АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1997, том 43, № 3, с. 344–349

УДК 534.23

О ДИСПЕРСИИ СКОРОСТИ ЗВУКА В СИСТЕМЕ ЖИДКОСТЬ–ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА

© 1997 г. И. Е. Дмитриев, В. М. Полунин

Курский государственный технический университет
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

Поступила в редакцию 26.01.96 г.

Приведены результаты экспериментальных исследований дисперсии скорости распространения упругих колебаний в жидкости, заполняющей стеклянные трубки, методом акустомагнитной индикации. Произведено сравнение экспериментальных данных с расчетными кривыми, полученными на основе известных моделей, описывающих дисперсионное поведение таких систем. Отмечено определенное сходство с экспериментом результатов теории, основанной на решении уравнений колебаний оболочки и сшивании их с уравнениями, описывающими колебания жидкости.

Скорость распространения упругих колебаний в жидкости, заполняющей оболочку – контейнер, волновод, трубу, может существенно отличаться от скорости звука в свободной среде. Большинство исследований на эту тему носит теоретический характер [1–13]. Экспериментальные исследования немногочисленны и несистематичны [3, 4, 7, 8, 9], в методическом отношении имеют существенные недостатки, что не позволяет выделить физически наиболее обоснованную модель. Так, Бойль и Фильд [4] определяли фазовую скорость в трубе, измеряя расстояние между цепочками кавитационных пузырьков, образующихся в узлах звуковой волны. Этот способ позволяет произвести измерения лишь в оптически прозрачных средах и приводит к большим ошибкам, так как в зоне кавитации в присутствии пузырьков воздуха сжимаемость жидкости значительно увеличивается, а скорость звука соответственно уменьшается. Кроме того, остаются неучтенными нелинейные эффекты, сопровождающие звуковые волны большой амплитуды. Измерения производились всего в двух стеклянных трубах, заполненных керосином, приведенные в работе [4] результаты измерений скорости звука отличаются большим разбросом.

Якоби [3] приводит данные для медной трубы, наполненной водой. Способ определения скорости звука в его работе не описан, но, скорее всего, примененная им методика основана на использовании микрофонов. Гульке и Банн [7, 8, 9] измеряли скорость звука посредством микрофонов в стеклянной, перспексной и резиновой трубах, заполненных водой. Присутствие микрофона возмущает волновое поле в трубе. Особенно сильные искажения вносит микрофон при измерениях в узких трубах, а в капиллярных трубках его использование практически невозможно.

Вопрос об адекватности той или иной теоретической модели распространения упругих волн в рассматриваемых системах целесообразно решать на основе применения более совершенной экспериментальной методики, свободной от перечисленных выше недостатков.

Качественное улучшение метода экспериментального исследования дисперсии скорости звука в жидкости, заполняющей трубу, может быть достигнуто при использовании акустомагнитной индикации упругих колебаний. Суть метода состоит в том, что в трубу заливается не обычная, а магнитная жидкость (МЖ) [14], одним из свойств которой является способность в сравнительно небольших магнитных полях приобретать значительную намагниченность. На трубу с МЖ одевается катушка, вложенная внутрь постоянного кольцевого магнита. Между катушкой и внешней поверхностью трубы имеется воздушный кольцевой зазор. При распространении в намагниченной МЖ акустической волны происходит возмущение намагниченности МЖ и напряженности поля, при этом в контуре, охватывающем трубу, возникает переменная ЭДС, которая фиксируется при помощи осциллографа или другого измерительного устройства [15].

На этом принципе основано действие разработанного магнитожидкостного интерферометра с постоянной базой [14]. На рис. 1 показана блок-схема интерферометра. Источником упругих колебаний является пьезопластина *1* из ЦТС с резонансной частотой 1 МГц. Пьезопластина совершает нерезонансные колебания под воздействием переменной ЭДС, подаваемой с генератора *2* (ГЗ-33). Упругие волны через волновод *3* вводятся в МЖ *4*. Индуцируемая в магнитной головке *5* ЭДС поступает на вход приемника *6* (высокочувствительный осциллограф С1-117). Магнитная

головка включает постоянный магнит и катушку индуктивности. Постоянный магнит состоит из двух полуколец, благодаря чему исключается возможность левитационного захвата жидкостью воздушных пузырьков в процессе сборки установки. Катушка индуктивности и постоянный магнит жестко связаны с кареткой катетометра 7 (В-630), что позволяет перемещать магнитную головку на расстояния до 1.5 м с точностью 0.01 мм.

Большим преимуществом данного метода является отсутствие помех дифракционного характера, вносимых микрофоном, а также отсутствие погрешности определения эффективной длины камеры интерферометра. В отличие от кавитационного метода можно производить измерения в непрозрачных трубах при наличии в них колебаний достаточно малой амплитуды.

Измерения производились следующим образом. На определенных частотах вводимых звуковых колебаний в системе возникают стоячие волны. При перемещении магнитной головки вдоль оси трубы на экране осциллографа наблюдаются периодически чередующиеся максимумы и минимумы амплитуды принимаемого сигнала, соответствующие пучностям и узлам стоячей волны [14]. Измеряется координата какого-либо минимума (не менее 30 раз), а затем другого, отстоящего от него на максимально возможное количество длин волн. При исследовании функции распределения ошибки измерения координаты минимума в соответствии с критерием Пирсона был выявлен равномерный характер распределения с вероятностью 0.99. Затем рассчитывается длина волны, скорость звука в трубе и ошибки их определения. Максимальная ошибка измерения скорости звука возникает на низких частотах. Однако, для всех измерений эта погрешность не превзошла 1%.

На низких частотах, когда в трубе распространяется только поршневая мода звуковых колебаний, при смещении катушки приемника вдоль трубы амплитуда сигнала на экране осциллографа меняется плавно по синусоиде [14]. При использовании внешней синхронизации заметна смена фазы в узлах волны. С повышением частоты наблюдается четко фиксируемая стоячая волна, длина которой существенно превышает длину волны поршневой моды. При дальнейшем увеличении частоты фазовая скорость этой волны сначала очень быстро, а затем все медленнее падает.

В случае, когда в системе распространяются одновременно две и более моды с незначительно различающимися амплитудами, возникает сложная картина пространственных биений, требующая спектрального анализа. В настоящей работе приведены лишь те результаты, для которых амплитуды мод существенно различаются.

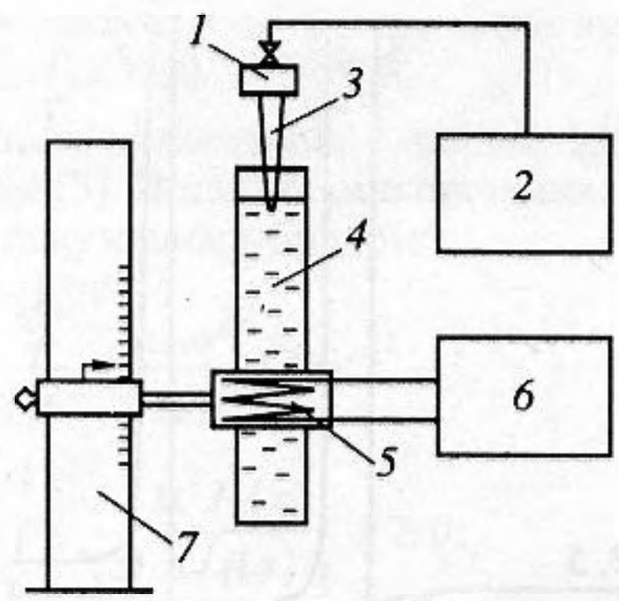

Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

На данной установке были произведены исследования зависимости скорости звука от частоты в МЖ, заполняющей стеклянные цилиндрические оболочки различного диаметра и с различной толщиной стенок в диапазоне частот 10–180 кГц. Примененная в исследованиях МЖ представляет собой магнитный коллоид, дисперсной фазой которого служит магнетит Fe_3O_4, дисперсионной средой – керосин, а стабилизатором – олеиновая кислота; плотность жидкости – 1279 ± 4 кг/м^3. Скорость звука в неограниченной МЖ, измеренная импульсным методом на частоте заполнения 2 МГц при температуре 29°С, равна 1065 ± 5 м/с, температурный коэффициент скорости составляет $-3\ \frac{\text{м}}{\text{сК}}$.

Экспериментальные результаты представлены на рис. 2 и рис. 3.

Следует отметить, что в устойчивой МЖ скорость звука не зависит от напряженности магнитного поля вплоть до намагниченности насыщения. Отсутствует также дисперсия скорости звука в неограниченной неагрегированной МЖ вплоть до гиперзвукового диапазона частот, обусловленная структурным фактором [16].

Существует несколько подходов к описанию распространения колебаний в жидкости, заполняющей цилиндрическую трубу. Муди и Хэддоу [6] получили дисперсионные соотношения для скорости звука в несжимаемой жидкости, заполняющей трубу с податливыми стенками. Фэй [10] рассмотрел распространение в трубе с жидкостью одновременно нескольких мод. В работе [11] рассматривается заполненный жидкостью волновод с бесконечной толщиной стенки. В формулах, полученных Гронваллом [12], отсутствует зависимость скорости от частоты. Фюллер и Фахи [13] получили дисперсионное соотношение для скорости звука в системе оболочка–жидкость для мод нулевого, первого и второго порядка.

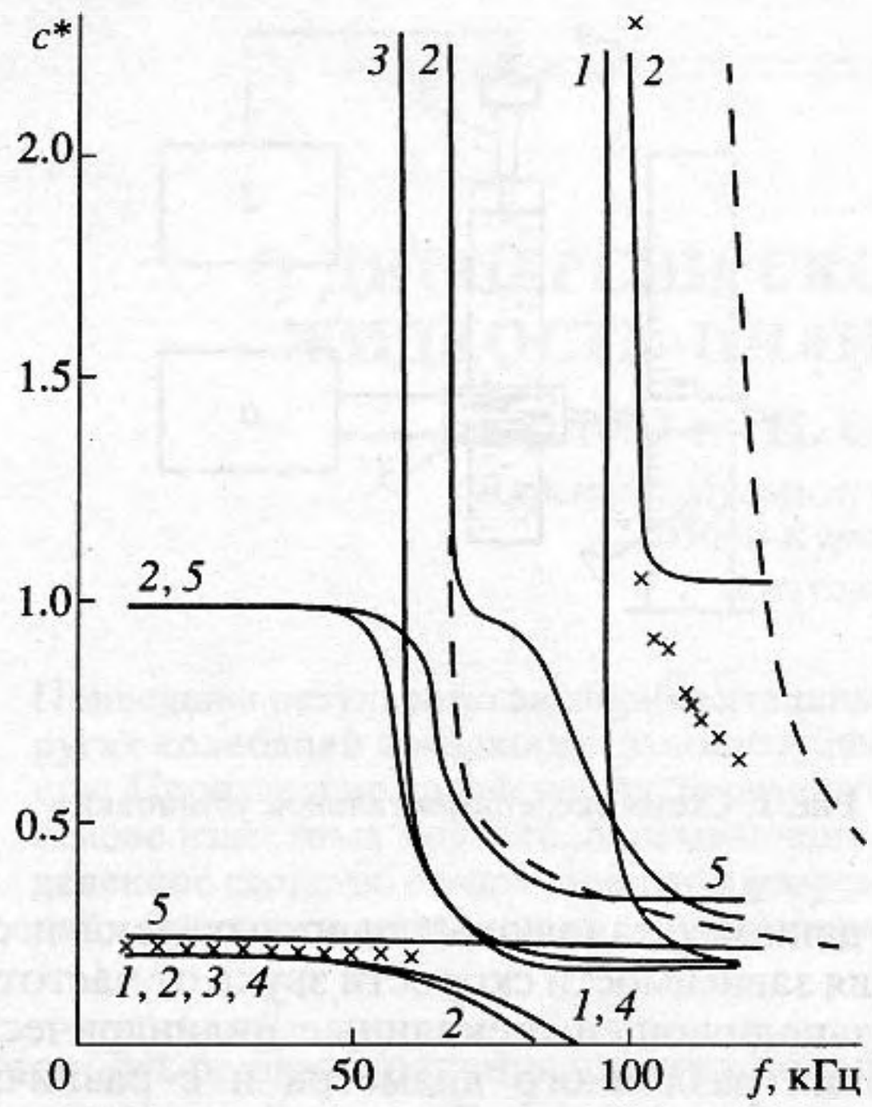

Рис. 2. Зависимость безразмерной скорости звука c* от частоты f для трубки с параметрами $R_2 = 10.2$ мм, $h = 1.8$ мм. Номера кривых соответствуют формулам, по которым они рассчитаны; – – – – – кривая, рассчитанная в предположении абсолютной жесткости стенок; × × × × – экспериментальные результаты.

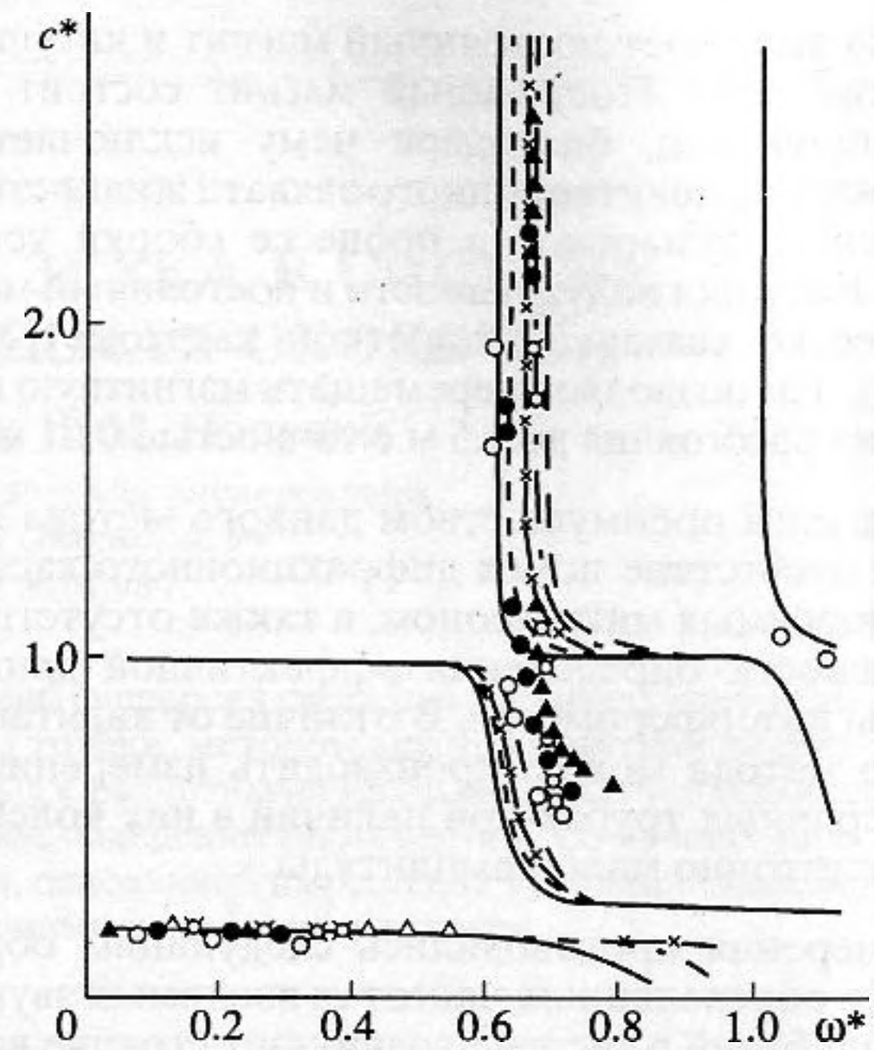

Рис. 3. Зависимость безразмерной скорости c^* от безразмерной частоты ω^*. Кривые рассчитаны по формулам (2) (модель Лина и Моргана).
——, ○ – теоретические и экспериментальные данные для трубки с $R_2 = 6.2$ мм, $h = 0.5$ мм; - - - - , ● – $R_2 = 5.1$ мм, $h = 0.7$ мм; –×–×–, ▲ – $R_2 = 5.9$ мм, $h = 1.9$ мм; –·–·–, △ – $R_2 = 4.6$ мм, $h = 2.0$ мм; – – –, ¤ – $R_2 = 5.5$ мм, $h = 2.5$ мм.

В работах Кюля [1] и Скучика [17] рассматривается влияние на скорость звука в трубе дополнительной сжимаемости, обусловленной податливостью стенок трубы. Скорость звука в жидкости, заполняющей трубу, определяется по формуле:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_f(\beta + \beta')}},$$

где ρ_f – плотность жидкости, β – сжимаемость жидкости, β' – дополнительная сжимаемость, вносимая податливостью стенок.

Дополнительная сжимаемость рассчитывается из следующих соображений: рассматривается кольцевой элемент трубы, способный растягиваться при увеличении давления жидкости внутри него. Пренебрегая массой элемента трубы и принимая в расчет только его упругость, получена следующая формула, связывающая c и c_0 (скорость в свободной среде):

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{1 + \frac{2}{\beta E'}\frac{(R_1/R_2)^2 + 1}{(R_1/R_2)^2 - 1}}},$$

где E' – модуль упругости материала стенки трубы, R_1 и R_2 – внешний и внутренний радиусы соответственно.

В работе [17] рассчитана частота радиального резонанса кольцевого элемента трубы:

$$f_0 = \sqrt{\frac{E'}{2\rho_t(R_1 + R_2)R_2\pi^2}},$$

где ρ_t – плотность материала стенки трубы, с учетом которой соотношение между c и c_0 принимает вид:

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{1 + \frac{2}{\beta E'}\frac{(R_1/R_2)^2 + 1}{(R_1/R_2)^2 - 1}(1 - (f/f_0)^2)^{-1}}}, \quad (1)$$

где f – частота колебаний.

Формула (1) описывает дисперсионное поведение скорости звука в трубе, но при этом не учитывается связь выбранного кольцевого элемента с другими элементами трубы.

Попытка учесть связь кольцевых элементов между собой с помощью введения поправок предпринята в работе [1]. Согласно рассматриваемой модели, дисперсионное поведение трубы должно

быть существенно различным для "толстостенных" и "тонкостенных" труб, при этом в формулу вносятся разные поправки. Однако теоретический критерий "толстостенности" не приводится.

Соотношение, аналогичное формуле (1), получено Гульке и Банном [7] с использованием метода электроакустических аналогий.

Другой подход к решению задачи предложен Лином и Морганом [2]. Он основан на "сшивании" уравнений колебаний цилиндрической оболочки с уравнениями движения жидкости. В результате получаются следующие дисперсионные соотношения:

$$1-\frac{1}{\omega^{*2}}+\frac{\nu^2}{\omega^{*2}(1-c^{*2})}-$$

$$-\frac{\xi\omega^{*2}(1-Nc^{*2})}{c^{*2}(c^{*2}+\xi\eta\omega^{*2}(1-Nc^{*2}))}= \tag{2}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{\alpha^2 J_0(x)}{xJ_1(x)}, & x\ge 0\\[2mm] -\dfrac{\alpha^2 I_0(x)}{xI_1(x)}, & x\le 0,\end{cases}$$

где $x=\omega^*(1/\gamma^2-1/c^{*2})^{1/2}$,

$$\omega^*=\frac{2\pi fa}{c_p},\quad c^*=c/c_p,$$

$$\xi=\frac{h^2}{12a^2},\quad \eta=\frac{2}{(1-\nu)K},$$

$$\gamma^2=c_0^2/c_p^2,\quad \alpha^2=\frac{\rho_f a}{\rho_t h},$$

где a – средний радиус, c_p – скорость продольных волн в материале трубы, h – толщина стенки, ν – коэффициент Пуассона. Величина N характеризует вклад вращательной инерции элемента оболочки. Если $N=1$, то вращательная инерция учитывается, если же $N=0$, то ею пренебрегают. Величина η соответствует усилию изгиба. Параметр K – константа, используемая для небольшой корректировки формул, принимается равной 0.99.

Из формул (2) следует, что есть две осевые моды, существующие во всем диапазоне частот. Для одной из них, распространяющейся со скоростью меньшей, чем скорость звука в свободной жидкости, характерно то, что колебания локализованы в основном в жидкости. На индикацию данной моды главным образом рассчитан наш метод. Другая же мода, скорость которой близка к скорости продольных волн в материале оболочки, локализована в основном в оболочке и нашим методом практически не фиксируется.

Уравнения, аналогичные формулам (2), получены Якоби [3]. В наших обозначениях их можно записать следующим образом:

$$1-\frac{1}{\omega^{*2}}+\frac{h^2\omega^{*2}}{12a^2}(2/c^{*2}-1/\gamma^2)^2=$$

$$=\begin{cases}\dfrac{\alpha^2 J_0(x)}{xJ_1(x)}, & x\ge 0;\\[2mm] -\dfrac{\alpha^2 I_0(x)}{xI_1(x)}, & x\le 0.\end{cases} \tag{3}$$

Уравнения (3) и (2) отличаются левыми частями. В них различны третьи члены, а четвертый член в (2), связанный с вращательной инерцией и изгибным усилием, в формулах (3) вообще отсутствует. Это объясняется тем, что Якоби использовал более упрощенные уравнения колебаний оболочки, чем Лин и Морган.

Следует отметить, что область решений уравнений (3) для нулевой моды ограничена по частоте сверху, так для исследуемых труб предельные частоты: 60–80 кГц.

Еще одна теоретическая модель использовалась Бойлем и Фильдом [4]. Запишем их уравнения в наших обозначениях:

$$\frac{\rho_t(1-1/\omega^{*2})h}{\rho_f a}=\begin{cases}\dfrac{J_0(x)}{xJ_1(x)}, & x\ge 0\\[2mm] -\dfrac{I_0(x)}{xI_1(x)}, & x\le 0.\end{cases} \tag{4}$$

Во всех вышеприведенных моделях рассматривалось распространение только осесимметричных мод колебаний. В работе Меркулова, Приходько, Тютекина [5] исследуются также и неосесимметричные моды. Авторами получено следующее дисперсионное соотношение (в наших обозначениях):

$$xJ_n'(x)+g_nJ_n(x)=0, \tag{5}$$

где n – порядок функции Бесселя.

$$g_n=\frac{\rho_f\omega^{*2}a}{\rho_t\det\|C_{jk}\|h}(C_{11}C_{22}-C_{12}^2),$$

$$C_{11}=\omega^{*2}-(ka)^2-\frac{1-\nu}{2}n^2,$$

$$C_{12}=C_{21}=-\frac{1+\nu}{2}nka,\quad C_{13}=C_{31}=i\nu ka,$$

$$C_{23} = i\left(n + \frac{h^2\nu}{8a^2(1-\nu)}(n - n^3)\right),$$

$$C_{32} = in,\ C_{22} = \omega^{*2} - n^2 - \frac{1-\nu}{2}(ka)^2,$$

$$C_{33} = -\omega^{*2} + 1 + \frac{h^2}{24a^2(1-\nu)} \times$$

$$\times [2(1-\nu)((ka)^2 + n^2)^2 + 2 + \nu - n^2(4-\nu)].$$

Уравнение (5) для $n = 0$ аналогично уравнениям (1)–(4).

Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными говорит о том, что в области низких частот все модельные теории, в том числе формулы (5) для $n = 0$, достаточно хорошо согласуются с опытом. Формулы (5) приводят к несколько завышенным значениям скорости для нулевой моды, в то время как остальные модели (1)–(4) дают несколько заниженные значения.

На рис. 2 приведены теоретические кривые, рассчитанные по моделям (1)–(5) и экспериментальные данные для одной из исследованных труб. Данные для остальных труб представлены в безразмерном виде на рис. 3.

Использованные в экспериментах трубы изготовлены из стекла марки НС-3, для которого, согласно данным завода-изготовителя, $E = 7.59 \times \times 10^{10}$ н/м^2, $C_p = 5800$ м/с.

Для высших мод колебаний можно отметить определенное сходство с результатами эксперимента дисперсионных кривых, рассчитанных по формулам (2) (см. рис. 2). Большие, полученные экспериментально, значения фазовой скорости, превосходящие скорость в свободной жидкости в десять и более раз, в данной модели соответствуют распространению высших мод колебаний. Однако, нижний участок теоретических кривых для всех исследуемых труб не совпадает с результатами выполненного эксперимента. На рис. 2 приведены кривые, рассчитанные в предположении абсолютной жесткости стенок. Экспериментальные результаты занимают промежуточное положение между кривой для жестких стенок и кривой, построенной по формулам (2). В этой связи можно предположить, что существующие теории в недостаточной степени учитывают жесткость оболочек.

Данные об отсутствии дисперсии скорости звука в жидкости в диапазоне 3.7–94.6 кГц, полученные ранее в работе [14], соответствуют результатам, приведенным на рис. 3 для трубы с параметрами $R_2 = 4.6$ мм, $h = 2.0$ мм, для которой в диапазоне частот до 100 кГц высших мод не наблюдалось. Геометрические и упругие параметры этой трубы близки к параметрам трубы, использованной в [14].

Для более обоснованного вывода об адекватности теоретических моделей на наш взгляд целесообразно расширить применение метода акустомагнитной индикации, в частности, за счет поперечного намагничивания жидкостного столба и соответствующего размещения миниатюрной катушки индуктивности за пределами трубки [18], а также за счет более широкого варьирования геометрических, упругостных и теплофизических параметров цилиндрических оболочек. Целесообразно дополнить экспериментальные данные результатами спектрального анализа зависимости индуцируемой ЭДС от координаты магнитной головки в случае одновременного возбуждения разных мод колебаний.

В заключение авторы выражают благодарность В.В. Тютекину за интерес к данной проблеме и полезные советы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuhl W.* Die eigenschaften wassergefullter rohre fur widerstands- und schallgeschwindigkeitsmessungen // Acustica. 1953. V. 3. P. 111.
2. *Lin T.C., Morgan G.W.* Wave propagation through fluid contained in a cylindrical, elastic shell // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1956. V. 28. № 6. P. 1165–1176.
3. *Jacobi W.J.* Propagation of sound waves along liquid cylinders // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1949. V. 21. № 2. P. 120–124.
4. *Field G.S., Boyle R.W.* Dispersion and selective absorbtion in the propagation of ultrasound in liquids contained in tubes // Canad. Journ. Res. 1932. № 6. P. 192.
5. *Меркулов В.Н., Приходько В.Ю., Тютекин В.В.* Возбуждение и распространение нормальных волн в тонкой упругой цилиндрической оболочке, заполненной жидкостью // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 5. С. 723–730.
6. *Moodie T.B., Haddow J.B.* Dispersive effects in wave propagation in thin-walled elastic tubes // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1978. V. 64. № 2. P. 522–528.
7. *Guelke R.W., Bunn A.E.* Transmission line theory applied to sound wave propagation in tubes with compliant walls // Acustica. 1981. V. 48. P. 101–106.
8. *Guelke R.W., Bunn A.E.* The propagation of sound in liquids confined in tubes with compliant walls // Acustica. 1982. V. 52. P. 131–134.
9. *Bunn A.E., Guelke R.W.* The influence of wavelenght on pressure wave characteristics in fluid-filled compliant tubes // Acustica. 1986. V. 59. P. 247–254.
10. *Fay R.D.* Waves in liquid-filled cylinders // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1952. V. 24. № 5. P. 459–462.
11. *Safaai-Jazi A., Jen C.K., Farnell G.W., Cheeke J.D.N.* Analysis of luquid-core cylindrical acoustic waveguides // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1987. V. 81. № 5. P. 1273–1278.
12. *Gronwall T.H.* The longitudinal vibrations of a liquid contained in a tube with elastic walls // Phys. Rev. 1927. V. 30. P. 71–83.

13. *Fuller C.R., Fahy F.J.* Charactiristics of wave propagation and energy distributions in cylindrical elastic shells filled with fluid // Journ. of Sound and Vibr. 1982. V. 81. № 4. P. 501–518.

14. *Полунин В.М.* О методике экспериментального исследования нормальных волн в тонкой упругой цилиндрической оболочке, заполненной жидкостью // Акустич. журн. 1989. Т. 35. № 3. С. 557–559.

15. *Полунин В.М.* Релаксация намагниченности и распространение звука в магнитной жидкости // Акустич. журн. 1983. Т. 29. № 6. С. 820–823.

16. *Полунин В.М., Рослякова Л.И.* О зависимости скорости звука в магнитной жидкости от напряженности магнитного поля и частоты колебаний // Магнитная гидродинамика. 1985. № 4. С. 59–65.

17. *Скучик Е.* Основы акустики. Т. 2. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959.

18. *Полунин В.М., Пьянков Е.В., Авилов А.В.* О некоторых особенностях возмущения намагниченности магнитной жидкости звуком // Магнитная гидродинамика. 1986. № 1. С. 40–44.

Dispersion of Sound Velocity in a Fluid-Filled Cylindrical Shell

I. E. Dmitriev and V. M. Polunin

This paper reports experimental acoustomagnetic studies of the dispersion of sound velocity in liquids contained in glass tubes. Experimental data are compared with theoretical curves derived from known models describing the dispersive behavior of such systems. We note a certain similarity between the experiment and a theory based on the solutions of shell equations sewn with those of equations describing oscillations of fluid.