты расчета по формулам (5) и (6) представлены на рис. 1. По оси абсцисс отложено время $t' = t - t_{отр}$, где $t_{отр} = (r^2 + q^2)^{1/2}/c_0$ – время, отсчитываемое от момента появления в точке $(r, 0)$ отраженной волны.

В зависимости от угла падения волны в точке $(r, 0)$ коэффициент отражения сферической волны может увеличиваться от положительного значения $V_п$ при $t = t_{отр}$, асимптотически приближаясь к значению $V_\rho = (\rho - \rho_0)/(\rho + \rho_0)$ (кривая *1* рис. 1). Возможна ситуация, когда плоская волна не создает отраженного поля, в то время как при отражении сферической волны в верхнем полупространстве существует положительная отраженная волна давления (кривая *2*). Наконец, возможна ситуация, когда коэффициент отражения сферической волны увеличивается от значения $V_п < 0$ при $t = t_{отр}$, изменяя знак в процессе отражения (кривая *3*).

Предположим теперь, что выполняются неравенства (2). В этом случае коэффициент отражения сферической волны изменяется от отрицательного значения $V_п$ при $t = t_{отр}$ до положительного или отрицательного значения V_ρ в зависимости от значения отношения ρ/ρ_0. Это утверждение иллюстрируется рис. 2.

На рис. 3 представлены результаты расчетов коэффициента отражения сферической волны при выполнении неравенств (3). Как уже указывалось, в этом случае справедливы формулы работы [12], по которым и выполнялись вычисления.

В заключение следует отметить, что представленные в этой работе и в работе [12] формулы позволяют выполнить расчет отраженного поля при падении на границу сферической волны любой формы, любой длительности на любом расстоянии от источника при любых параметрах контактирующих по плоской границе жидких сред.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Толстой И., Клей К.С.* Акустика океана. М.: Мир, 1969. 301 с.
2. *Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология. Т. 1. М.: Мир, 1983. 519 с.
3. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
4. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1962. 264 с.
5. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 412 с.
6. *Шемякин Е.И., Маркова К.И.* Распространение нестационарных возмущений в жидкости, находящейся в контакте с упругим полупространством // ПММ. 1957. Т. 21. № 1. С. 57–66.

7. *Иванов И.Д.* Об отражении сферического импульса от границы раздела жидкой и твердой сред // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 3. С. 415–420.

8. *Разин А.В.* Об отражении сферического акустического дельтаимпульса от границы раздела газ–твердое тело // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 2. С. 333–343.

9. *Иванов И.Д.* Асимптотическое представление импульса, отраженного от границы раздела сред // Акуст. журн. 1981. Т. 27. № 2. С. 234–242.

10. *De Hoop A.T., van der Hijden J.H.T.* Generation of acoustic waves by an impulsive point source in a fluid / solid configuration with a plane boundary // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 75. № 6. P. 1709–1715.

11. *Towne D.H.* Pulse shapes of spherical waves reflected and refracted at a plane interface separating two homogeneous fluids // J. Acoust. Soc. Amer. 1968. V. 44. P. 65–76.

12. *Володичева М.И., Лопухов К.В.* Влияние сферичности акустической волны на коэффициент ее отражения от плоской границы раздела двух жидких сред // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 5. С. 768–772.

13. *Слепян Л.И.* Нестационарные упругие волны. Л.: Судостроение, 1972. 374 с.