АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1998, том 44, № 4, с. 548–551

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.26

ОСЛАБЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГИМИ СЛОЯМИ

© 1998 г. И. Г. Булатов, В. Н. Романов

Центральный научно-исследовательский институт им. А.Н. Крылова
196158 Санкт-Петербург, Московское шоссе, 44

Поступила в редакцию 02.04.97 г.

Для уменьшения интенсивности турбулентных пульсаций давления (ТПД), воздействующих на элементы инженерных конструкций, используют вязкоупругие среды, которые, в большинстве случаев, представляют собой плоско-слоистые структуры с различными вязкоупругими параметрами слоев [1–3]. Ослабление турбулентных давлений двухслойными вязкоупругими средами, состоящими из тонкой пластины, наклеенной на вязкоупругое полупространство, рассматривалось, например, в работах [4, 5]. Однако в этих работах пластина *приближенно* полагалась тонкостенной, совершающей изгибные колебания. Для получения *точного* решения пластину следует рассматривать как вязкоупругий слой конечной толщины, в котором распространяются продольные и поперечные волны. Задача, которая ставится в данной работе, состоит в том, чтобы провести сравнительный анализ результатов расчета ослабления интенсивности ТПД для *точной* (слой, наклеенный на вязкоупругое полупространство) и *приближенной* (пластина, наклеенная на вязкоупругое полупространство) моделей конструкции вязкоупругого покрытия.

Избирательные свойства вязкоупругой среды как пространственно-волнового фильтра принято характеризовать с помощью передаточной функции, представляющей собой отклик вязкоупругого материала на воздействие плоской волны единичной амплитуды [4–7]:

$$Q(k_x, \omega, H) = \sigma_{zz}(k_x, \omega, H)/p(k_x, \omega, H), \qquad (1)$$

где k_x – проекция волнового вектора в падающей волне на ось x; $\sigma_{zz}(k_x, \omega, H)$ – нормальная компонента тензора напряжения на глубине H; $p(k_x, \omega, H)$ – давление в падающей волне. Эффективность ослабления турбулентных давлений различными акустическими покрытиями оценим, построив передаточные функции для *точной* и *приближенной* моделей конструкции вязкоупругого покрытия.

Рассмотрим покрытие, представляющее собой *слой* вязкоупругого материала толщиной h, который с одной стороны наклеен на вязкоупругое полупространство, а с другой – граничит с жидким полупространством (рис. 1). Передаточную функцию такого покрытия можно найти, если воспользоваться результатами работ [8, 9], в которых изложена теория прохождения плоских волн через упругие среды. Используя выражения для потенциалов продольных и поперечных волн, распространяющихся в воде, слое и в вязкоупругом полупространстве, с учетом граничных условий, выражающих равенство нормальных и тангенциальных компонент тензора напряжения, а также нормальных компонент вектора смещения на границах раздела вязкоупругих сред, получим выражение для вычисления передаточной функции:

$$Q(k_x, \omega, H) = \mu_2(i\omega\rho_0)^{-1} \times$$
$$\times \left\{ \begin{array}{l} (k_{t2}^2 - 2k_x^2)W_l \exp[i(k_{l2}^2 - k_x^2)^{1/2}H] + \\ + 2k_x(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}W_t \exp[i(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}H] \end{array} \right\}, \qquad (2)$$

в котором неизвестные коэффициенты W_l и W_t могут быть найдены из решения системы линей-

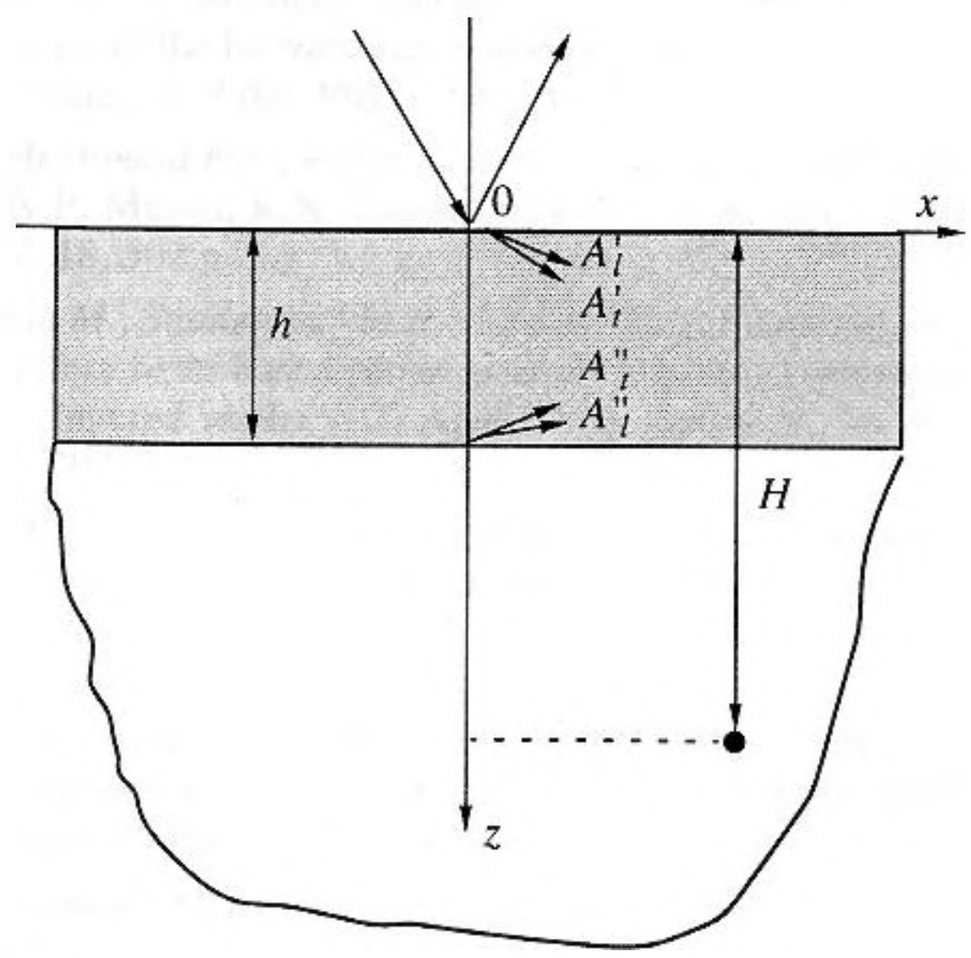

Рис. 1. Двухслойное вязкоупругое покрытие и система координат.

ных алгебраических уравнений:

$$[a_{ik}][V_0, A_l', A_l'', A_t', A_t'', W_l, W_t] =$$

$$= [-i\omega\rho_0, 0, (k_0^2 - k_x^2)^{1/2}\omega^{-1}, 0, 0, 0, 0], \qquad (3)$$

$$i, k = 1, \ldots, 7,$$

где

$$a_{11} = i\omega\rho_0, \quad a_{12} = \mu_1(k_{t1}^2 - 2k_x^2),$$

$$a_{13} = a_{12}, \quad a_{14} = 2\mu_1 k_x(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2},$$

$$a_{15} = -a_{14}, \quad a_{16} = a_{17} = a_{21} = a_{26} = a_{27} = a_{36} =$$

$$= a_{37} = a_{41} = a_{51} = a_{61} = a_{71} = 0,$$

$$a_{22} = -2k_x(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}, \quad a_{23} = -a_{22},$$

$$a_{24} = k_{t1}^2 - 2k_x^2; \quad a_{25} = a_{24},$$

$$a_{31} = (k_0^2 - k_x^2)^{1/2}\omega^{-1}, \quad a_{32} = i(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2},$$

$$a_{33} = -a_{32}, \quad a_{34} = a_{35} = ik_x,$$

$$a_{42} = a_{12}\exp[i(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{43} = a_{12}\exp[-i(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{44} = a_{14}\exp[i(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{45} = a_{15}\exp[-i(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{46} = -\mu_2(k_{t2}^2 - 2k_x^2)\exp[i(k_{l2}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{47} = -2\mu_2 k_x(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[i(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{52} = a_{22}\exp[i(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{53} = a_{23}\exp[-i(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{54} = a_{24}\exp[i(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{55} = a_{25}\exp[-i(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{56} = 2k_x\mu_2\mu_1^{-1}(k_{l2}^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[i(k_{l2}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{57} = -\mu_2\mu_1^{-1}(k_{t2}^2 - 2k_x^2)\exp[i(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{62} = (k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[i(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{63} = -(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[-i(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{64} = k_x\exp[i(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{65} = k_x\exp[-i(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{66} = -(k_{l2}^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[i(k_{l2}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{67} = -k_x\exp[i(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{72} = k_x\exp[i(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{73} = k_x\exp[-i(k_{l1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{74} = -(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[i(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{75} = (k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[-i(k_{t1}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{76} = -k_x\exp[i(k_{l2}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{77} = (k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[i(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$k_0 = \omega/c_0, \quad k_{l1,2} = \omega/c_{l1,2}, \quad k_{t1,2} = \omega/c_{t1,2},$$

(c_0 – скорость звука в воде; $c_{l1,2} = ((\lambda_{1,2} + 2\mu_{1,2})/\rho_{1,2})^{1/2}$ – скорость продольных волн; $c_{t1,2} = (\mu_{1,2}/\rho_{1,2})^{1/2}$ – скорость поперечных волн; $\lambda_{1,2}$, $\mu_{1,2}$ – коэффициенты Ламе; ρ_0 – плотность воды; $\rho_{1,2}$ – плотность вязкоупругого материала (здесь и далее индекс 1 относится к вязкоупругим характеристикам слоя, индекс 2 – к характеристикам вязкоупругого полупространства); V_0 – коэффициент отражения; A_l', A_l'' – коэффициенты прохождения для продольных волн, распространяющихся в слое навстречу друг другу; A_t', A_t'' – коэффициенты прохождения для поперечных волн, распространяющихся в слое навстречу друг другу; W_l, W_t – коэффициент прохождения для продольных и поперечных волн в вязкоупругом полупространстве, соответственно.

Передаточная функция покрытия, представляющего собой *тонкостенную пластину*, наклеенную на вязкоупругое полупространство, определяется тем же выражением (2), в котором неизвестные коэффициенты W_l и W_t вычисляются с помощью следующих соотношений [5]:

$$W_l = 2S_3/(S_1 + S_2),$$
$$W_t = 2S_4/(S_1 + S_2), \qquad (4)$$

где

$$S_1 = (k_0^2 - k_x^2)^{1/2}\{Z[k_x^2 + (k_{l2}^2 - k_x^2)^{1/2}(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}] +$$

$$+ \mu_2\omega^{-1}k_{t2}^2(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}\},$$

$$S_2 = \omega\rho_0[k_x^2 + (k_{l2}^2 - k_x^2)^{1/2}(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2}],$$

$$S_3 = -i\rho_0(k_0^2 - k_x^2)^{1/2}(k_{t2}^2 - k_x^2)^{1/2},$$

$$S_4 = -i\rho_0 k_x(k_0^2 - k_x^2)^{1/2},$$

Влияние толщины пластины на величину Δ, дБ

h, мм	5	10	15	20	25	30	35	40
Жесткое полупространство	0.20	0.81	1.27	1.56	1.66	1.58	1.34	0.94
Мягкое полупространство	−0.21	−0.37	−0.42	−0.85	−1.05	−1.20	−1.35	−1.51

$Z = -i\omega M(1 - k_x^4/k_i^4)$ – импеданс пластины, $k_i = (\omega^2 M/G)^{1/4}$ – волновое число изгибных волн в пластине, $M = \rho_1 h$ – масса единицы площади пластины, $G = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ – цилиндрическая жесткость пластины, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона.

Для того, чтобы сравнить результаты расчета ослабления интенсивности ТПД двухслойным вязкоупругим покрытием с использованием *точной* и *приближенной* передаточных функций, введем в рассмотрение поправку, численно равную отношению площадей под соответствующими передаточными функциями:

$$\Delta = \int_{-\infty}^{+\infty} |Q_{\sim}(k, \omega, H)|^2 kdk / \int_{-\infty}^{+\infty} |Q_{=}(k, \omega, H)|^2 kdk, \quad (5)$$

где $Q_{\sim}(k, \omega, H)$ – передаточная функция *тонкостенной пластины*, наклеенной на вязкоупругое полупространство, рассчитываемая по выражению (2) с использованием (4); $Q_{=}(k, \omega, H)$ – передаточная функция *слоя*, наклеенного на вязкоупругое полупространство, рассчитываемая по (2) с учетом (3).

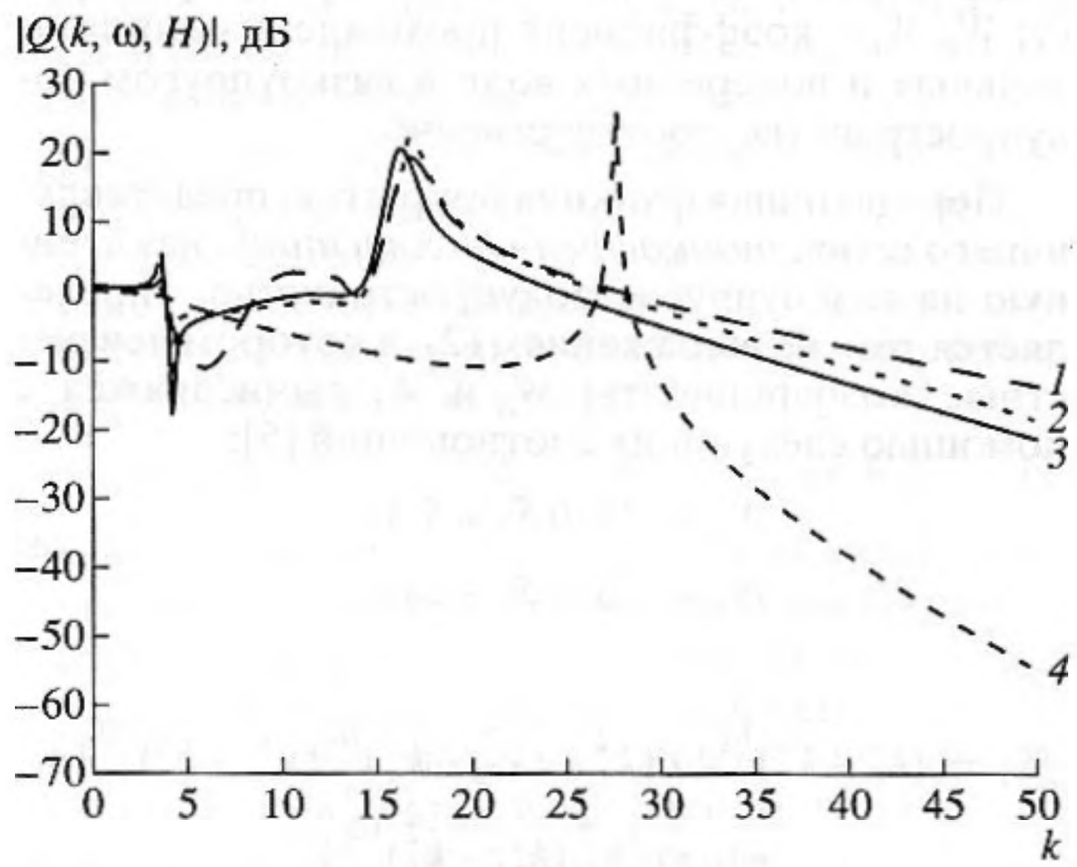

Рис. 2. Передаточные функции вязкоупругих сред при $k_0H = 0.3$: *1* – жесткое полупространство; *2* – тонкостенная пластина ($k_0h = 0.08$), приклеенная к жесткому полупространству; *3* – слой ($k_0h = 0.08$), приклеенный к жесткому полупространству; *4* – тонкостенная пластина ($k_0h = 0.08$) в воде.

В таблице приведены результаты расчета величины Δ в зависимости от толщины пластины (слоя) для различных двухслойных покрытий с одинаковыми параметрами пластины ($\lambda_1 = 1.68 \times 10^{10}$ Па, $\mu_1 = 3.13 \times 10^9$ Па, $\rho_1 = 1600$ кг/м^3, $\alpha_{l1} = \alpha_{t1} = 0$ – коэффициенты потерь по волновому числу для продольных и поперечных волн, соответственно), но с различными параметрами вязкоупругого полупространства. Для одного из них (жесткого полупространства) считалось: $\lambda_2 = 2.94 \times 10^9$ Па, $\mu_2 = 2.23 \times 10^8$ Па, $\rho_2 = 1100$ кг/м^3, $\alpha_{l2} = 0$, $\alpha_{t2} = 0.05$. Другое (мягкое полупространство) отличалось от первого тем, что скорость поперечных волн в нем была в десять раз меньше (т.е. $\mu_2 = 2.23 \times 10^6$ Па), а все остальные параметры совпадали. Расчеты выполнялись на частоте $f = 1$ кГц для точки наблюдения, расположенной в вязкоупругом полупространстве на одинаковом расстоянии от обтекающего потока (т.е. с увеличением толщины пластины, соответственно, уменьшалась толщина вязкоупругого материала между точкой наблюдения и пластиной).

Из таблицы видно, что для двух различных типов двухслойного вязкоупругого покрытия поправка Δ имеет различные знаки. Это означает, что, если пластина наклеена на жесткое полупространство, то расчеты по *приближенной* формуле дают завышенные результаты по сравнению с *точной*, а если пластина наклеена на мягкое полупространство, то – заниженные. Этот факт объясняется тем обстоятельством, что в различных типах двухслойных вязкоупругих покрытий пластина выполняет различную роль. Если пластина наклеена на жесткое полупространство, скорость волн Рэлея в котором больше скорости изгибной волны в пластине, то пластина выполняет "пассивную" роль, а колебаниями двухслойного покрытия управляет вязкоупругое полупространство. В этом случае *точная* и *приближенная* передаточные функции двухслойного вязкоупругого покрытия очень похожи на передаточную функцию вязкоупругого полупространства (рис. 2). Однако *приближенная* передаточная функция имеет несколько большие значения, чем *точная* из-за того, что при расчете по *приближенной* формуле при соблюдении условия равноудаленности точки наблюдения от обтекающего потока пластина, имеющая конечную толщину h, считалась тонкостенной и поэтому, фактически, ее влияние сво-

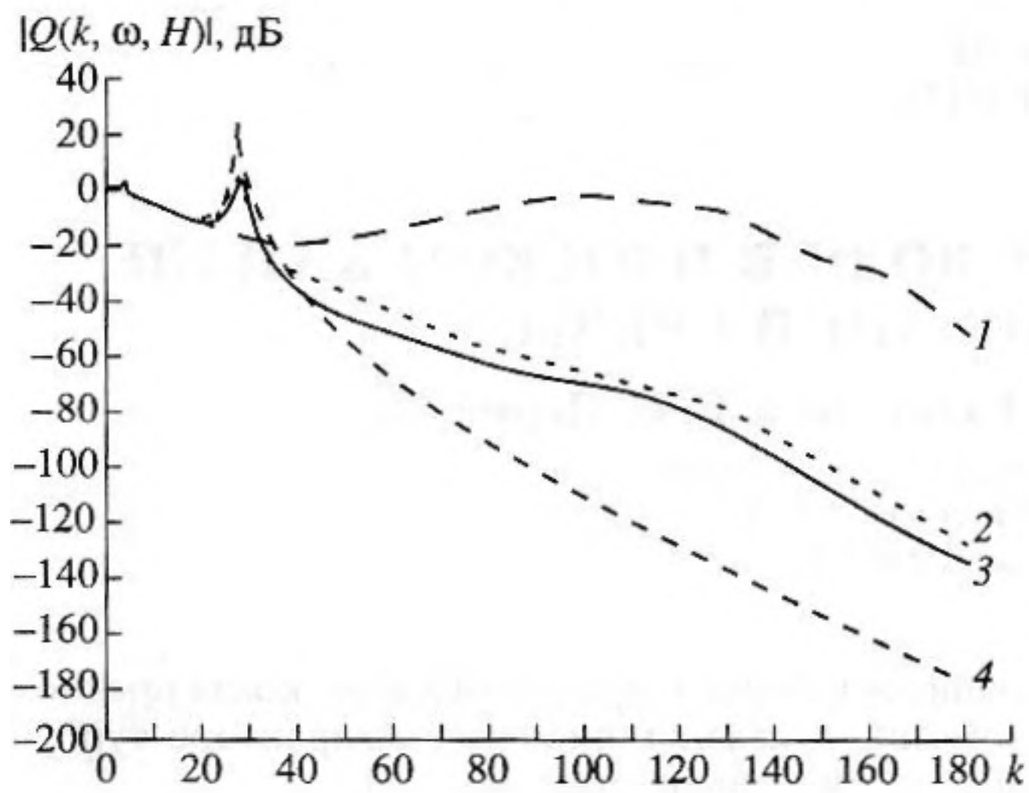

Рис. 3. Передаточные функции вязкоупругих сред при $k_0H = 0.3$: *1* – мягкое полупространство; *2* – тонкостенная пластина ($k_0h = 0.08$), приклеенная к мягкому полупространству; *3* – слой ($k_0h = 0.08$), приклеенный к мягкому полупространству; *4* – тонкостенная пластина ($k_0h = 0.08$) в воде.

дилось к приближению точки наблюдения к обтекаемой поверхности на величину h.

В том случае, когда пластина наклеена на мягкое полупространство, скорость волны Рэлея в котором меньше скорости изгибных волн в пластине, пластина, обладая большей жесткостью, управляет колебаниями двухслойного вязкоупругого покрытия и поэтому передаточная функция вязкоупругого покрытия больше похожа на передаточную функцию изгибноколеблющейся пластины (рис. 3). В этом случае пластина выполняет "активную" роль в колебаниях вязкоупругого покрытия и ее следует рассматривать как слой с учетом распространения в нем продольных и поперечных волн, которые вносят дополнительный вклад в уровни интенсивности ТПД.

Следует отметить, что одно и то же вязкоупругое полупространство может быть и мягким, и жестким по отношению к пластине в зависимости от соотношения скоростей изгибной волны в пластине и волны Рэлея в вязкоупругом полупространстве. Так, например, с ростом частоты или с увеличением толщины пластины жесткое полупространство может стать мягким по отношению к пластине, так как скорость волны изгиба в пластине прямо пропорциональна корню квадратному из произведения частоты и толщины пластины, в то время как скорость волны Рэлея в вязкоупругом полупространстве не зависит от частоты. Другими словами, степень жесткости вязкоупругого полупространства по отношению к пластине определяется взаимным расположением максимумов передаточных функций, соответствующих резонансным волнам: волне Рэлея в вязкоупругом полупространстве и изгибной волне в пластине (см. рис. 2, 3). Если максимум, соответствующий возникновению волны Рэлея в вязкоупругом полупространстве, находится левее максимума, соответствующего изгибной волне в пластине, то данное вязкоупругое полупространство является жестким по отношению к пластине; в противном случае – мягким. Увеличение относительного вклада пластины в колебания двухслойного вязкоупругого покрытия с жестким вязкоупругим полупространством можно заметить из таблицы при $h > 30$ мм, когда значения поправки Δ начинают убывать.

Таким образом, в данной работе показано, что при расчете ослабления интенсивности турбулентных пульсаций давления двухслойными вязкоупругими покрытиями необходимо учитывать толщину пластины и рассматривать пластину не как тонкостенную, а как слой конечной толщины, в котором распространяются продольные и поперечные волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лямшев Л.М.* Излучение звука плоско-слоистыми упругими структурами // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 6. С. 819–823.
2. *Chonan, Y. Kugo.* Acoustic characteristics and the design of two-layered soundproof plates // Journal of Sound and Vibration. 1989. V. 129. № 3. P. 501–511.
3. *Baird G.E., Thomas P.D., Sang G.* The propagation of elastic waves through a layered poroelastic medium // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 99. № 6. P. 3385–3392.
4. *Вишневский А.В., Романов В.Н.* Пространственно-волновые фильтрующие свойства многослойных сред // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 6. С. 1117–1118.
5. *Булатов И.Г.* Воздействие турбулентных пульсаций давления на приемники звука, находящиеся в вязкоупругих средах // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 5. С. 607–612.
6. *Булатов И.Г.* Моделирование воздействия неоднородного поля случайных сил на упругие среды // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 6. С. 915–921.
7. *Sung H. Ko, Howard H. Schloemer.* Calculations of turbulent boundary layer pressure fluctuations transmitted into viscoelastic layer // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 85. № 4. P. 1469–1477.
8. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957.
9. *Шендеров Е.Л.* Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.