АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1998, том 44, № 5, с. 671–675

УДК 534.282

ОПТИМИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВУКОПОГЛОТИТЕЛЯ, СИНТЕЗИРУЕМОГО НА ОСНОВЕ МЕХАНИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

© 1998 г. В. В. Тютекин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул.Шверника, д. 4
E-mail: bvp@acoins.msc.ru

Поступила в редакцию 22.12.97 г.

В статье рассматривается оптимизация акустических характеристик звукопоглотителей, основанных на применении механических резонаторов и рассмотренных в работе [4] автора. С использованием метода минимизации функций нескольких переменных определяется набор регулируемых параметров резонаторов, доставляющий минимум величины среднего по диапазону частот коэффициента отражения поглотителя. Для толщин стенки, на которую наносится поглотитель, от 0.2 см до 0.6 см эта величина получается в 2–3 раза меньше, чем исходного поглотителя [4].

Одним из научных направлений современной акустики продолжает оставаться разработка новых принципов и конструкций звукопоглощающих устройств, в том числе, для целей гидроакустики [1–3].

В работе [4] был рассмотрен широкополосный гидроакустический поглотитель, предназначенный, прежде всего, для заглушения стенок измерительных бассейнов. Особенностью такого звукопоглотителя является то, что он создается на основе механических резонаторов (типа "упругость–масса"), наносимых на стенку бассейна не со стороны воды, как это обычно делается [5], а с противоположной, т.е. со стороны воздуха. Такое расположение поглотителя имеет ряд преимуществ, в частности, легкий к нему доступ, отсутствие нежелательного воздействия воды и др.

Для создания широкополосности звукопоглотителя в работе [4], как обычно, применялся набор резонаторов, имеющих различные резонансные частоты ω_{0n} из заданного диапазона частот. Число таких резонаторов, исходя из критерия $\omega_{0n} = (1 + \eta)\omega_{0(n-1)}$, примененного в этой работе, определяется формулой

$$N = \left[\frac{\lg \Delta_0}{\lg(1+\eta)}\right] + 1, \qquad (1)$$

где [ ] означает целую часть числа с округлением в бóльшую сторону, $\Delta_0 = \omega_{0N}/\omega_{01}$ – отношение верхней частоты диапазона к нижней, η – коэффициент сдвиговых потерь резины, используемой для создания упругой прокладки. Коэффициент отражения от стенки с резонаторами, равномерно распределенными на ее "тыльной" стороне (для нормального падения звука) определяется формулой

$$R(\Omega) = (z(\Omega) - 1)/(z(\Omega) + 1), \qquad (2)$$

где суммарный безразмерный (в единицах ρc воды) импеданс

$$z(\Omega) = i\Omega\left(X_M + \sum_{n=1}^{N} \frac{X_n^m}{1 - (\bar{\Omega}/\Omega_{0n})^2}\right). \qquad (3)$$

Здесь $\Omega = \omega/\omega_{01}$ – безразмерная частота, $\bar{\Omega} = \Omega/\sqrt{1 + i\eta}$, $\Omega_{0n} = \omega_{0n}/\omega_{01}$ – безразмерные резонансные частоты, $X_M = \omega_{01}M/\rho c$ – безразмерный удельный импеданс стенки на нижней частоте диапазона, $X_n^m = \omega_{01}m_n/\rho c$ – безразмерные инерционные импедансы резонаторов, m_n – удельные массы накладок, $\omega_{0n} = c_0^2/q_n$ – резонансные частоты резонаторов, выраженные через регулируемый параметр $q_n = l_n d_n$, где l_n – толщины накладок, d_n – толщина упругой прокладки, $c_0^2 = E/\rho_0$, где E – эффективный модуль упругости, ρ_0 – плотность материала накладки. Другим регулируемым параметром является объем накладок $V_n = l_n S_n$, где S_n – относительные площади резонаторов. Его значение, после того, как выбраны остальные параметры, являются самыми существенными для эффективности поглотителя. В работе [4] они выбирались из условия $r \approx 1$ в заданном диапазоне частот, где r – действительная часть импеданса z, определенного формулой (3). При этом никаких условий на величину его мнимой части x не накладывалось.

Хотя эффективность поглотителя в полосе частот порядка одной декады ($\Delta_0 = 10$), как можно

видеть на рис. 1, работы [4], оказалась достаточно высокой, можно поставить задачу оптимизации акустических характеристик поглотителя, исходя из других, более жестких условий, а также вводя в конструкцию поглотителя дополнительные элементы.

Прежде всего сформулируем критерий оптимальности, повышающий эффективности поглотителя. Исходя из (2), определим среднюю величину R в заданном диапазоне частот

$$\bar{R} = (K)^{-1}\sum_{k=1}^{K}\left|\frac{z(\Omega_k)-1}{z(\Omega_k)+1}\right|, \qquad (4)$$

где значения $1 \le \Omega_k \le \Delta_0$ задаются в логарифмическом масштабе, а K – достаточно большое число отсчетов. Цель решения задачи оптимизации заключается в определении такого набора регулируемых параметров V_n и q_n, который обеспечивает выполнение соотношения

$$\bar{R} = \bar{R}_m = \min. \qquad (5)$$

Подобная постановка задачи численной оптимизации характеристики звукопоглотителей рассматривалась ранее в ряде работ [6–10]. Так же как и в этих работах определяется некоторый локальный минимум величины $\bar{R}$, соответствующий определенному набору регулируемых параметров. Отметим, что в процессе настоящей работы мы вместо параметра q_n использовали эквивалентный ему, но более удобный параметр – безразмерную резонансную частоту $\Omega_{0n} = c_0^2/\omega_{01}q_n$.

Задача оптимизации решалась численным методом в системе Matlab с применением стандартной программы, основанной на симплекс-процедуре. Эта стандартная программа y = FMINS('$\bar{R}(y)$', y^0) осуществляет минимизацию функции нескольких переменных и определяет вектор регулируемых параметров y, доставляющий минимум величины $\bar{R}$, задаваемой формулой (4). Вектор y^0 является исходным значением вектора y, который в нашем случае представлен регулируемыми параметрами V_n и Ω_{0n}.

Процесс оптимизации выполнялся нами в два этапа. В качестве исходных значений параметров $V_0^{(n)}$ и $\Omega_{0n}^{(0)}$ использовались значения, полученные в работе [4]. На первом этапе определялся набор параметров $V_n^{(1)}$ при заданных $V_0^{(n)}$ и $\Omega_{0n}^{(0)}$. На втором этапе определялись значения $\Omega_n^{(1)}$ при заданных $V_n^{(1)}$ и $\Omega_{0n}^{(0)}$. Полученные значения $V_n^{(1)}$ и $\Omega_{0n}^{(1)}$ могли быть использованы для второго цикла процесса оптимизации, хотя оказалось, что этот процесс настолько быстрее сходится, что, как правило, этого не требуется.

Существенным фактором при оптимизации характеристик поглотителей является условие реализуемости последних, которое в нашем случае выражается соотношением $V_n \ge 0$. Как показали последующие расчеты, обратное соотношение получалось только для одной какой-либо резонансной частоты; при этом значения V_n более чем на порядок были меньше этих величин для других резонансных частот. В связи с этим для таких случаев соответствующая величина V_n принималась равной нулю (т.е. элементы с данной резонансной частотой "не требовались"), что и учитывалось в конечных результатах.

Ниже приведены результаты решения оптимизации (3)–(5) для следующих величин: $\Delta_0 = 10$, $\eta = 0.6$, $N = 6$, $K = 100$, $\omega_{01} = 2\pi f_{01}$, $f_{01} = 10^3$ Hz, параметром служит заданная толщина стенки l.

Количественной характеристикой, определяющей эффективность синтезируемого поглотителя, служит величина $\bar{R}_m$, определенная соотношениями (4) и (5). Эта величина для всех случаев синтеза приведена на рис. 3 в зависимости от толщины стальной стенки l. Видно, что зависимость средней величины коэффициента отражения от толщины стенки близка к линейной.

На первом этапе оптимизации безразмерные резонансные частоты задавались соотношением

$$\Omega_{0n} = (1+\eta)^{n-1}, \quad 1 \le n \le N, \qquad (6)$$

т.е. нижняя и верхняя частоты были $\Omega_{01} = 1$, $\Omega_{06} = 10.49$.

В результате первого этапа оптимизации были получены следующие значения векторов $V_n^{(1)}$, дающие общее представление об этих величинах (l – в см, $V_n^{(1)}$ – в см^3);

$l = 0.0$

$V_n^{(1)}$ = [2.8373 0.3721 0.3550 0.1958 0.1162 0.1140];

$l = 0.2$

$V_n^{(1)}$ = [3.1524 0.3474 0.3698 0.1873 0.1421 0.0000];

$l = 0.4$

$V_n^{(1)}$ = [3.2524 0.5959 0.2749 0.2338 0.1446 0.0000];

$l = 0.6$

$V_n^{(1)}$ = [4.1056 0.2696 0.4417 0.1561 0.2340 0.0000];

На рис. 1 (кривая *1*) дана частотная характеристика модуля коэффициента отражения. При этом оказалось, что относительный вклад резо-

наторов, расположенных на краях частотного диапазона, несколько больше вклада каждого из остальных и выполняется не только соотношение $r \approx 1$, но и $x \approx 0$. На рис. 1 приведены также частотные зависимости коэффициента отражения для толщин стенки $l = 0.2$, 0.4 и 0.6 см (кривые *2*, *3*, *4*). В отличие от работы [4] величины l принимают непосредственное участие в процессе оптимизации. Простое сравнение рисунков 1 настоящей статьи и работы [4] показывает степень улучшения характеристик поглотителя за счет оптимизации его параметров. Количественное сопоставление дает уже упоминавшийся рис. 3 (кривая *1*).

Значения $\Omega_{0n}^{(1)}$, полученные в результате второго этапа оптимизации, есть

$l = 0.0$

$\Omega_{0n}^{(1)} = [0.9092\ 1.6279\ 2.4233\ 3.8980\ 6.0370\ 9.3691]$;

$l = 0.2$

$\Omega_{0n}^{(1)} = [9104\ 1.6623\ 2.4632\ 3.9399\ 6.3765\ 12.0938]$;

$l = 0.4$

$\Omega_{0n}^{(1)} = [0.8697\ 1.5794\ 2.3625\ 3.4885\ 5.6052\ 11.5275]$;

$l = 0.6$

$\Omega_{0n}^{(1)} = [0.8435\ 1.6990\ 2.0166\ 5.0872\ 3.3428\ 14.2235]$.

Как показывают полученные результаты, спектр резонансных частот (за счет изменения параметров q_n) несколько расширился: нижние частоты понизились, а верхние – повысились. При этом в рабочей полосе частот $1 \le \Omega \le 10$ составляющие импеданса обеспечивают дальнейшее уменьшение величины $\overline{R}_m$, что видно из рис. 3 (кривая *2*). Отметим, что для ускорения сходимости процесса оптимизации при толщине стенки $l \neq 0$ в качестве исходных параметров $V_n^{(0)}$ и $\Omega_{0n}^{(0)}$ мы использовали значения $V_n^{(1)}$ и $\Omega_{0n}^{(1)}$, полученные для $l = 0$ или для другой величины l.

Представляется возможным осуществить оптимизацию поглотителя путем иного начального выбора резонансных частот: целесообразно "передвинуть" все резонансные частоты на один номер вниз и, таким образом, задать их формулой

$$\Omega_{0n} = (1+\eta)^{n-2}, \quad 1 \le n \le N, \qquad (7)$$

оставляя их число прежним. В этом случае $\Omega_{01} = 0.625$, $\Omega_{06} = 6.55$. Такой выбор повышает эффективность поглотителя на низких частотах, которых в суммируемой величине (4) представлено больше. Результаты такой оптимизации представлены на рис. 3 (кривая *3*).

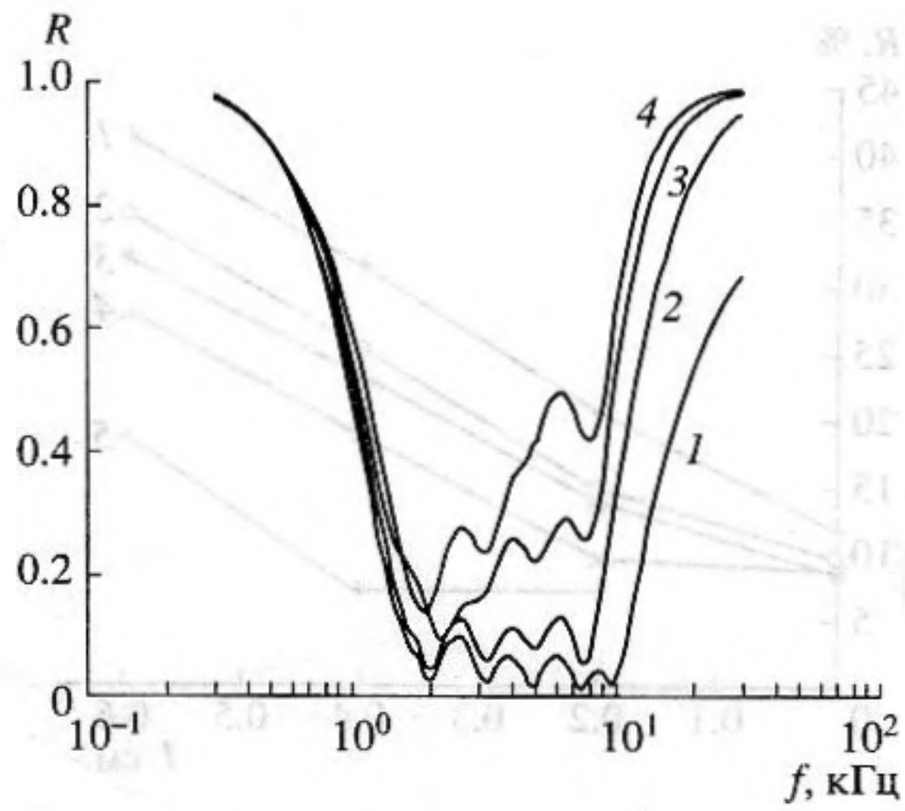

Рис. 1. Частотная зависимость коэффициента отражения поглотителя для различных толщин стенки l.
1 – $l = 0.0$ см; *2* – $l = 0.2$ см; *3* – $l = 0.4$ см; *4* – $l = 0.6$ см.

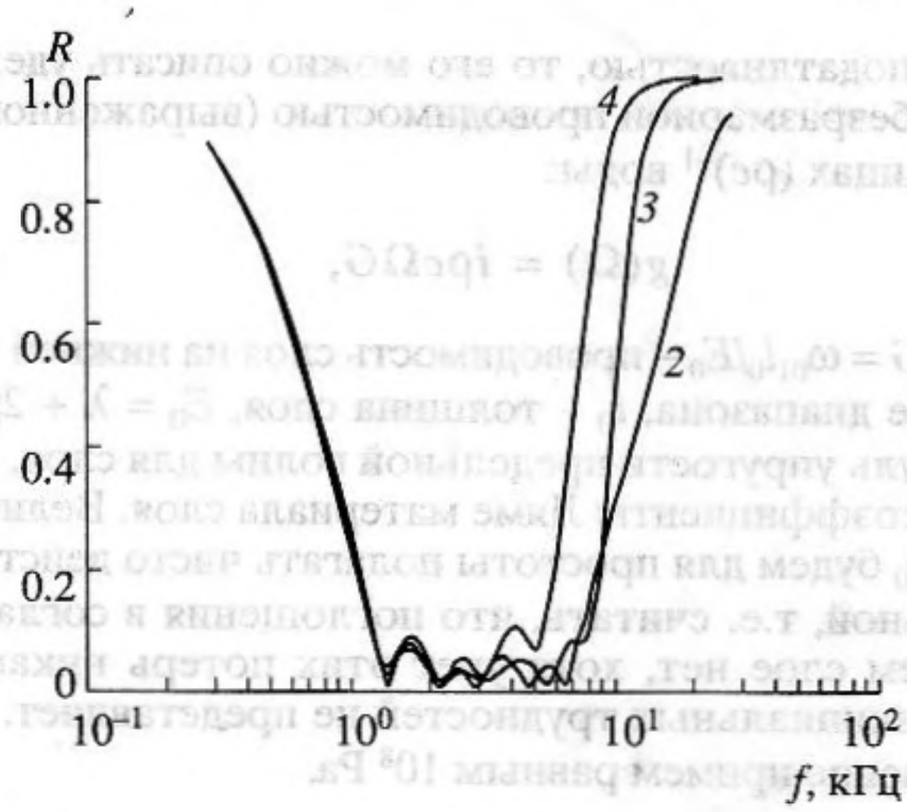

Рис. 2. Частотная зависимость коэффициента отражения поглотителя с "согласующим" слоем толщиной l_0.
2 – $l = 0.2$ см, $l_0 = 0.15$ см; *3* – $l = 0.4$ см; $l_0 = 0.42$ см; *4* – $l = 0.6$ см, $l_0 = 0.50$ см.

Из рис. 1 и 3 видно, что с увеличением толщины стенки средняя величина коэффициента отражения возрастает. Ясно, что это же явление будет проявляться при сдвиге полосы частот в сторону высоких частот (увеличение параметра X_M). Это происходит от того, что реактивные составляющие импеданса резонаторов не могут в достаточной мере скомпенсировать инерционный импеданс стенки. Это можно сделать путем некоторой корректировки конструкции звукопоглотителя, введя дополнительный конструктивный элемент – упругий "согласующий" слой, наносимый на стенку со стороны воды. Если этот слой обладает достаточ-

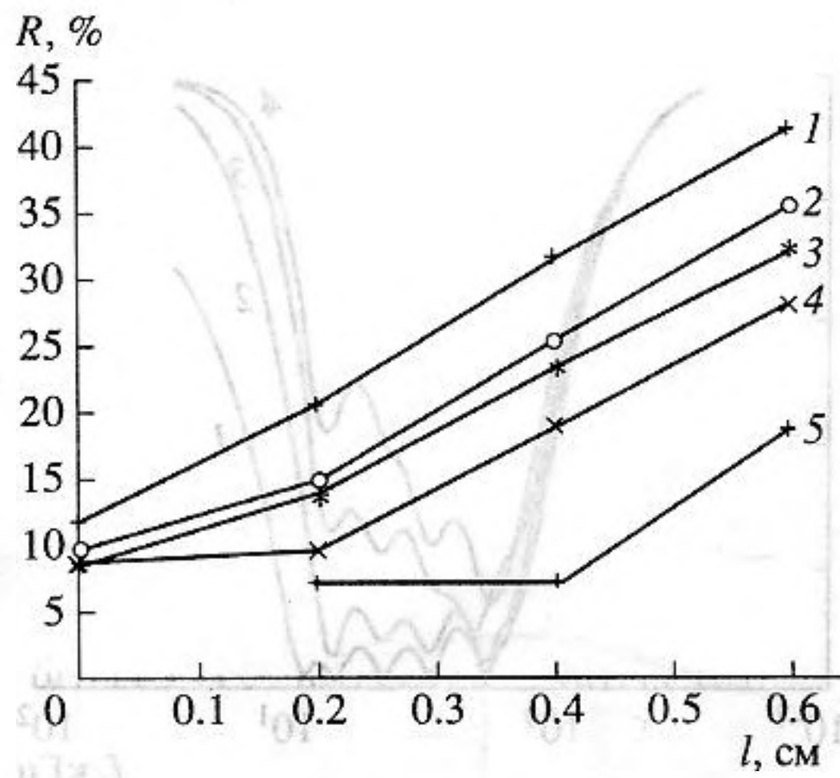

Рис. 3. Минимальное значение среднего коэффициента отражения для различных способов оптимизации (обозначения приведены в тексте).

ной податливостью, то его можно описать удельной безразмерной проводимостью (выраженной в единицах $(\rho c)^{-1}$ воды:

$$g(\Omega) = i\rho c\Omega G, \tag{8}$$

где $G = \omega_{01} l_0/E_0$ – проводимость слоя на нижней частоте диапазона, l_0 – толщина слоя, $E_0 = \lambda + 2\mu$ – модуль упругости предельной волны для слоя, λ и μ – коэффициенты Ляме материала слоя. Величину E_0 будем для простоты полагать чисто действительной, т.е. считать, что поглощения в согласующем слое нет, хотя учет этих потерь никаких принципиальных трудностей не представляет. Ее значение примем равным 10^8 Па.

Теперь в формулы (2) и (4) для коэффициента отражения вместо величины $z(\Omega)$ нужно подставить величину суммарного импеданса $z_1(\Omega)$, определяемого соотношением

$$z_1^{-1}(\Omega) = z^{-1}(\Omega) + g(\Omega), \tag{9}$$

где $z(\Omega)$ и $g(\Omega)$ определяются формулами (3) и (8) соответственно.

Так же, как и ранее, определяются такие значения V_n, q_n и дополнительно l_0, которые обеспечивают соотношение (5). Таким образом, в этом случае в число регулируемых параметров включена еще одна величина – толщина согласующегося слоя l_0. Процесс оптимизации выполнялся по вышеописанной схеме, с включением величины l_0 в группу параметров V_n. Начальные значения резонансных частот выбирались согласно формуле (7), а параметры $V_n^{(0)}$ были взяты из решения предыдущей задачи.

Значения $V_n^{(1)}$, полученные таким образом, есть

$l = 0.2$

$$V_n^{(1)} = [8.0014\ 0.0003\ 0.6361\ 0.3210\ 0.2007\ 0.1323\ 0.1550];$$

$l = 0.4$

$$V_n^{(1)} = [6.9085\ 0.0000\ 0.5979\ 0.2875\ 0.1849\ 0.0838\ 0.4157];$$

$l = 0.6$

$$V_n^{(1)} = [7.4472\ 0.0021\ 0.6068\ 0.2786\ 0.1823\ 0.0208\ 0.5030].$$

Здесь последний элемент каждого вектора выражает толщину "согласующего" слоя, выраженную в см.

Результаты синтеза представлены на рис. 2 и рис. 3 (кривая *4*), из которых можно сделать вывод о существенном повышении эффективности поглотителя (примерно в 2–3 раза для толщины стенки $l > 0.2$ см) по сравнению с работой [4]. Второй этап оптимизации (изменение резонансных частот) в данном случае не привел к какому-либо значительному результату.

При отсутствии стенки результаты для всех рассмотренных методов синтеза и оптимизации близки друг к другу, и средняя величина коэффициента отражения составляет 9–10%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Maidanik G., Dickey J.* Loss factors of pipelike structure containing beads // J. Acoust. Soc. Amer. 1986. V. 99. № 5. P. 2766–2774.
2. *Robert F.* Lambert Low – frequency acoustic behavior of highly porous, lagered, flexible, fine fiber materials // Acoust. Soc. Amer. 1995. V. 97. № 2. P. 818–821.
3. *Partridge C.* Acoustic scattering from viscoelastically coated bodyes // Acoustic. Soc. Amer. 1996. V. 99. № 1. P. 72–78.
4. *Тютекин В.В.* Моделирование звукопоглотителя, синтезируемого на основе механических резонаторов // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 5. С. 681–687.
5. *Ричардсон И.Д.* Некоторые вопросы прикладной акустики. М.: Воениздат, 1962.
6. *Тютекин В.В., Шкварников А.П.* Синтез и исследование поглотителей изгибных волн в стержнях и пластинах // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 3. С. 441–447.
7. *Кашина В.И., Тютекин В.В., Шкварников А.П.* Синтез и исследование поглотителей продольных волн в стержнях и пластинах // Акуст. журн. 1970. Т. 16. № 2. С. 257–263.
8. *Мачевариани М.М., Миронова В.Б.* Оптимальное распределение показателя преломления в неоднородном слое, обеспечивающее заданную звукоизо-

ляцию монохроматической волны // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 4. С. 583–587.

9. *Мачевариани М.М.* К оптимальности кусочно-постоянных распределений параметров в жестких неоднородных вибропоглощающих слоях // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 6. С. 771–776.

10. *Дорот И.Л., Мачевариани М.М.* Минимизация модуля коэффициента отражения полигармонической волны от неоднородного поглощающего слоя // Журн. прикл. механики и техн. физ. АН СССР, Сибирское отделение. 1976. № 3. С. 169–174.

Optimization of the Characteristics of a Sound Absorber Synthesized from Mechanical Resonators

V. V. Tyutekin

Optimization of the acoustic characteristics of sound absorbers synthesized from mechanical resonatorsas described in the previous publication [4] is considered. By the method of minimization of functions of several variables, the set of controlled resonator parameters is determined to meet the criterion of the minimal average (over the frequency range under study) reflection coefficient of the absorber. For an optimized absorber applied to a wall of thickness 0.2 to 0.6 cm, this value is less than the corresponding value for the initial absorber [4] by a factor of two to three.