АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1997, том 43, № 2, с. 238–243

УДК 584.28

МОДЕЛЬ ПЛОСКОЙ АКТИВНОЙ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

© 1997 г. В. В. Тютекин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева
117036 Москва, ул. Шверника, 4

Поступила в редакцию 16.09.96 г.

Построена физико-математическая модель плоской активной звукопоглощающей системы, которая представляет собой две звукопрозрачные плоскости (приемную и излучающую), связанные между собой через идентичные электронные блоки (линии задержки). Получены расчетные формулы для коэффициентов отражения, звукопрохождения и звукопоглощения, а также для передаточных характеристик линий задержки в зависимости от частоты и угла падения плоских звуковых волн при произвольных характеристиках направленности приемников и излучателей. Рассмотрен один класс приемников и излучателей, обладающих малыми "тыльными" лепестками характеристик направленности, что обеспечивает устойчивость системы к самовозбуждению. Для этого случая представлены результаты расчета указанных акустических характеристик системы.

В последнее время весьма интенсивно развивается область акустики, связанная с разработкой так называемых активных методов и средств снижения акустических полей. Достаточно сослаться на обзорную статью [1] и сборник докладов одной из последних конференций [2]. Одним из направлений в развитии этой области является создание активных систем, основанных на применении приемных и излучающих поверхностей и позволяющих осуществлять поглощение пространственных звуковых полей. Точное решение задачи об активном поглощении таких полей было дано Г.Д. Малюжинцем [3] и позднее развито М.В. Федорюком [4]. Частично эти же идеи были высказаны М. Жесселем [5].

Основная идея состоит в применении приемных и излучающих поверхностей Гюйгенса, что полностью исключает акустическую обратную связь между ними и обеспечивает абсолютную устойчивость активной системы к самовозбуждению.

Практическая реализация поверхностей Гюйгенса представляет собой весьма сложную техническую задачу, что видно, например, из работы [6], где была рассмотрена модель плоской активной системы, реализующей идеи работы [3]. Поэтому в ряде работ были сделаны попытки некоторого упрощения структуры приемной (излучающей) поверхности и процедуры обработки информации [7, 8]. В настоящей работе рассматривается модель бесконечной плоской системы, также приближенно реализующая основные идеи цитированных работ, но, вместе с тем, позволяющая оценить эффективность активных систем подобной структуры.

Пусть плоская звуковая волна $P = p\exp(ik(x\cos\theta + y\sin\theta))$, где p – амплитуда, $k = \dfrac{\omega}{c}$ – волновое число, падает под углом θ на бесконечную приемную поверхность (рис.1). Последняя полагается звукопрозрачной и обладающей характеристикой направленности $\Phi_0(\theta)$. На расстоянии L от приемной поверхности располагается (параллельно ей) звукопрозрачная излучающая поверхность с характеристикой направленности $\Phi_1(\theta)$. Угол θ отсчитывается по часовой стрелке от внешних нормалей соответствующих плоскостей. Такие поверхности могут быть созданы из приемников (излучателей), расположенных в плоскости на расстоянии друг от друга, не превышающих половину длины волны и обладающих указанными характеристиками направленности. Далее полагается, что сигналы, принятые каждым приемником, подаются через идентичные

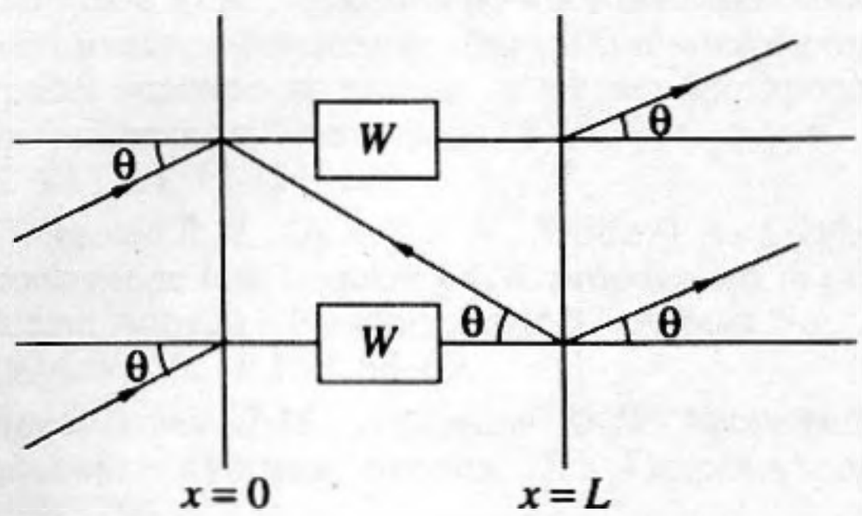

Рис. 1. Модель активной решетки.

электронные блоки с передаточной характеристикой W на каждый противолежащий излучатель.

Нетрудно видеть, что излучающая поверхность будет представлять из себя антенну бегущей волны, возбуждаемую следом падающей волны $\exp(iky\sin\theta)$. Эта поверхность будет излучать две плоские волны: одну в том же направлении, что и падающая, другую – в направлении зеркального отражения последней. Первая в сумме с падающей волной определит поле, прошедшее через систему, вторая – поле, отраженное от нее. Исходя из этих рассуждений, рассчитаем основные акустические характеристики такой активной системы – коэффициенты отражения R, звукопрохождения T и звукопоглощения α в зависимости от угла падения θ и частоты. Рассмотрим также возможность "управления" этими величинами за счет передаточной характеристики W и характеристик направленности приемников и излучателей.

С этими целями составим уравнения, связывающие принимаемые и излучаемые поля. Электрическое напряжение, получаемое от приемника:

$$V = \alpha[p\Phi_0(\theta) + p_1\Phi_0(\pi-\theta)\Phi_1(\pi-\theta)\exp(-i\gamma)]. \quad (1)$$

Здесь α – чувствительность приемника, p_1 – давление, создаваемое излучающей поверхностью, $\gamma = \dfrac{kL}{\cos\theta}$ – набег фазы в плоской волне, определяемой расстоянием от приемника до излучателя, расположенного под углом θ по отношению к этому приемнику (рис.1). При написании уравнения (1) предполагается, что излучающая поверхность излучает в направлении приемной поверхности только плоскую волну; это справедливо при условии, что неоднородные волны, возникающие за счет дискретного набора излучателей, на расстоянии L существенно затухают.

Величина p_1 связана с напряжением V соотношением $p_1 = \beta WV$, из которого после подстановки V из уравнения (1) определяется эта величина:

$$p_1 = \frac{p\Phi_0(\theta)}{(\alpha\beta W)^{-1} - \Phi_0(\pi-\theta)\Phi_1(\pi-\theta)\exp(-i\gamma)}.$$

Здесь β – коэффициент электроакустической связи (чувствительность по излучению). Передаточная характеристика W может быть найдена из некоторых дополнительных условий, определяющих требования к свойствам активной системы. Одним из таких свойств может быть полное гашение прошедшей через систему плоской волны при любом угле θ. Условие, реализующее это свойство, можно записать в виде:

$$p_1\Phi_1(\theta) + p\exp(i\gamma) = 0.$$

Отсюда получается значение W:

$$W = \frac{\exp(i\gamma)}{\alpha\beta[-\Phi_0(\theta)\Phi_1(\theta) + \Phi_0(\pi-\theta)\Phi_1(\pi-\theta)]}. \quad (2)$$

Таким образом, если при изменении угла падения волны θ изменять характеристику W в соответствии с (2), система будет полностью гасить проходящую волну. Альтернативой этому является обеспечение этого свойства только при одном каком-то угле $\theta = \bar\theta$. В этом случае W не "перестраивается", а акустические характеристики системы зависят от угла θ. Величина p_1 будет иметь вид:

$$p_1 = -\{p\Phi_0(\theta)\}/\{[-\Phi_0(\pi-\bar\theta)\Phi_1(\pi-\bar\theta) + \Phi_0(\bar\theta)\Phi_1(\bar\theta)]\exp(-i\bar\gamma) + \Phi_0(\pi-\theta)\Phi_1(\pi-\theta)\exp(-i\gamma)\}, \quad (3)$$

где $\bar\gamma = \dfrac{kL}{\cos\bar\theta}$. Используя (3), запишем выражения для коэффициентов звукоотражения $R = \dfrac{p_1\Phi_1(\pi-\theta)}{p}$ и звукопрохождения $T = \dfrac{p_1\Phi_1(\theta) + p\exp(i\gamma)}{p}$:

$$R = \frac{\Phi_0(\theta)\Phi_1(\pi-\theta)}{\Delta}, \quad T = 1 - \frac{\Phi_0(\theta)\Phi_1(\theta)}{\Delta}, \quad (4)$$

где

$$\Delta = [-\Phi_0(\pi-\bar\theta)\Phi_1(\pi-\bar\theta) + \Phi_0(\bar\theta)\Phi_1(\bar\theta)] \times \exp[i(\gamma-\bar\gamma)] + \Phi_0(\pi-\theta)\Phi_1(\pi-\theta).$$

В выражениях для T и R опущены фазовые множители, обусловленные волновым набегом. Коэффициент звукопоглощения системы может быть рассчитан по известной формуле $\alpha = 1 - |R|^2 - |T|^2$.

Формулы (4) получены для произвольных характеристик направленности приемной и излучающей поверхностей (приемников и излучателей). При такой постановке могут возникнуть определенные сложности, связанные с обращением в нуль величины Δ, что соответствует условию самовозбуждения активной системы. Для поверхностей Гюйгенса выполняются условия $\Phi_0(\pi-\theta) = \Phi_1(\pi-\theta) = 0$, обеспечивающие отсутствие акустической обратной связи. В этом случае из (4) легко видеть, положив $\bar\theta = \theta$, что $T = R = 0$, $\alpha = 1$, т.е. происходит полное звукопоглощение при всех углах θ. Таким образом, упрощение "конструкции" приемной и излучающей поверхностей, о чем говорилось выше, должно идти в направлении создания таких характеристик направленности приемников и излучателей, которые имели бы, по возможности, меньшие тыльные лепестки. В этом случае следует ожидать большей эффек-

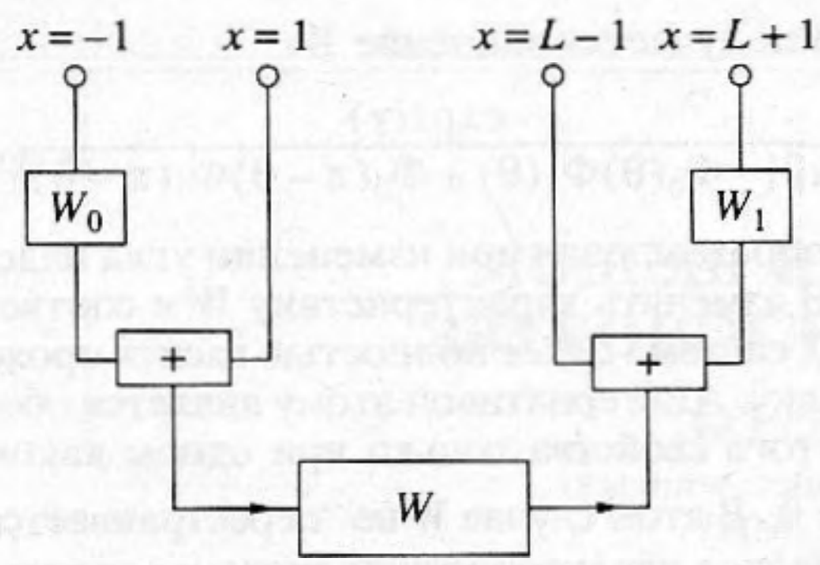

Рис. 2. Приемно-излучающие элементы системы.

тивности системы и гарантированное отсутствие ее самовозбуждения.

Ниже мы рассмотрим в качестве примера один из возможных методов построения подобных приемников и излучателей и приведем численные результаты расчета акустической эффективности системы для этого случая.

Рассмотрим комбинированный приемник (излучатель), состоящий из двух "точечных" идентичных элементов, разнесенных между собой на расстояние $2l$ (рис.2); ось приемника (излучателя) перпендикулярна плоскости системы. При этом предполагается, что волновой размер приемника (излучателя) таков, что $\delta \le 2kl \le \pi - \delta$, где $\delta \approx 10°–15°$ – некоторая величина фазы, обеспечивающая достаточную чувствительность приемника (излучателя) на крайних частотах диапазона. Такие приемники (излучатели) применялись в ряде работ по гашению одномерных полей (в трубах) для создания однонаправленности приема и излучения, что для этих случаев эквивалентно построению поверхностей Гюйгенса (например, [9]). В нашей модели произведена некоторая модернизация, позволяющая в определенной степени управлять угловыми характеристиками системы.

Схема формирования характеристик направленности приемников и излучателей, а также их подключение в систему, приведена на рис. 2. Для формирования используются линии задержки w_0 и w_1, которые были выбраны в виде $w_{0,1} = -\exp(i\varphi_{0,1})$, где $\varphi_{0,1} = kl\cos\theta_{0,1}$, а θ_0 и θ_1 – некоторые значения углов, выбираемых в качестве свободных параметров с целью регулирования характеристик системы. Нетрудно убедиться, что при приеме и излучении плоской волны характеристики направленности будут определяться одним и тем же соотношением:

$$\Phi_{0,1} = 2i\exp(i\varphi_{0,1})\sin(\varphi - \varphi_{0,1}), \tag{5}$$

где $\varphi = kl\cos\theta$. Из формулы (5) следует, что углы θ_0 и θ_1 являются нулями характеристик направленности приема и излучения, соответственно. При этом в пределах их изменения, $90° \le |\theta_{0,1}| \le 180°$, характеристики изменяются от кардиоидной (при $\theta_{0,1} = 180°$) до дипольной (при $\theta_{0,1} = 90°$). При промежуточных углах $\theta_{0,1}$ для $45° \ge kl > 0°$ характеристика имеет два максимума при углах $\theta = 0°$ (фронтальный лепесток) и $\theta = 180°$ (тыльный лепесток), соотношение между которыми зависит от угла $\theta_0(\theta_1)$. Оно задается формулой:

$$K = \left|\frac{\Phi_{0,1}(180°)}{\Phi_{0,1}(0°)}\right| = \frac{\sin\left(2kl\cos^2\frac{\theta_{0,1}}{2}\right)}{\sin\left(2kl\sin^2\frac{\theta_{0,1}}{2}\right)}.$$

Очевидно, что чем меньше величина K и чем больше угол $180° - \theta_{0,1}$, тем меньше акустическая обратная связь. В таблице приведена величина K в зависимости от угла $\theta_{0,1}$ при различных значениях параметра kl.

Величина Δ, входящая в формулы (4) для R и T, напомним, зависит от выбора угла $\bar\theta$, при котором (по его определению) проходящая волна гасится полностью. Для рассматриваемого случая, с целью упрощения характеристики W из (4), выберем $\bar\theta$ из условия $\pi - \bar\theta = \theta_0$, т.е. $\bar\theta = \pi - \theta_0$. В этом случае

$$\Phi_0(\pi - \bar\theta) = 0,$$

а Δ и W выражаются формулами

$$\Delta = \Phi_0(\pi - \theta_0)\Phi_1(\pi - \theta_0)\exp[i(\gamma + \gamma_0)] + \\ + \Phi_0(\pi - \theta)\Phi_1(\pi - \theta), \tag{6}$$

$$W = -\frac{\exp(-i\gamma_0)}{\alpha\beta\Phi_0(\pi - \theta_0)\Phi_1(\pi - \theta_0)},$$

где $\gamma_0 = \dfrac{kl}{\cos\theta_0}$.

Подставляя значения $\Phi_0(\theta)$ и $\Phi_1(\theta)$ из (5) в (4), и с учетом (6) получим выражения для T и R в виде:

$$T = 1 - \frac{\sin^2(\varphi - \varphi_0)}{\Delta};$$

$$R = -\frac{\sin(\varphi - \varphi_0)\sin(\varphi + \varphi_0)}{\Delta},$$

Таблица

	θ_0					
kl	170°	160°	150°	140°	130°	120°
→ 0°	0.008	0.031	0.072	0.133	0.217	0.333
15°	0.008	0.033	0.075	0.137	0.224	0.341
30°	0.009	0.037	0.085	0.153	0.245	0.366
45°	0.018	0.047	0.106	0.186	0.288	0.414

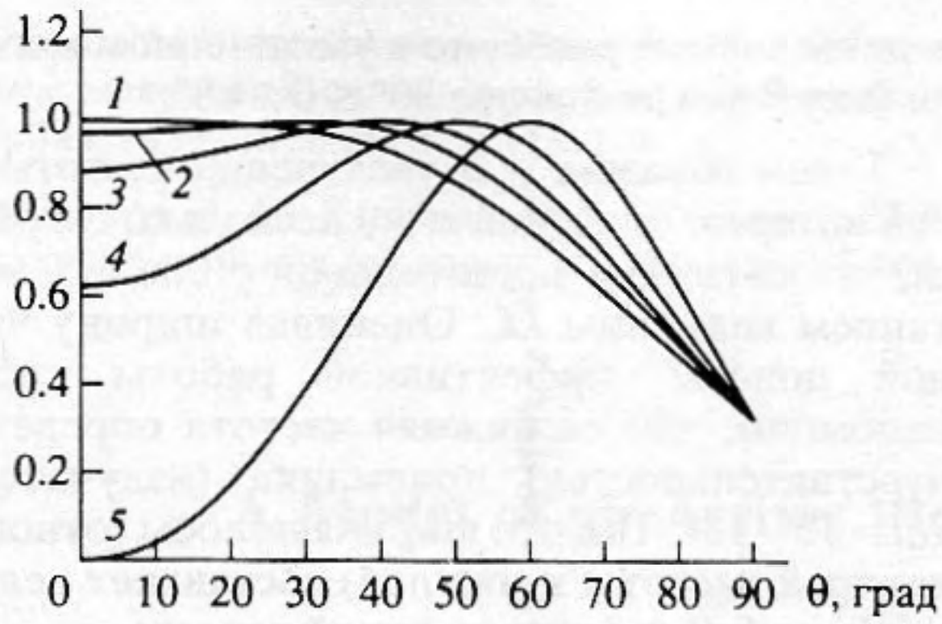

Рис. 3. Угловая зависимость коэффициента поглощения α для $kl \longrightarrow 0$, $kL \longrightarrow 0$.
1 – $\theta_0 = 180°$, *2* – $\theta_0 = 150°$, *3* – $\theta_0 = 140°$, *4* – $\theta_0 = 130°$, *5* – $\theta_0 = 120°$.

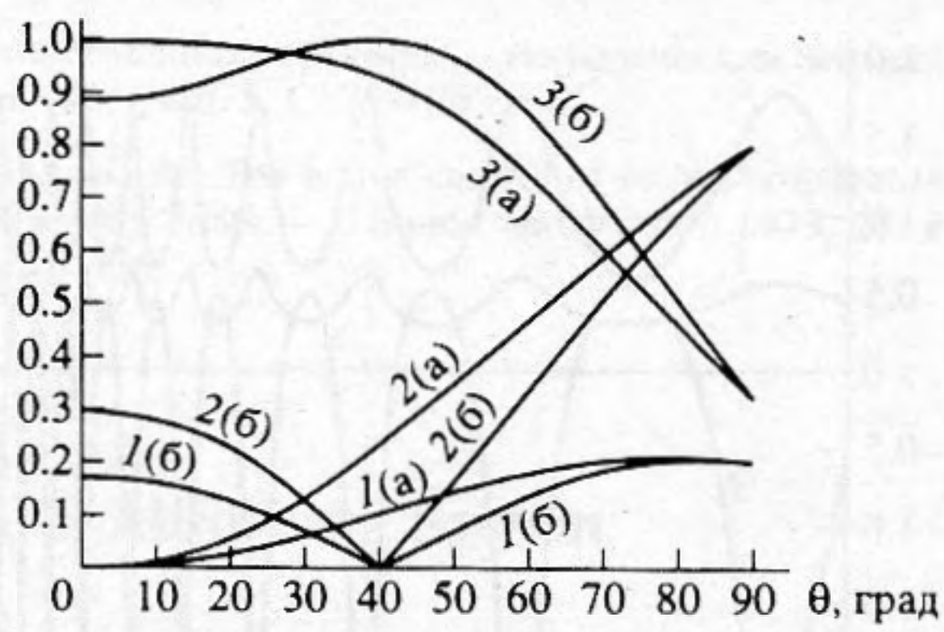

Рис. 4. Угловая зависимость коэффициентов $|R|$ и $|T|$ и α для $kl \longrightarrow 0$, $kL \longrightarrow 0$.
а) $\theta_0 = 180°$, б) $\theta_0 = 140°$, *1* – $|R|$, *2* – $|T|$, *3* – α.

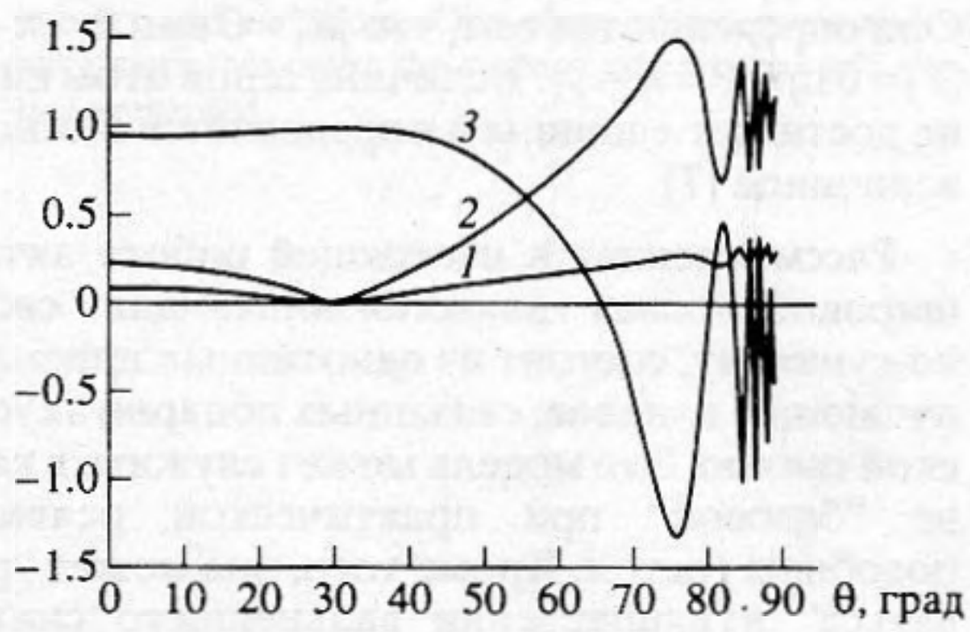

Рис. 5. Эффективность системы при $\theta_0 = 150°$ для $kl = 15°$, $kL = 60°$.
1 – $|R|$, *2* – $|T|$, *3* – α.

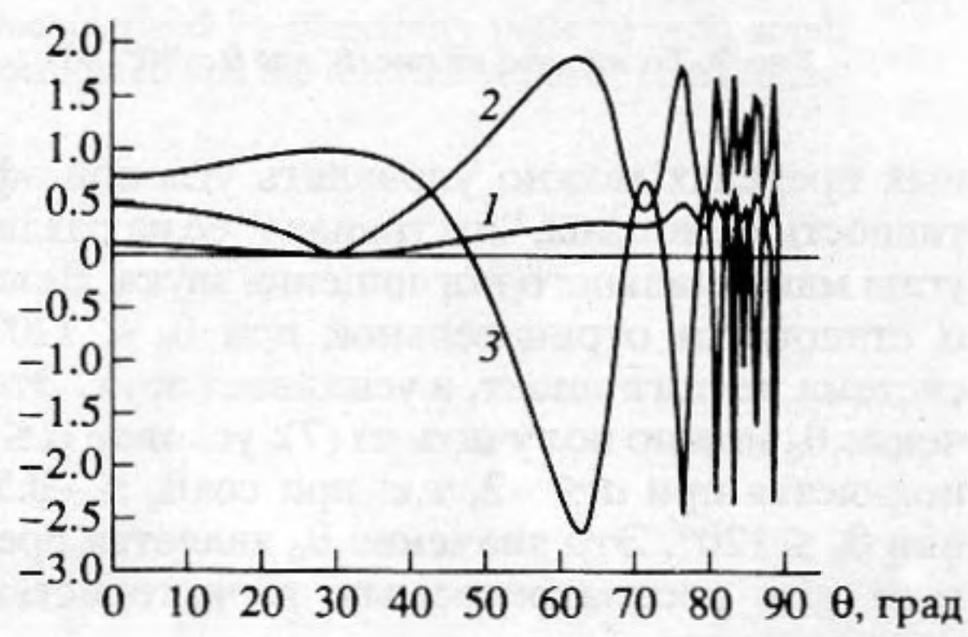

Рис. 6. То же, что на рис. 5, для $kl = 45°$, $kL = 180°$.

где

$$\Delta = \sin^2 2\varphi_0 \exp[i(\gamma + \gamma_0)] + \sin^2(\varphi + \varphi_0).$$

Для величины W имеем $W = \dfrac{\exp(-i\gamma_0)}{\alpha\beta\sin^2 2\varphi_0}$.

Переходя к рассмотрению результатов расчета акустических характеристик системы, отметим, что ее эффективность определяется двумя факторами – частотной зависимостью характеристик направленности и интерференционными явлениями, обусловленными набегом фазы $\gamma + \gamma_0$ между приемной и излучающей плоскостями. С целью "исключения" этих явлений вначале рассмотрим гипотетический случай предельно низких частот $kl \longrightarrow 0$, $kL \longrightarrow 0$. Формулы для T, R и α будут иметь вид:

$$T = \frac{4(1+a)}{4+(1+a)^2}; \quad R = \frac{1-a^2}{4+(1+a)^2};$$
$$\alpha = \frac{4(a-1)^2(a+2)}{(4+(1+a)^2)^2}, \tag{7}$$

где $a = \dfrac{\cos\theta}{\cos\theta_0} < 0$, поскольку $\cos\theta > 0$, $\cos\theta_0 < 0$. Видно, что зависимость от частоты отсутствует, и поэтому формулы (7) описывают "статические" характеристики системы.

Ниже в качестве примеров приведены результаты расчетов величин $|T|$, $|R|$ и α в зависимости от угла падения θ. Поскольку эти величины являются четными функциями угла θ, то все нижеследующие результаты приведены только для $0° \le \theta \le 90°$.

На рис. 3 представлены результаты расчета по формулам (7) величины α в зависимости от θ при различных значениях θ_0, изменяющихся в пределах от 180° до 120°. Угол $\theta_0 = 180°$ соответствует "настройке" системы на нормальное падение звуковой волны. В этом случае "нули" характеристик направленности приемной и излучающей поверхностей направлены навстречу друг другу. Видно, что $\max\alpha = 1$ достигается при $\theta = \pi - \theta_0$; при этом достаточно высокие значения α сохраняются в широком угловом интервале. В определен-

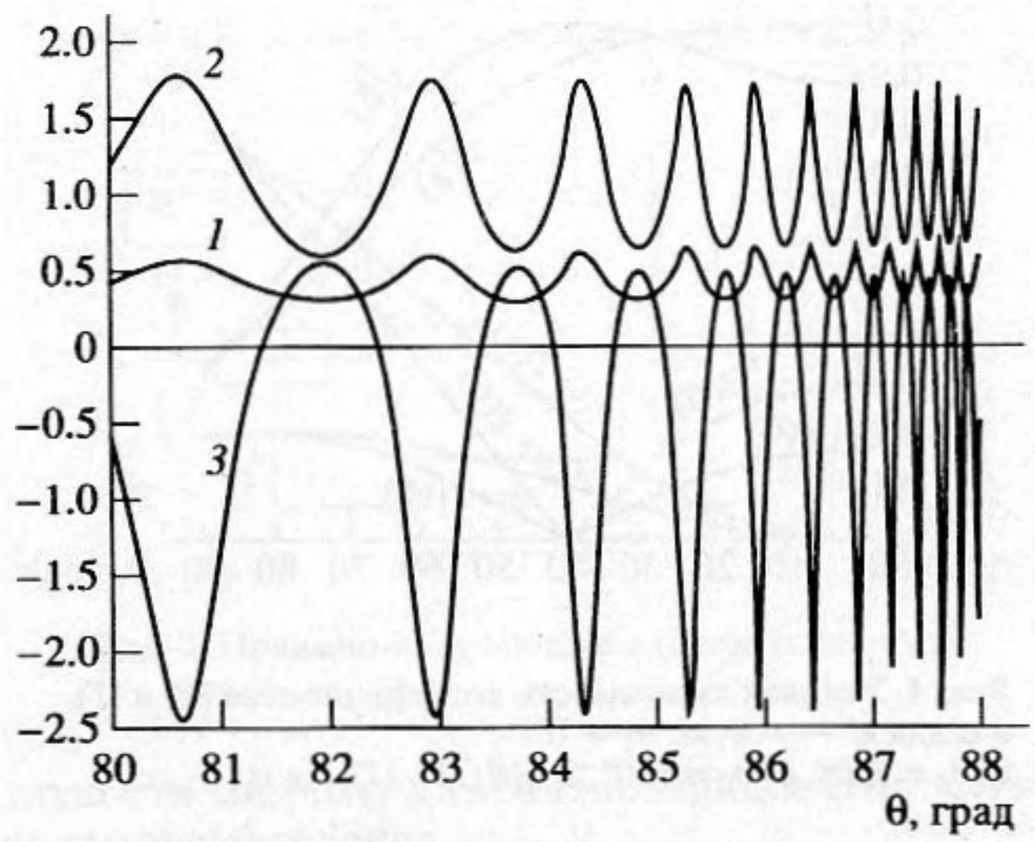

Рис. 7. То же, что на рис. 6, для $\theta = 80°–88°$.

ных пределах можно управлять угловой эффективностью системы, "настраивая" ее на различные углы максимального поглощения звука. Величина α становится отрицательной при $\theta_0 < 120°$, т.е. система не поглощает, а усиливает звук. Это значение θ_0 можно получить из (7); условие $\alpha \le 0$ выполняется при $a \le -2$, т.е. при $\cos\theta_0 \le -0.5\cos\theta$, или $\theta_0 \le 120°$. Это значение θ_0 является предельным для рассматриваемых характеристик направленности.

На рис. 4 представлены значения $|T|$, $|R|$ и α для углов $\theta_0 = 180°$ и $140°$, из которого можно видеть характер изменения этих величин.

На последующих рисунках представлены результаты для частот, отличных от нуля, из которых можно сделать выводы о влиянии интерференции на эффективность системы. В расчетах принималось, что $L = 4l$, т.е. "физическое" расстояние между противолежащими приемными и излучающими элементами составляет величину $2l$.

На рис.5 и рис.6 представлены результаты для $\theta_0 = 150°$; частотные параметры выражены в градусах и составляют: $kl = 15°$, $kL = 60°$ для рис. 5 и $kl = 45°$, $kL = 180°$ для рис. 6 ($kl = 45°$ является максимальным значением в рамках рассматриваемой модели). Видно, что при малых углах θ характеристики мало отличаются от "статических", но при $\theta > 67°$ ($kl = 15°$) и $\theta > 49°$ ($kl = 45°$) величина $|T|$ становится больше единицы, т.е. система усиливает проходящую волну, что связано с изменением фазы γ на π по сравнению с "настройкой". Величина α становится отрицательной (при несколько меньшем угле θ). Затем эти величины при увеличении θ имеют осциллирующий характер, причем период осцилляций непрерывно уменьшается. Это наглядно видно из рис. 7, на котором приведены данные рис. 6, но в увеличенном масштабе по углу θ для диапазона $80° \le \theta \le 88°$.

Таким образом, при увеличении частоты угловой интервал значений $\alpha > 0$ несколько сокращается, что связано в значительной степени с возрастанием величины kL. Оценивая ширину частотной полосы эффективной работы системы, напомним, что ее нижняя частота определяется чувствительностью приемника (излучателя) – $2kl \approx 10°–15°$. Так что ширина полосы (отношение верхней частоты к нижней) составляет величину порядка 6–9, т.е. около одной декады.

Вышеприведенные результаты относятся к случаю равенства углов $\theta_1 = \theta_2$. Если их полагать разными, то могут возникнуть дополнительные особенности угловых характеристик системы. Они определяются тем, что $|R| = 0$ при $\theta = \pi - \theta_2$, а $|T| = 0$ при $\theta = \pi - \theta_1$. Величина α при этом никогда не достигает единицы и определяется в основном величиной $|T|$.

Рассмотренная в настоящей работе активная широкополосная звукопоглощающая система, по-существу, состоит из однотипных приемно-излучающих каналов, связанных попарно акустической связью. Эта модель может служить в качестве "базовой" при практической реализации подобных систем. Кроме того, она может "развиваться" в направлении дальнейшего снижения акустической обратной связи, увеличения количества прямых связей приемников с излучателями и т.д. с целью улучшения основных акустических характеристик.

В заключение выражаю благодарность Ю.М. Сухаревскому за полезное обсуждение и Ю.В. Тютекину за помощь в проведении расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Elliott S.J., Nelson P.A.* Active noise control // Noise/News international. V. 2, № 2. 1994 June.
2. Proceedings of ACTIVE 95 – The 1995 International Symposium on active control of sound and vibration, Newport Beach, CA, USA.
3. *Малюжинец Г.Д.* Об одной теореме для аналитических функций и ее обобщениях для волновых потенциалов. – 3-й Всесоюзный симпозиум по дифракции волн. М.: Наука, 1964.
4. *Федорюк М.В.* О работах Г.Д. Малюжинца по теории волновых потенциалов // Труды Акустического института, 1971. Вып. 15. С. 169–179.
5. *Jessel M.* Sur les absorbeurs actifs // 6 ICA, 1968. 4. F – 5–6. (Tokyo).
6. *Малюжинец Г.Д.* Простейшая модель поглощающей и прозрачной решетки с обратной связью // Труды Акустического института. 1971. Вып. 15. С. 7–22.

7. Федорюк М.В.Активное гашение звука непрерывными решетками из монополей. – Акустический журнал, 1979. 25. Вып. 1. С.113–118.

8. *Мазаников А.А., Тютекин В.В., Федорюк М.В.* Активное гашение звуковых полей методом пространственных гармоник. – Акустический журнал, 1980. 26. Вып. 5. С. 759–763.

9. *Swinbanks M.* The active control of sound propagation in the long ducts. – J. Sound and Vibrat., 1973. 27. #. P. 411–436.

A Model of an Active, Plane, Sound-Absorbing System

V. V. Tyutekin

A physical-mathematical model of an active, plane, sound-absorbing system composed of two sound-transparent planes (receiving and radiating) interconnected by identical electronic units (delay lines) is developed. Formulas for calculating reflection, transmission, and absorption coefficients as well as the delay line tranfer functions are obtained as functions of frequency and the angle of incidence for arbitrary directivity patterns of receivers and radiators. One class of receivers and radiators characterized by directivity patterns with small backlobes that make the system safe against self-excitation is considered and the relevant acoustic characteristics presented.