АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1997, том 43, № 1, с. 106–109

УДК 537.84 + 621.03

АНИЗОТРОПИЯ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА В МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

© 1997 г. В. В. Соколов*, В. В. Толмачев**

*Московская государственная академия приборостроения и информатики
107846 Москва, ул. Стромынка, 20

**Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
107005 Москва, ул. 2-я Бауманская, 5

Поступила в редакцию 11.07.95 г.

В рамках континуальной модели рассмотрено распространение звука в идеальной непроводящей магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью. Показано удовлетворительное согласие между экспериментальными и теоретическими результатами.

Концепция вмороженной намагниченности в вещество магнитной жидкости была использована в работе [1] при выводе уравнений феррогидродинамики с помощью обобщенного принципа виртуальных работ [2]. Полная система уравнений, описывающая непроводящую идеальную магнитную жидкость плотностью ρ с вмороженной намагниченностью $\mathbf{M} = \rho\vec{\mu}$, имеет вид [1]

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) = 0,$$

$$\frac{d\mu_i}{dt} = \mu_j\frac{\partial v_i}{\partial x_j},$$

$$\rho\frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + (H_i^{eff} - H_i)\frac{\partial(\rho\mu_j)}{\partial x_j} + \rho\mu_j\frac{\partial H_i^{eff}}{\partial x_j}, \quad (1)$$

$$P = \rho^2\frac{\partial u}{\partial\rho}, \quad H_i^{eff} = \frac{\partial u}{\partial\mu_i},$$

$$\nabla^2\Psi = 4\pi\frac{\partial(\rho\mu_i)}{\partial x_j}, \quad H_i = -\frac{\partial\Psi}{\partial x_i}.$$

Внутренняя энергия на единицу массы u предполагается известной функцией плотности ρ жидкости, удельной энтропии s и компонент вектора плотности намагниченности μ_i.

Рассмотрим магнитную жидкость, находящуюся во внешнем магнитном поле напряженностью $\mathbf{H}_0$, направленном вдоль оси z. Невозмущенное состояние покоящейся однородной жидкости с плотностью ρ_0, как следует из системы (1), характеризуется уравнениями

$$P_0 = \rho_0^2\frac{\partial u}{\partial\rho}, \quad (2)$$

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_0^{eff}. \quad (3)$$

В выбранной геометрии задачи вектор плотности намагниченности для невозмущенного состояния имеет только одну ненулевую компоненту, т.е. $\vec{\mu} = (0, 0, \mu_0)$, значение которой определяется из уравнения (3). Пусть волновой вектор $\mathbf{k}$ звуковой волны лежит в плоскости yz и образует угол ϑ с осью z. Для исследования процесса распространения звука в линейном приближении представим неизвестные величины в виде сумм невозмущенной и возмущенной составляющих

$$\rho = \rho_0 + \rho', \quad \mu_i = \mu_{0i} + \mu_i',$$

$$v_i = v_{0i} + v_i', \quad P = P_0 + P', \quad H_i = H_{0i} + H'$$

и, без ограничения общности, положим $v_{0i} = 0$. Тогда, ограничиваясь учетом только членов первого порядка малости, из (2), (3) получим

$$P = P_0 + \rho_0^2\alpha_i\mu_i' + \rho' c_0^2, \quad (4)$$

$$H_i = H_{0i} + \beta_{ij}\mu_j' + \alpha_i\rho', \quad (5)$$

где

$$\beta_{ij} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial\mu_i\partial\mu_j}\right)_0, \quad (6)$$

$$\alpha_i = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial\mu_i\partial\rho}\right)_0. \quad (7)$$

Здесь через c_0 обозначена скорость распространения звука в ненамагниченной магнитной жидкости.

Физический смысл величин α и β состоит в следующем. Компоненты вектора α описывают линейную магнитострикцию. В невозмущенном равновесном состоянии эффективное магнитное

поле внутри жидкости равно внешнему (см. уравнение (3)). Пользуясь определением тензора дифференциальной магнитной восприимчивости

$$\chi_{ij} = \frac{\partial M_i}{\partial H_j}$$

и учитывая (3), непосредственно получим

$$\rho/\chi_{ij} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \mu_i \partial \mu_j}\right).$$

Сравнение последнего выражения с (6) дает связь введенного в (5) тензора β_{ij} с тензором дифференциальной магнитной восприимчивости

$$\beta_{ij} = \rho_0/\chi_{ij}. \tag{8}$$

Компоненты вектора α описывают эффекты линейной магнитострикции.

Обозначим теперь $\beta_{xx} = \beta_{yy} = \beta_\perp$ и $\beta_{zz} = \beta_\parallel$ компоненты, по предположению диагонального, тензора β_{ij}, а через $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_\perp$; $\alpha_z = \alpha_\parallel$ – компоненты вектора $\vec{\alpha}$.

Линеаризованные около невозмущенного состояния уравнения системы (1) имеют вид (штрихи опускаем)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0\left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) = 0,$$

$$\rho_0\frac{\partial v_y}{\partial t} = -c_0^2\frac{\partial \rho}{\partial y} - \rho_0^2\alpha_\perp\frac{\partial \mu_y}{\partial y} - \rho_0^2\alpha_\parallel\frac{\partial \mu_z}{\partial y} + \rho_0\mu_0\alpha_\perp\frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho_0\mu_0\beta_\perp\frac{\partial \mu_y}{\partial z}, \tag{9}$$

$$\rho_0\frac{\partial v_z}{\partial t} = -c_0^2\frac{\partial \rho}{\partial z} - \rho_0^2\alpha_\perp\frac{\partial \mu_y}{\partial z} - \rho_0^2\alpha_\parallel\frac{\partial \mu_z}{\partial z} + \rho_0\mu_0\alpha_\parallel\frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho_0\mu_0\beta_\parallel\frac{\partial \mu_z}{\partial z},$$

$$\frac{\partial \mu_y}{\partial t} = \mu_0\frac{\partial v_y}{\partial z},$$

$$\frac{\partial \mu_z}{\partial t} = \mu_0\frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

Решение системы уравнений (9) для продольных плоских волн с частотой ω приводит к дисперсионному уравнению

$$\omega^4 - [c_0^2k_0^2 + \mu_0^2k_0^2(\beta_\parallel + \beta_\perp) - 2\rho_0\mu_0k_z(\alpha_\perp k_y + \alpha_\parallel k_z)]\omega^2 + c_0^2\mu_0k_z^2(k_y^2\beta_\parallel + \beta_\perp k_z^2) + \mu_0^4\beta_\parallel\beta_\perp k_z^4 - 2\rho\mu^3k_z^3(\alpha_\perp\beta_\parallel k_y + \alpha_\parallel\beta_\perp k_z) - \rho_0^2\mu_0^2k_z^2(\alpha_\parallel k_y - \alpha_\perp k_z)^2 = 0,$$

корни которого ($c = \omega/k$) имеют вид

$$c^2 = \frac{1}{2}c_0^2(1 + B_1 - A_1 \pm \pm\sqrt{B_2 + B_3 - 2A_1 + A_3 - D}) \tag{10}$$

и описывают фазовую скорость распространения быстрых (+) и медленных (–) магнитозвуковых волн. Здесь введены обозначения

$$B_1 = a_1\left(1 + \frac{\beta_\parallel}{\beta_\perp}\right)\cos^2\vartheta,$$

$$B_2 = \left[1 - a_1\left(1 - \frac{\beta_\parallel}{\beta_\perp}\right)\cos^2\vartheta\right]^2,$$

$$B_3 = a_1\left(1 - \frac{\beta_\parallel}{\beta_\perp}\right)\sin^2 2\vartheta, \quad a_1 = \frac{\mu_0^2\beta_\perp}{c_0^2},$$

$$a_2 = \frac{\rho_0\mu_0\alpha_\perp}{c_0^2},$$

$$A_1 = 2a_2\left(\sin\vartheta + \frac{\alpha_\parallel}{\alpha_\perp}\cos\vartheta\right)\cos\vartheta,$$

$$A_2 = 4a_2^2\left(1 + \left(\frac{\alpha_\parallel}{\alpha_\perp}\right)^2\right)\cos^2\vartheta,$$

$$D = 4a_1a_2\left(1 - \frac{\beta_\parallel}{\beta_\perp}\right)\left(\sin\vartheta - \frac{\alpha_\parallel}{\alpha_\perp}\cos\vartheta\right)\cos^3\vartheta.$$

Таким образом, анизотропия упругих свойств намагниченной магнитной жидкости обусловлена как анизотропией магнитострикционных свойств, так и анизотропией магнитного дипольного взаимодействия, именуемыми в дальнейшем α- и β-механизмами.

В [1] анализ гидродинамических мод магнитной жидкости выполнен только для β-механизма. В этом случае формула (10) принимает вид

$$c^2 = \frac{1}{2}c_0^2\left[\left(1 + \frac{c_A^2}{c_0^2}\left(1 + \frac{\beta_\parallel}{\beta_\perp}\right)\right) \pm \pm\sqrt{\left(1 + \frac{c_A^2}{c_0^2}\left(\frac{\beta_\parallel}{\beta_\perp} - 1\right)\right)^2 + 4\frac{c_A^2}{c_0^2}\left(1 - \frac{\beta_\parallel}{\beta_\perp}\right)\cos^2\vartheta}\right] \tag{11}$$

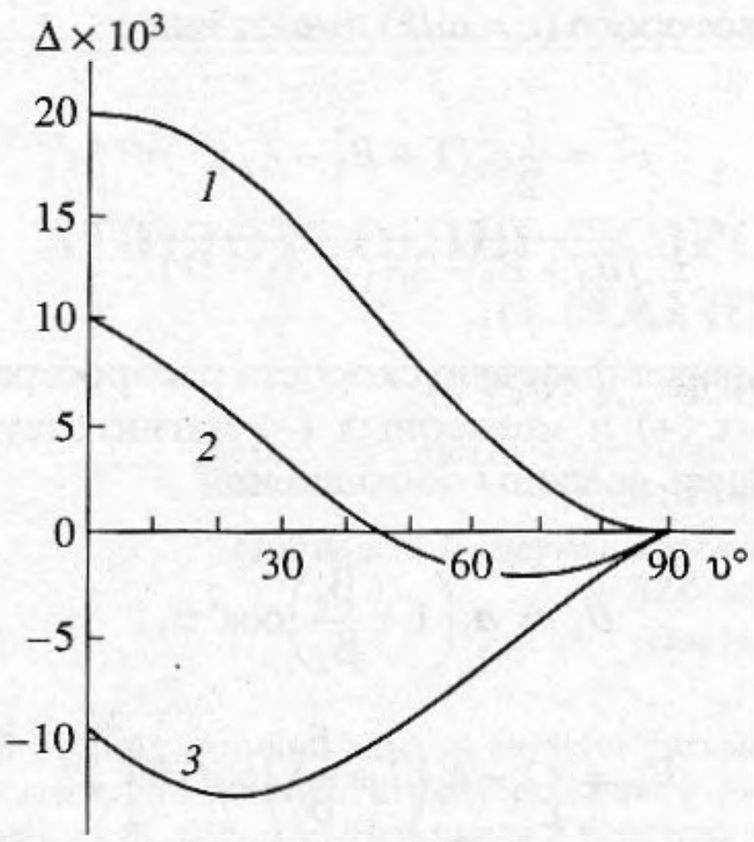

Рис. 1. Расчетные зависимости анизотропии скорости ультразвука.

и практически совпадает с выражением для магнитозвуковых волн в магнитной гидродинамике (см., например, [3]):

$$c^2 = \frac{1}{2}c_0^2\left[\left(1+\frac{c_A^2}{c_0^2}\right) \pm \sqrt{\left(1+\frac{c_A^2}{c_0^2}\right)^2 - 4\frac{c_A^2}{c_0^2}\cos^2\vartheta}\right].$$

Скорость альфвеновской волны в магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью определяется соотношением

$$c_A^2 = \mu_0^2\beta_\perp\cos^2\vartheta. \quad (12)$$

Отметим, что из (11) следует, что β-механизм обеспечивает увеличение скорости распространения звука с ростом намагниченности. С другой стороны, из (10) следует, что при учете только α-механизма скорость звука, равная

$$c^2 = \frac{1}{2}c_0^2(1 - A_1 + \sqrt{1 - 2A_1 + A_2}),$$

уменьшается при увеличении намагниченности жидкости.

Заметим, что при ортогональной ориентации волнового вектора и направления магнитного поля скорость распространения быстрой магнитозвуковой волны в соответствии с (10) равна скорости распространения ультразвука в ненамагниченной магнитной жидкости, т.е. $c(\vartheta = \pi/2) = c_0$. Поэтому для относительного изменения скорости быстрых магнитозвуковых волн $\Delta = (c(\vartheta) - c_0)/c_0$ имеем

$$\Delta = \frac{1}{4}(B_1 - A_1 - 1 + \sqrt{B_2 + B_3 - 2A_1 + A_2 - D}). \quad (13)$$

На рис. 1 показан качественный характер угловой зависимости скорости ультразвука в магнитной жидкости от угла ϑ, предсказываемый настоящей теорией. Для расчетов по формуле (13) использовались следующие значения параметров: $c_0 = 10^5$ см/с, $\rho_0 = 1$ г/см^3, $M = 20$ Гс. Кривая *1* описывает анизотропию скорости ультразвука только за счет β-механизма ($\beta_\parallel = \beta_\perp = 10^6$ г/см^3), кривая *3* – только за счет α-механизма ($\alpha_\parallel = \alpha_\perp = 5 \times 10^6$ Э см^3/г), а кривая *2* – результат их совместного проявления.

Прежде чем сравнивать экспериментальные [4–6] и полученные теоретические результаты, целесообразно сделать следующие замечания по методике измерения анизотропии скорости распространения ультразвука в магнитных жидкостях. В процессе намагничивания магнитная жидкость испытывает структурные изменения, время установления которых велико, поскольку определяется диффузионными процессами. В работах [4–6], посвященных экспериментальному исследованию анизотропии скорости распространения ультразвука, эта специфика магнитных жидкостей была учтена тем, что магнитное поле создавалось с помощью постоянного магнита, поскольку время выдержки образца магнитной жидкости в поле, обеспечивающее достижение воспроизводимости экспериментальных результатов, составляло десятки–сотни часов и определялось концентрацией коллоидальных частиц. Индукция магнитного поля в центре рабочего зазора была равна 2.7 кГс. Изменение взаимной ориентации волнового вектора и магнитного поля достигалось вращением постоянного магнита. Следует отметить, что образовавшаяся при воздействии магнитного поля надструктура весьма лабильна, поэтому даже при достаточно плавном изменении ориентации магнитного поля требовалось конечное время для установления стационарного значения зондирующего сигнала.

Таблица

Образец	ρ, г/см^3	$c_0 \times 10^{-5}$, см/с	M, Гс	$\beta_\parallel \times 10^{-5}$, г/см^3	$\beta_\perp \times 10^{-5}$, г/см^3	$\alpha_\parallel \times 10^{-5}$, Э см^3/г	$\alpha_\perp \times 10^{-5}$, Э см^3/г
МЖВ	1.148	1.481	8.6			8.4	3.5
МЖК	1.046	1.191	22	1.65	1.9		
МЖД	1.135	1.112	32	3.5	8.5	12	25

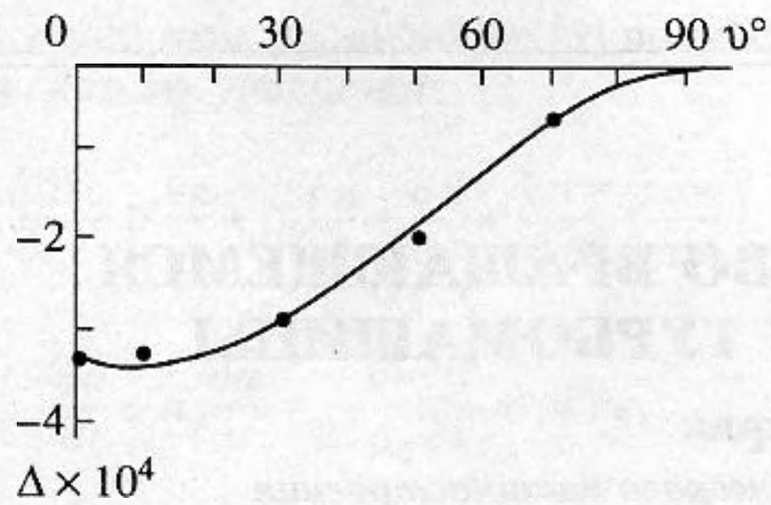

Рис. 2. Анизотропия скорости ультразвука в магнитной жидкости на основе воды.

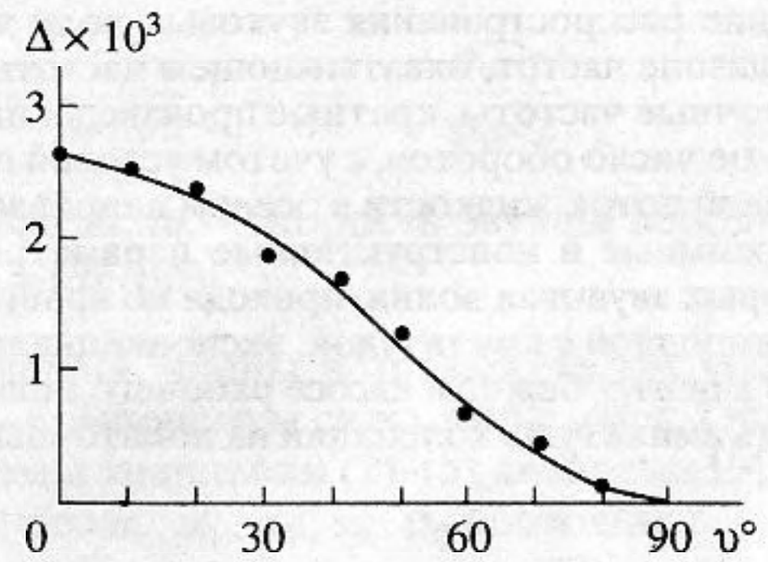

Рис. 3. Анизотропия скорости ультразвука в магнитной жидкости на основе керосина.

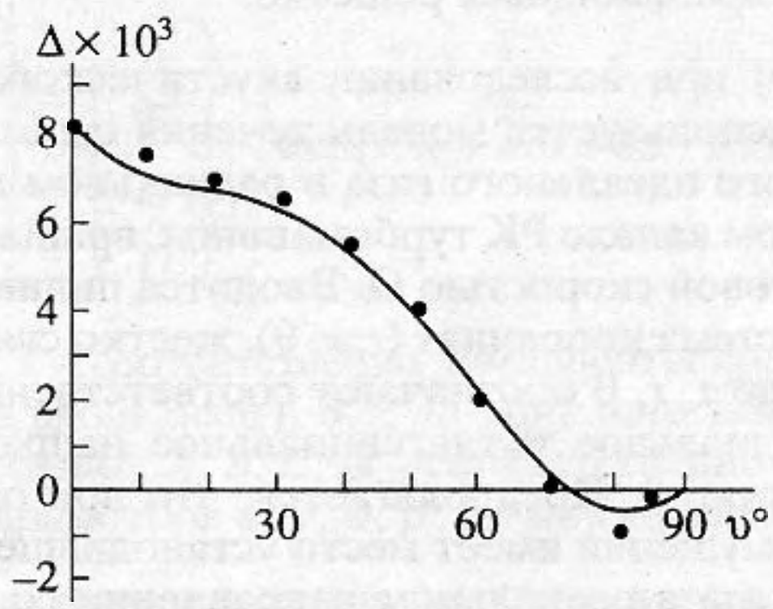

Рис. 4. Анизотропия скорости ультразвука в магнитной жидкости на основе додекана.

Параметры образцов магнитной жидкости, которые исследовались в работах [4–6], приведены в таблице, где также указаны величины компонент тензора β и вектора $\boldsymbol{\alpha}$, полученные из обработки экспериментальных данных с помощью формулы (13). Эти величины подбирались таким образом, чтобы отклонение расчетных и экспериментальных данных было минимальным.

В магнитной жидкости на основе воды (МЖВ) [5] проявляется только α-механизм анизотропии скорости ультразвука. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов показано на рис. 2. В магнитной жидкости на основе керосина (МЖК) [4] наблюдался β-механизм анизотропии ультразвука (рис. 3). Совместное действие рассматриваемых механизмов наблюдалось в магнитной жидкости на основе додекана (МЖД) [5] (рис. 4). Используя параметры для МЖК и соотношение (12), получим оценку для скорости распространения альфвеновской волны $c_A = 91.5$ м/с при $\vartheta = 0$. Наличие в рамках предложенной теории альфвеновских волн со столь малой скоростью распространения требует специальных экспериментальных исследований. Может, конечно, случиться, что при учете опущенных в системе (1) эффектов диссипации указанные волны будут иметь настолько сильное затухание, что будут экспериментально не обнаружимы прямыми методами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sokolov V.V., Tolmachov V.V.* Wave propagation in magnetic fluid with frozen magnetization // Sev. Int. Conf. on Magn. Fluids, Abstracts. India, Bhavnagar, 1995. P. 194–195.

2. *Толмачев В.В., Головин А.М., Потапов В.С.* Термодинамика и электродинамика сплошной среды. М.: МГУ, 1988. 232 с.

3. *Половин Р.В., Демуцкий В.П.* Основы магнитной гидродинамики. М.: Энергоатомиздат, 1987. 208 с.

4. *Дмитриев С.П., Соколов В.В., Шабан Г.И.* Анизотропия акустических свойств магнитных жидкостей // Тез. докл. 13-го Рижского совещания по магнитной гидродинамике. Саласпилс, 1990. Т. 3. С. 105–106.

5. *Дмитриев С.П., Шабан Г.И.* Анизотропия скорости звука в магнитной жидкости // Тез. докл. межвуз. конф. по физике твердого тела. Барнаул, 1990. С. 100.

6. *Dmitriev S.P., Sokolov V.V.* Anisotropy of acoustical properties of Magnetic Fluid // Six Int. Conf. on Magn. Fluids, Abstracts. Paris, 1992. P. 412–413.

Anisotropy of Sound Propagation Velocity in a Magnetic Fluid

V. V. Sokolov and V. V. Tolmachev

A continual model is used to describe the sound propagation in an ideal nonconducting magnetic fluid with frozen magnetization. A sufficiently good agreement between the experimental and computational results is demonstrated.