

УДК 534.232

ОСОБЕННОСТИ АКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЛЕДЯНОЙ ПЛАСТИНЫ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ЛАЗЕРНЫМ ТЕРМООПТИЧЕСКИМ ИСТОЧНИКОМ

© 1997 г. А. О. Максимов

Тихоокеанский океанологический институт ДВО РАН
690041 Владивосток, ул. Балтийская, 43

Поступила в редакцию 25.01.96 г.

Теоретически изучены особенности генерации и распространения оптоакустических сигналов в море, покрытом слоем льда. Анализируется термооптический механизм возбуждения в случае однородной упругой пластины, нагруженной одной стороной на жидкость. Выяснено, что традиционное описание излучения собственных мод вблизи углов Маха имеет ограниченную область применимости. Получена регулярная асимптотика акустического поля в дальней зоне, учитывающая возможность появления вблизи перевальной точки полюса, отвечающего собственной моде. Проведены численные расчеты диаграммы направленности, позволившие оценить частотный диапазон, в котором может быть реализовано направленное излучение термооптического источника.

Использование оптоакустических источников в натуральных экспериментах [1–4] стимулировало исследования механизмов возбуждения акустических сигналов лазерным пучком в приповерхностном слое океана [5, 7]. Естественным продолжением этих работ является рассмотрение особенностей генерации в условиях зимнего сезона (или арктических морей), когда водная поверхность покрыта слоем льда.

В качестве исходной рассмотрим модель ледяного слоя в виде однородной упругой пластины толщины $2h$ и плотности ρ_i ($=910$ кг/м³), в которой могут распространяться продольные и поперечные волны (c_l ($=3500$ м/с), c_t ($=1800$ м/с) – скорости продольной и поперечных волн). Пластина располагается над жидким полупространством с плотностью ρ_f ($=1000$ кг/м³) и скоростью звука c_f (1450 м/с). Начало координат совмещено со средним сечением пластины, ось x_3 направлена вниз и проходит через точку наблюдения, расстояние R отсчитывается от нижней поверхности пластины, χ – угол наблюдения (см. рис. 1). На верхнюю поверхность пластины под углом θ_1 к нормали падает лазерный пучок.

Поглощение лазерного излучения льдом сопровождается возникновением термоупругих напряжений, приводящих к возбуждению звука. Размеры области тепловыделения – эффективной антенны – определяются шириной пучка и величиной коэффициента поглощения оптического излучения льдом μ_i . Данные, представленные в таблице, позволяют сопоставить величину коэффициента поглощения воды и льда для различных длин волн, отвечающим рабочим частотам типичных лазерных источников. Морской

лед представляет собой оптически достаточно неоднородную среду [8], поэтому используемая модель однородной пластины может адекватно описать реальную ситуацию только для CO₂ и Nd:YAG лазеров. Именно этот случай и будет анализироваться ниже.

Поглощенная энергия лазерного излучения преобразуется в локальное изменение температуры, дилатационные искажения и поток тепла в окружающую среду. Для океанологических приложений представляют интерес звуковые частоты $f = \omega/2\pi$, существенно меньшие $c_l^2/\chi \sim 10^{14}$ Гц

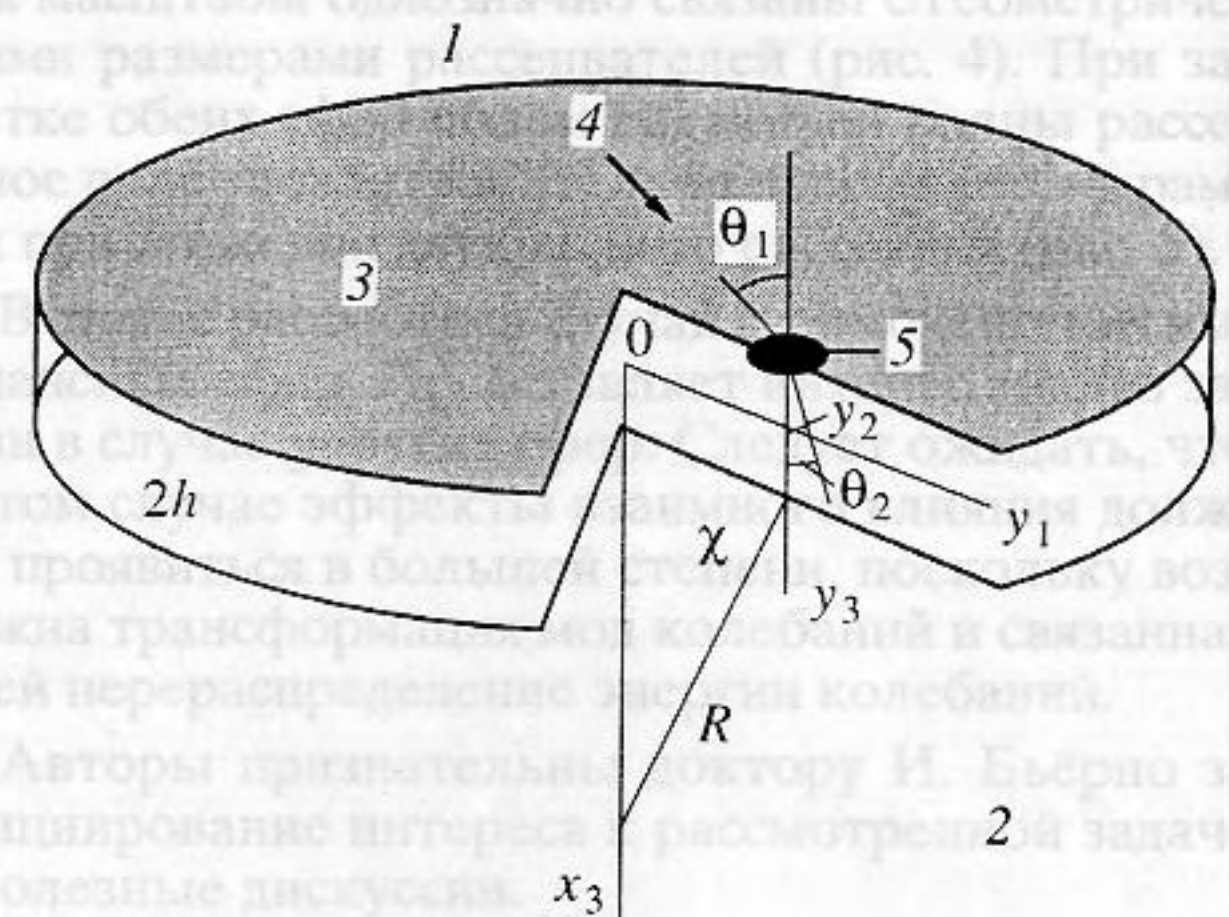


Рис. 1. Из воздуха 1 на ледяное поле 3, расположенное над жидкостью 2, падает лазерный пучок 4. Поглощение излучения льдом приводит к возникновению термооптического источника звука 5. Начало координат совмещено со средним сечением пластины, а расстояние до точки наблюдения R отсчитывается от нижней поверхности, χ – угол наблюдения.

($\chi \sim 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ – коэффициент температуропроводности льда). В этом случае распространение звука происходит адиабатически: теплота за период колебаний не успевает продиффундировать на расстояние порядка длины волны, при этом дилатационным эффектом также можно пренебречь, а тепловая и акустическая задачи разделяются [10].

При описании распределенного источника в пластине удобно, следуя [11], ввести систему координат (y_1, y_2, y_3) , направив ось y_3 вниз, совместив плоскость $(y_1 y_2)$ со средним сечением пластины и расположив начало координат на оси падающего из воздуха пучка. Выберем направление оси y_1 так, чтобы ось пучка лежала в плоскости $(y_1 y_3)$. Тогда для пучка с гауссовским распределением интенсивности в поперечном сечении имеем

$$I(y_1, y_2, y_3) = I_0 \times$$

$$\times \exp\{-y_2^2/a^2 - (y_1 \cos \theta_1 - y_3 \sin \theta_1)^2/a^2\},$$

на поверхности пластины

$$I(y_1, y_2, -h) = I_0 \times$$

$$\times \exp\{-y_2^2/a^2 - (y_1 \cos \theta_1 + h \sin \theta_1)^2/a^2\},$$

а внутри ледяного слоя

$$I(y_1, y_2, y_3) = I_{0tr} \exp[-\mu_i(y_3 + h)/\cos \theta_2] \times \exp\{-y_2^2/a^2 - [(y_1 + h \operatorname{tg} \theta_1) \cos \theta_1 - (y_3 + h) \operatorname{tg} \theta_2 \cos \theta_1]^2/a^2\}. \quad (1)$$

Здесь I_{0tr} – прошедшая (при рассеянии на границе воздух–лед) часть интенсивности, углы падения θ_1 и преломления θ_2 связаны формулой Снеллиуса.

Поглощенная льдом световая энергия формирует распределение тепловых источников, плотность мощности которых $Q = (\mu_i/\cos \theta_2)I(y_1, y_2, y_3)$, а соответствующее изменение температуры описывается уравнением: $\rho_i C_p \partial T/\partial t = Q$, где C_p – теплоемкость льда. Наконец, из соотношений термоупругости [12] получаем связь между распределением упругих сил \mathbf{F} и температурой нагретого лазерным излучением льда: $\mathbf{F} = \rho_i c_l^2 \beta (1 - 4c_l^2/3c_i^2) \nabla T$, здесь $\beta \approx -1.5 \times 10^{-4} \text{ 1/град}$ – объемный коэффициент теплового расширения льда. Приведенные выражения описывают термооптический источник акустических волн в ледяной пластине.

При рассмотрении акустической задачи воспользуемся результатами [11], позволяющими представить общее решение в следующем виде. Поле давления в жидкости $P(\mathbf{x}, t)$, возбужденное

Сопоставление поглощения оптического излучения μ (см^{-1}) водой и льдом для различных типов лазерных источников (λ – длина волны в мкм)

Тип лазера и длина волны излучения	CO ₂ $\lambda = 10.6$	YAG $\lambda = 1.06$	Рубиновый $\lambda = 0.69$	Зелено-голубой $\lambda = 0.5$
Вода	800	0.17	0.01	0.00005
Лед	605	0.25	0.0044	0.00048

распределенными в пластине силами $\mathbf{F}(\mathbf{y}, \tau)$, описывается выражением:

$$P(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \int_{V_s} d\mathbf{y} g_i(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, \tau) F_i(\mathbf{y}, \tau), \quad (2)$$

$$(\mathbf{x} \in V_a, \mathbf{y} \in V_s),$$

здесь V_s – объем пластины, V_a – полупространство, занятое жидкостью, $g_i(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, \tau)$ – поле давления в жидкости в точке \mathbf{x} в момент времени t , обусловленное единичным импульсом, приложенным к пластине в точке \mathbf{y} в момент времени τ . Принцип взаимности устанавливает связь: $g_i(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, \tau) = -\rho_f \partial^2 G_i^* / \partial \tau^2(\mathbf{y}, \tau; \mathbf{x}, t)$, ($\mathbf{y} \in V_s, \mathbf{x} \in V_a$). Функция

$G_i^*(\mathbf{y}, \tau; \mathbf{x}, t)$ описывает смещение в пластине в точке \mathbf{y} в момент времени τ , обусловленный монопольным источником давления, расположенным в жидкости в точке \mathbf{x} . Для гармонического источника, реализуемого модуляцией интенсивности лазерного пучка $I(\mathbf{y}, t) = mI(\mathbf{y}) \exp(-i\omega t)$ (m – индекс модуляции), преобразованные по Ханкелю радиальная и z -компоненты функции Грина \bar{G}_z^*, \bar{G}_r^*

$$G_{z,r}^*(y_1 - x_1, y_2 - x_2, y_3; x_3, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{G}_{z,r}(y_3; x_3, k, \omega) H_0^{(1)}(kr) k dk, \quad (3)$$

$$(r = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2})$$

согласно [11] имеют вид:

$$\bar{G}_z^*(y_3, x_3; k, \omega) = \left[\frac{-Z_f}{(2\pi\rho_f \omega^2 k_i^2)} \exp[-\zeta(x_3 - h)] \right] \frac{N_z}{\Delta}, \quad (4)$$

$$\bar{G}_r^*(y_3, x_3; k, \omega) = \left[\frac{Z_f k}{(2\pi\rho_f \omega^2 k_i^2 \xi)} \exp[-\zeta(x_3 - h)] \right] \frac{N_r}{\Delta},$$

$$\xi^2 = k^2 - k_l^2, \quad \eta^2 = k^2 - k_t^2, \quad \zeta^2 = k^2 - k_f^2,$$

$$k_l = \omega/c_l, \quad k_t = \omega/c_t, \quad k_f = \omega/c_f,$$

$$N_z = Z_-[(\eta^2 + k^2)(\text{sh}\xi y_3/\text{sh}\xi h) - 2k^2(\text{sh}\eta y_3/\text{sh}\eta h)] + Z_-[(\eta^2 + k^2)(\text{ch}\xi y_3/\text{ch}\xi h) - 2k^2(\text{ch}\eta y_3/\text{ch}\eta h)],$$

$$N_r = Z_-[(\eta^2 + k^2)(\text{ch}\xi y_3/\text{ch}\xi h) - 2k^2(\text{ch}\eta y_3/\text{ch}\eta h)] + Z_-[(\eta^2 + k^2)(\text{sh}\xi y_3/\text{sh}\xi h) - 2k^2(\text{sh}\eta y_3/\text{ch}\eta h)],$$

$$Z_- = (-i\omega\rho_i/\xi k_i^4)[(\eta^2 + k^2)^2 \text{cth}\xi h - 4\xi\eta k^2 \text{cth}\eta h],$$

$$Z_+ = (-i\omega\rho_i/\xi k_i^4)[(\eta^2 + k^2)^2 \text{th}\xi h - 4\xi\eta k^2 \text{th}\eta h],$$

$$Z_f = (-i\omega\rho_f/\zeta); \quad \Delta = 2Z_-Z_+ + (Z_- + Z_+)Z_f.$$

Поскольку расстояния, на которые желательно передать сигналы, возбуждаемые лазерным источником, существенно превышают как размеры самого источника, так и соответствующие длины акустических волн, то для описания поля давления в жидкости естественно воспользоваться приближением дальней зоны.

Уравнение перевальнойного контура γ' в плоскости $q = k/k_f$ имеет вид [13]: $q = (1 + is^2)\cos\chi + s(s^2 - 2i)^{1/2}\sin\chi$ ($-\infty \leq s \leq +\infty$). Контур γ' уходит на ∞ , асимптотически приближаясь к лучам $\arg q = \pi/2 - \chi, \pi/2 + \chi$. Он пересекает вещественную ось в двух точках $s_1 = 0$ ($q = \cos\chi$) и $s_2 = (\sin^2\chi/[\cos\chi(\cos\chi + \sin\chi)])^{1/4}$ ($q = 1/\cos\chi$). Вклад седловой точки приводит к следующим выражениям [11]:

$$G_z^* \approx \frac{ik_f \sin\chi \exp(ik_f R)}{2\pi R} \left[\frac{Z_f N_z}{\rho_f \omega^2 k_i^2 \Delta} \right]_{k=k_f \cos\chi}, \tag{5}$$

$$G_r^* \approx \frac{k_f \sin\chi \exp(ik_f R)}{2\pi R} \left[\frac{Z_f k N_r}{\rho_f \omega^2 k_i^2 \xi \Delta} \right]_{k=k_f \cos\chi}$$

При деформации исходного контура в перевальнойный следует проанализировать расположение

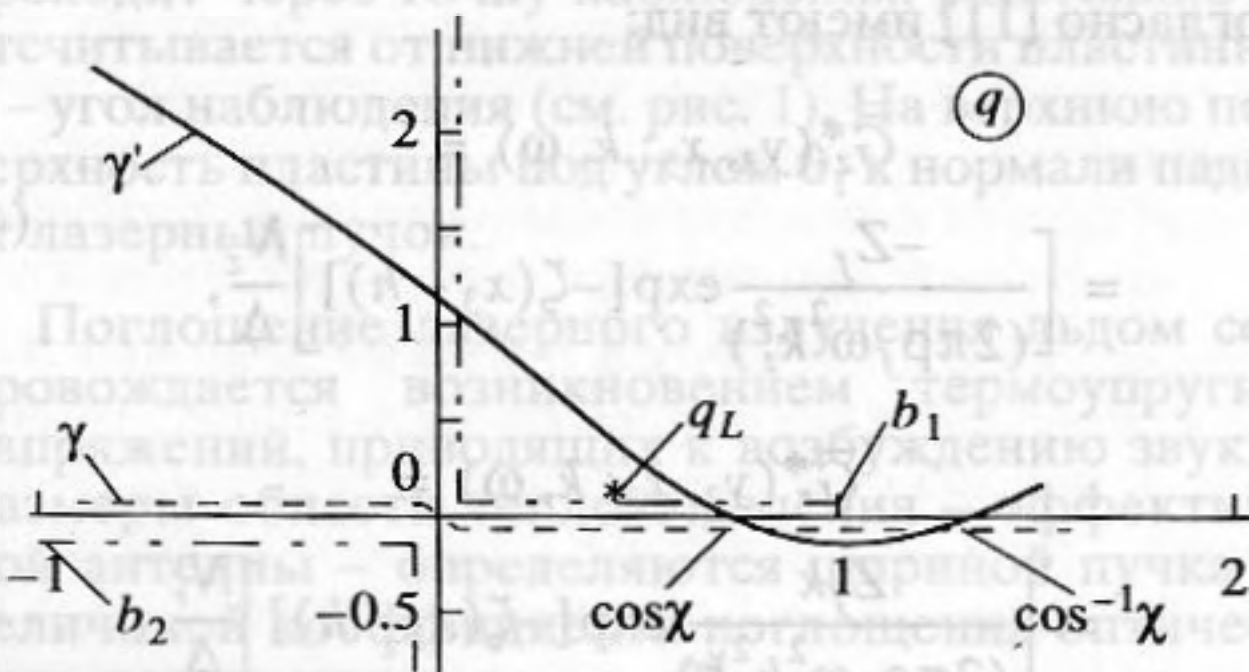


Рис. 2. Расположение особенностей на плоскости q . γ – исходный путь интегрирования γ' – путь наискорейшего спуска, q_L – полюс, отвечающий продольной моде, b_1, b_2 – разрезы.

особых точек подынтегрального выражения. Точками ветвления являются $q = 0$ и $q = \pm 1$, а $\xi = 0, \eta = 0$ – нет [11]. Для выделения регулярных ветвей, связанных с точкой $q = 0$, следует провести разрез по лучу $\arg q = \pi$, при этом контур интегрирования будет проходить по верхнему берегу разреза. Поскольку как исходный контур, так и перевальнойный проходят над точкой ветвления, она не затрагивается при деформировании и поэтому не изображена на рис. 2.

Для выделения регулярных ветвей, связанных с точками $q = \pm 1$ ($\zeta = -i\sqrt{1 - q^2}$), следуя [12], проведем разрез $1 - q^2 = u$ ($0 \leq u \leq \infty$). Лист, на котором $\text{Im}\sqrt{1 - q^2} > 0$, назовем верхним, а лист, где $\text{Im}\sqrt{1 - q^2} < 0$ – нижним. На разрезе, исходящем из точек $q = \pm 1$ и проходящем через бесконечно удаленную точку, $\text{Im}\sqrt{1 - q^2}$ остается непрерывной, а $\text{Re}\sqrt{1 - q^2}$ меняется скачком.

В первом квадранте перевальнойный контур, пересекая разрез, уходит на нижний лист, но затем вновь возвращается на верхний. Поскольку при этом число пересечений разреза четно (два), то при деформации не возникает дополнительного вклада.

Следующий тип особенностей полюса – нули характеристической функции $\Delta = 2Z_-Z_+ + (Z_- + Z_+)Z_f \times (\Delta = 0)$. Наиболее просто ситуация может быть проанализирована в длинноволновом приближении, когда в пластине могут распространяться продольные и изгибные моды.

Корень уравнения $\Delta = 0$, отвечающий изгибной моде, имеет вид:

$$k_F^5 = \pm \frac{12\omega^2 \rho_i}{(2h)^3 \rho_f c_L^2}, \quad k_F h \ll 1,$$

где знак плюс и минус относятся к верхнему и нижнему листу соответственно; $c_L = 2c_i(1 - c_i^2/c_l^2)^{1/2}$ – скорость продольной моды в ненагруженной пластине. Собственно изгибной – слабо затухающей волне – отвечает полюс $k_F = [12\omega^2(2h)^{-3}\rho_i\rho_f^{-1}c_L^{-2}]^{1/5}$, расположенный на верхнем листе. Изгибная волна является медленной, поскольку $q_F = (k_F/k_f) \sim (k_F h)^{-3/5}$, и при ее распространении не происходит излучения звука в жидкость. Полюс, соответствующий изгибной волне, дает вклад, “зацепляясь” за перевальнойный контур для всех направлений изучения кроме $\cos\chi^{-1} > q_L$. Однако этот вклад становится экспоненциально малым, как только расстояние от плоскости пластины ($x_3 - h$) превысит длину изгибной волны.

Корень характеристического уравнения $\Delta(q) = 0$, отвечающий продольной моде k_L , имеет вид:

$$k_L = k_{L0} + k_{L2} + k_{L3} + \dots, \quad (6)$$

$$k_{L0} = \omega/c_L, \quad c_L = 2c_i \sqrt{1 - c_i^2/c_l^2},$$

$$k_{L2} = k_{L0} \left[\frac{2}{3} \sigma^2 (k_{L0} h)^2 \right], \quad \sigma = (1 - 2c_i^2/c_l^2),$$

$$k_{L3} = -\zeta(k_{L0})(k_{L0} h)^3 \sigma^2 (\rho_i/\rho_f).$$

Это выражение совпадает с точностью до членов второго порядка по $(k_{L0} h)$ с результатом, приведенным в работе [14]. Однако, для определения положения полюса на двумерной римановой поверхности q необходимо вычисление и членов третьего порядка. Как следует из (6), полюс располагается на нижнем листе и может затрагиваться при деформации исходного контура в перевальный при углах наблюдения $\chi \leq \chi_L$ ($\cos \chi \geq \cos \chi_L$), $\cos \chi_L \equiv \operatorname{Re} q_L = [(k_{L0} + k_{L2})/k_L]$. В силу того, что радиационное затухание продольной моды мало $\operatorname{Im}(k_{L3})/k_f \approx (k_{L0} h)^3$, полюс располагается вблизи вещественной оси q . Асимптотическое вычисление излученного поля вблизи угла Маха χ_L продольной моды требует дополнительного анализа и может не сводиться к простым формулам (5).

Как известно [13], равномерная асимптотика интеграла в условиях, когда в окрестности перевальной точки оказывается простой полюс подынтегрального выражения описывается с помощью эталонного интеграла

$$J_1(1, k_f R, s_p) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-k_f R s^2) ds}{(s - s_p)},$$

который, в свою очередь, выражается через интеграл вероятностей:

$$J_1(1, k_f R, s_p) = i\pi \exp(-k_f R s_p^2) [\operatorname{erf}(i\sqrt{k_f R} s_p) + 1],$$

$$\operatorname{Im} s_p > 0,$$

$$J_1(1, k_f R, s_p) = i\pi \exp(-k_f R s_p^2) \times \quad (7)$$

$$\times [\operatorname{erf}(i\sqrt{k_f R} s_p) - 1], \quad \operatorname{Im} s_p < 0,$$

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\pi} \int_0^u \exp(-t^2) dt.$$

В нашем случае $s_p = \sqrt{i[1 - \cos \chi q_L - \sin \chi \sqrt{1 - q_L^2}]}$ (q_L – корень, отвечающий продольной моде).

Таким образом, поведение функций Грина $G_{z,r}^*$ модифицируется двояким образом. Во-первых, вычисление равномерной асимптотики интеграла

вдоль перевального контура приводит (с учетом двух первых порядков разложения) к выражению, представимому в виде суммы (5) и дополнительного вклада

$$\Delta G_{z,r}^*(1) = \exp(ik_f R) A_{z,r} \times \quad (8)$$

$$\times \left[J_1(1, k_f R, s_p) + \left(\frac{\pi}{k_f R} \right)^{1/2} \frac{1}{s_p} \right],$$

$$A_z = \frac{(-1+i)}{\sqrt{\pi k_f R}} \frac{1}{4\pi \rho_f \omega^2} \left[\frac{Z_f N_z \sqrt{q}}{(\partial \Delta / \partial q) \sqrt{\cos \chi}} \right]_{q=q_L},$$

$$A_r = \frac{(1+i)}{\sqrt{\pi k_f R}} \frac{1}{4\pi \rho_f \omega^2} \left[\frac{Z_f N_f \sqrt{q}}{(\partial \Delta / \partial q) \sqrt{\cos \chi}} \left(\frac{k}{\xi} \right) \right]_{q=q_L}.$$

Во-вторых, для тех углов наблюдения χ ($\operatorname{Im} s_p < 0$), при которых деформация исходного контура в перевальный затрагивает полюса подынтегрального выражения, следует учитывать вклад полюсов. В обсуждаемом случае

$$\Delta G_{z,r}^*(2) = \theta(-\operatorname{Im} s_p) \times \quad (9)$$

$$\times \exp(ik_f R) [2\pi i \exp(-k_f R s_p^2)].$$

В условиях, когда полюс далек от точки перевала $k_f R |s_p|^2 \gg 1$

$$J_1(1, k_f R, s_p) \approx -\frac{1}{s_p} \left(\frac{\pi}{k_f R} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{1}{2k_f R s_p^2} + \dots \right),$$

и поправки (8), (9) к функции Грина несущественны.

Используя определение эталонного интеграла (7), результат $\Delta G_{z,r}^* = \Delta G_{z,r}^*(1) + \Delta G_{z,r}^*(2)$ может быть представлен в виде, исключающем появление разрывных функций при $\operatorname{Im} s_p = 0$:

$$\Delta G_{z,r}^* = \exp(ik_f R) A_{z,r} \times \quad (10)$$

$$\times [i\pi \exp(-k_f R s_p^2) \operatorname{erf}(i\sqrt{k_f R} s_p) + 1].$$

Физические условия проявления полюса сводятся к следующему: использование метода стационарной фазы отвечает ситуации, когда поле в данной точке определяется в основном волнами, распространяющимися в конусе углов $\Delta \chi \approx 1/\sqrt{k_f R}$ вблизи направления χ , а остальные волны за счет интерференции гасят друг друга. Чтобы оказаться в этом конусе, волна должна пробежать в окрестности источника расстояние порядка $R \Delta \chi \approx \sqrt{R/k_f}$. Внешний источник, возбуждая собственные моды пластины, может раскачать их до амплитуды, зависящей от добротности данной моды, опреде-

ляемой мнимой частью волнового вектора k . В то же время $(\text{Im}k)^{-1}$ определяет расстояние, на котором мода затухает. Если $\sqrt{R/k_f} \gg (\text{Im}k)^{-1}$, то в области, дающей основной вклад в окрестности стационарной фазы, собственная мода полностью затухнет и излучит свою энергию под углом Маха. В другом предельном случае $\sqrt{R/k_f} \ll (\text{Im}k)^{-1}$, когда она не успеет это сделать, излученное поле имеет более сложную структуру и необходимо учитывать поправки (7). Для продольной моды это условие имеет вид:

$$R \ll k_L^{-1} / [\cos \chi_L (k_{L0} h)^3 \sigma^2 (\rho_i / \rho_f)]^2.$$

Заметим, что столь подробное описание особенностей подынтегрального выражения проведено в связи с тем, что как в монографии [10], так и в серии работ [11, 14, 15] при нахождении поля излучения в окрестности углов Маха для продольной и изгибной мод использовалось выражение, отвечающее только вкладу перевальной точки. Как показывает проведенный выше анализ, такой подход имеет ограниченную область применимости.

Подставляя асимптотику функции Грина (5), (10) в выражение (2), записанное для гармонической компоненты $P(\mathbf{x}, \omega)$, проведем интегрирование по координатам источника y_1, y_2, y_3 :

$$P(\mathbf{x}, \omega) = \rho_i c_l^2 \left(1 - \frac{4c_l^2}{3c_l^2}\right) \beta \frac{\mu_i m}{\rho_i C_p(-\omega)} (\rho_f \omega^2) \times \\ \times \int dy \left[G_r^* \left(\frac{x_1 - y_1}{r} \frac{\partial}{\partial y_1} + \frac{x_2 - y_2}{r} \frac{\partial}{\partial y_2} \right) + G_z^* \frac{\partial}{\partial y_3} \right] I(y)$$

при этом воспользуемся тем обстоятельством, что в силу выбора системы координат R и χ зависят только от y_1, y_2 . Интеграл по y_3 легко вычислить, когда $\mu_i / \cos \theta_2$ является самой большой величиной по сравнению с $|\xi|, |\eta|, \text{tg} \theta_2 \cos \theta_1 / a$ (глубина поглощения света меньше как длин волн продольных и поперечных мод, так и проекции сечения пучка на ось y_3). Для анализируемого случая это действительно так, и все сомножители являются плавными в масштабе $(\mu_i / \cos \theta_2)^{-1}$, так что их можно вынести за знак интеграла в точке $y_3 = -h$. По этой же причине доминирующим будет вклад от G_z^* .

$$P(\mathbf{x}, \omega) = -\rho_i c_l^2 \left(1 - \frac{4c_l^2}{3c_l^2}\right) \beta \frac{\mu_i m \cos^{-1} \theta_2}{\rho_i C_p(-\omega)} (\rho_f \omega^2) \times \\ \times \int dy_1 dy_2 I(y_1, y_2, -h) G_z^*(R, \chi, y_3 = -h), \\ I(y_1, y_2, y_3 = -h) = I_{0ir} \times \\ \times \exp \left\{ -y_2^2 / a^2 - [(y_1 + h \text{tg} \theta_1) \cos \theta_1]^2 / a^2 \right\}.$$

В натуральных экспериментах [3–5] поперечные размеры пятна на поверхности составляли величину порядка или менее 1 см, поэтому вплоть до частот $(\omega/2\pi) \sim 150$ кГц набегом фазы на апертуре термооптического источника можно пренебречь:

$$P(\mathbf{x}, \omega) = - \left[\rho_i c_l^2 \left(1 - \frac{4c_l^2}{3c_l^2}\right) \right] \beta \left[\frac{\mu_i m I_{0ir}}{\rho_i C_p(-\omega) \cos \theta_2} \right] \times \\ \times (\rho_f \omega^2) \pi a^2 G_z^*(R', \chi', y_3 = -h),$$

$$R' = \sqrt{r'^2 + (x_3 - h)^2}, \quad \cos \chi' = r'/R',$$

$$r'^2 = (x_1 + h \cos \theta_1)^2 + x_2^2.$$

В этом выражении в квадратные скобки заключены члены, имеющие наглядный смысл – модуля всестороннего сжатия и изменения температуры источника. Подставляя явные выражения для асимптотики функции Грина, имеем

$$P(\mathbf{x}, \omega) = i \left[\rho_i c_l^2 \left(1 - \frac{4c_l^2}{3c_l^2}\right) \right] \beta \times \\ \times \left[\frac{\mu_i m I_{0ir}}{\rho_i C_p(-i\omega) \cos \theta_2} \right] \frac{a^2 k_f \exp(ik_f R)}{2 R} \times \\ \times \left\{ \sin \chi \left[\frac{Z_f(Z_- - Z_-)}{\Delta} \right]_{k=k_f \cos \chi} + \frac{(1+i)\sqrt{q_L} a_{reg}}{2\sqrt{\cos \chi}} \times \right. \\ \left. \times \left[[i\pi \exp(-k_f R s_p^2) \text{erf}(i\sqrt{k_f R} s_p) + 1] \sqrt{\frac{k_f R}{\pi} + \frac{1}{s_p}} \right] \right\}; \quad (11)$$

$$a_{reg} = \left[\frac{Z_f(Z_- - Z_-)}{(\Delta \partial / \partial q)} \right]_{q=q_p}.$$

В качестве иллюстрации рассмотрим поведение направленности излучения в окрестности угла Маха в длинноволновом пределе $k_f h \ll 1$, когда можно получить аналитическое выражение для полюса, отвечающего продольной моде. В этом случае слагаемое, описывающее асимптотическое $(k_f R |s_p|^2 \gg 1)$ поведение поля $D = \sin \chi [Z_f(Z_- - Z_-) / \Delta]$, и поправка F (второе слагаемое в квадратной скобке выражения (11)) приобретают вид:

$$D \approx -\sin \chi \left([k^2 - (k_{L0} + k_{L2})^2] + \right. \\ \left. + 2(hk_{L0})^2 \xi^2 \right) / ([k^2 - (k_{L0} + k_{L2})^2] + \quad (12) \\ \left. + 2 \frac{\rho_i}{\rho_f} \zeta \{ [k^2 - (k_{L0} + k_{L2})^2] + (hk_{L0})^2 \xi^2 \} \right) \Big|_{k=k_f \cos \chi}$$

$$a_{reg} \approx \frac{k_{L0}}{k_f} \sigma^2 (hk_{L0})^2,$$

$$F \approx -\frac{(1+i)k_{L0}}{2k_f} \sigma^2 (hk_{L0})^2 \times$$

$$\times \left[[i\pi \exp(-k_f R s_p^2) \operatorname{erf}(i\sqrt{k_f R s_p^2}) + 1] \sqrt{\frac{k_f R}{\pi} + \frac{1}{s_p}} \right].$$

На рис. 3 представлены результаты расчета $|D(\chi)|$ – кривая 1 для частоты 100 Гц и кривая 2 – для частоты 15 кГц. Эти зависимости аналогичны приводимым ранее [10, 14, 15] для поля излучения тонкой пластины, возбуждаемой точечным источником, расположенным на ее верхней поверхности.

На рис. 4 изображены результаты расчета $|D(\chi) + F(\chi)|$ в окрестности угла Маха для частоты 100 Гц на расстояниях $R' = 500, 2000$ и 10000 м от источника. Для сравнения с асимптотическим поведением направленности для каждой дистанции приведена зависимость $|D(\chi)|$. В интервале углов $0 < \chi < \chi_L$ пространственная структура поля определяется интерференцией расходящейся сферической волны, определяемой вкладом перевальной точки, и вытекающей продольной модой, отвечающей вкладу полюса. В отличие от сферической волны, расходимость вытекающей моды цилиндрическая, поэтому ее вклад начинает доминировать с увеличением дистанции. Характерные размеры муаровых полос определяются осциллирующим множителем $\exp(-k_f R s_p^2)$. Выбор частоты $f = 100$ Гц и толщины пластины $2h = 3$ м диктовался возможностью провести сопоставление с численными расчетами Лэнгли [14, 15], исследовавшего направленность излучения трещин морского льда. Для этих значений параметров длинноволновое приближение выполняется не очень хорошо, поэтому при численных вычислениях использовались точные значения полюса и регуляризующего сомножителя.

Только на расстояниях $R' > 10000$ м область, в которой происходит формирование поля $\sim \sqrt{R'}/k_f$, оказывается сопоставимой с длиной затухания продольной моды. На меньших расстояниях эта мода просто не успевает высветить свою энергию в направлении угла Маха и соответствующий максимум в диаграмме направленности отсутствует.

Следует отметить, что приведенный пример утрирует общую ситуацию, поскольку продольная длинноволновая мода наиболее слабо связана с жидкостью и по этой причине имеет наименьший коэффициент радиационного затухания. Вместе с тем этот случай указывает нижнюю границу интервала, в котором может быть реализовано направленное излучение оптоакустического источника. Что касается верхней границы, то приведенная на рис. 3 (кривая 2) зависимость $|D|$ для

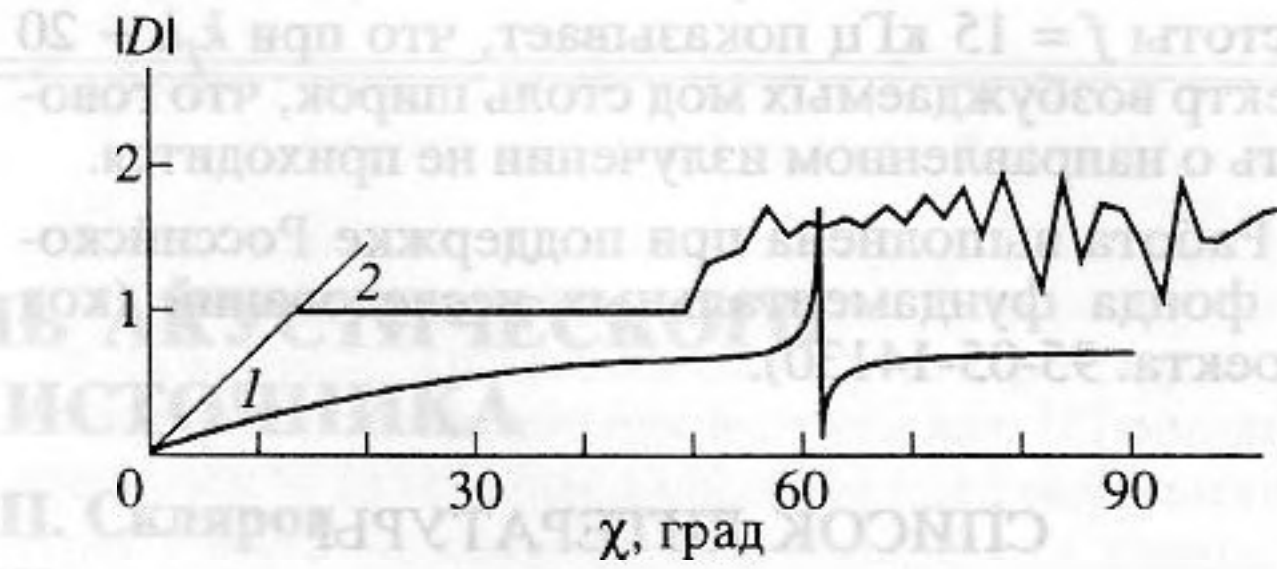


Рис. 3. Направленность излучения термооптического источника $|D(\chi)|$ для частот 100 Гц – кривая 1 и 15 кГц – кривая 2 при учете только вклада перевальной точки.

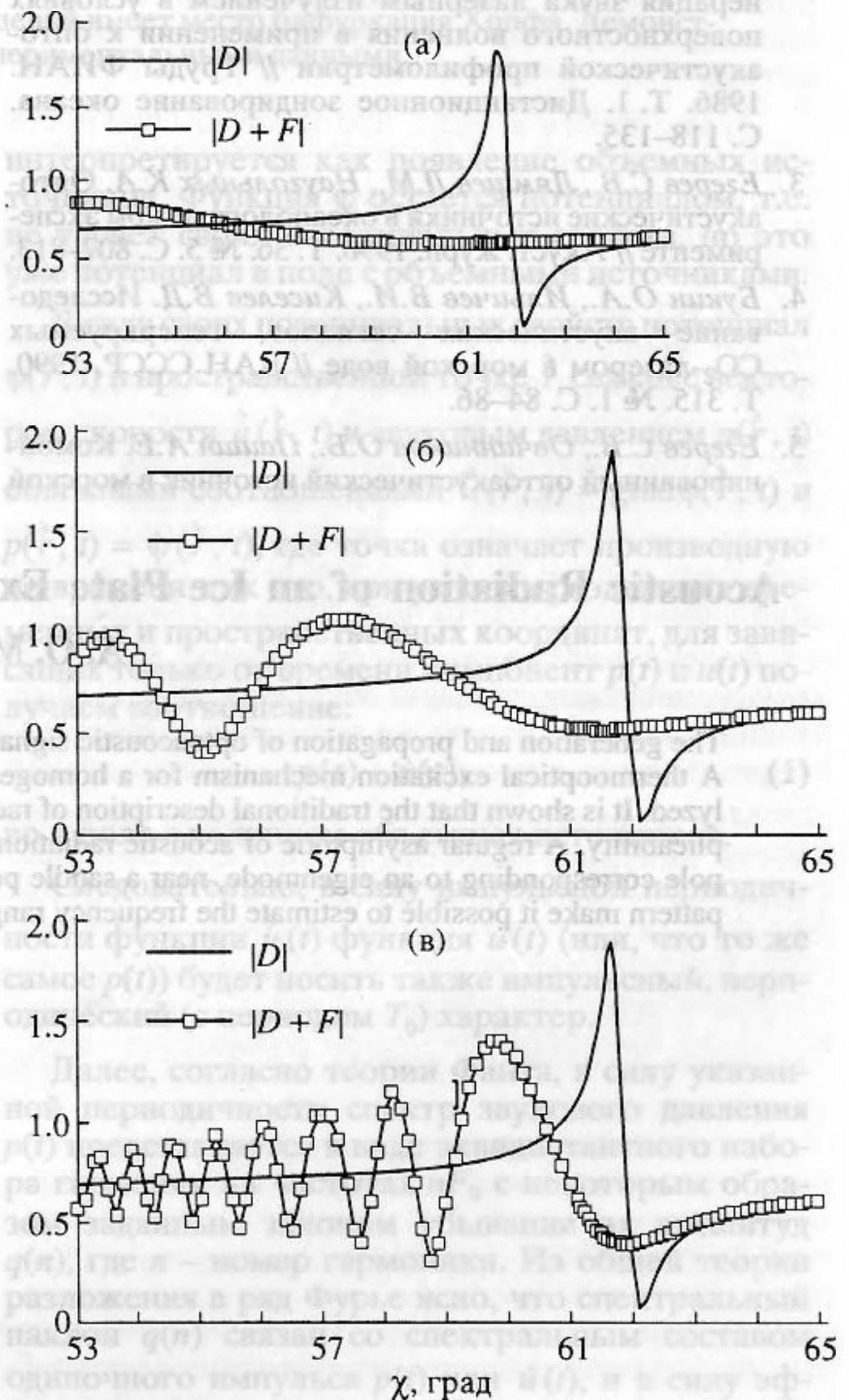


Рис. 4. Направленность излучения термооптического источника $|D(\chi) + F(\chi)|$ в окрестности угла Маха продольной моды на частоте 100 Гц для расстояний R' от источника в 500 (а), 2000 (б) и 10000 м (в). $|D(\chi)|$ – асимптотическое поведение направленности, определяемое только вкладом перевальной точки.

частоты $f = 15$ кГц показывает, что при $k_f h \sim 20$ спектр возбуждаемых мод столь широк, что говорить о направленном излучении не приходится.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта: 95-05-14130).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Krabill W.B., Thomas R.H., Martin C.F., Swift R.N., Frederick E.A. Accuracy of airborne laser altimetry over the Greenland ice - sheet // International Journal of remote sensing, 1995. V. 16. № 7. P. 1211-1222.
2. Коломенский Ал.А., Ломоносов Л.М., Лямшев М.Л., Маляровский В.И., Михалевич В.Г. Генерация звука лазерным излучением в условиях поверхностного волнения в применении к оптоакустической профилометрии // Труды ФИАН. 1986. Т. 1. Дистанционное зондирование океана. С. 118-135.
3. Егерев С.В., Лямшев Л.М., Наугольных К.А. Оптоакустические источники в океанологическом эксперименте // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 5. С. 807-813.
4. Букин О.А., Ильичев В.И., Киселев В.Д. Исследование акустических сигналов, генерируемых CO₂-лазером в морской воде // ДАН СССР. 1990. Т. 315. № 1. С. 84-86.
5. Егерев С.В., Овчинников О.Б., Пашин А.Е. Комбинированный оптоакустический источник в морской среде: моделирование и натурный эксперимент // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 21. С. 71-75.
6. Киселев В.Д., Максимов А.О. Дисперсионные искажения оптоакустических импульсов в приповерхностном слое океана // ПМТФ. 1993. № 6. С. 57-64.
7. Maksimov A.O. On the relations between the long-wave characteristics of an optoacoustic pulse and the moments of bubble size distribution in the upper ocean layer // Acta Acustica. 1994. V. 2. № 4. P. 317-320.
8. Богородский В.В., Гусев А.В., Хохлов Г.П. Физика пресноводного льда. Л.: Гидрометеоздат, 1971. 218 с.
9. Warren S. Optical constants of ice from the ultraviolet to the microwave // Applied Optics. 1984. V. 23. № 2. P. 1206-1225.
10. Лямшев Л.М. Лазерное термооптическое возбуждение звука. М.: Наука, 1989. 240 с.
11. Langly A.J. The sound fields of an infinite, fluid-loaded plate excited by a point force // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 83. № 3. P. 1360-1365.
12. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
13. Бреховский Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
14. Langly A.J. Exact and approximate theories for fluid-loaded, infinite, elastic plates // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 83. № 4. P. 1366-1376.
15. Langly A.J. Acoustic emission from the Arctic ice sheet // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 85. № 2. P. 692-701.

Acoustic Radiation of an Ice Plate Excited by a Laser Thermo-optical Source

A. O. Maksimov

The generation and propagation of optoacoustic signals in a sea covered by ice sheet are studied theoretically. A thermo-optical excitation mechanism for a homogeneous elastic plate, loaded by fluid on one side, is analyzed. It is shown that the traditional description of radiation of eigenmodes near Mach angles is of limited applicability. A regular asymptotic of acoustic radiation in the far field, taking into account the occurrence of a pole corresponding to an eigenmode, near a saddle point is obtained. Numerical calculations of the radiation pattern make it possible to estimate the frequency range for the directed radiation of a thermo-optical source.