АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1998, том 44, № 6, с. 793–800

УДК 534:535

УЛУЧШЕННАЯ МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ ПАВ В АНИЗОТРОПНЫХ СТРУКТУРАХ

© 1998 г. Е. А. Колосовский, А. В. Царев, И. Б. Яковкин

Институт физики полупроводников СО РАН
630090 Новосибирск, проспект акад. Лаврентьева, 13
E-mail: tsarev@thermo.isp.nsc.ru

Поступила в редакцию 30.12.97 г.

В работе описывается оригинальная интерферометрическая методика измерения скорости поверхностной акустической волны (ПАВ), распространяющейся в анизотропном твердом теле. Методика основана на оптическом зондировании ПАВ одновременно в двух точках и новых возможностях, возникающих вследствие использования при измерениях двухлучевого оптического интерферометра. В данной схеме эксперимента два пространственно разнесенных оптических пучка дифрагируют на ПАВ, затем смешиваются и создают интерференционную картину. По измерению периода осцилляций этой картины вследствие изменения частоты ПАВ находятся фазовая и групповая скорости ПАВ и их дисперсия в анизотропном полупространстве. Для этого решена обратная задача дифракции и интерференции двух пучков света при отражении от ПАВ. Программное обеспечение эксперимента включает в себя: а) накопление данных со статистической обработкой и с автокоррекцией дрейфа фазы интерферометра, вызванного изменением внешних условий; б) фурье-анализ спектра сигнала с использованием обобщенных переменных и учетом дисперсии ПАВ; в) вычислительный алгоритм определения фазовой и групповой скорости ПАВ. Точность определения скорости зависит от условий эксперимента и составляет порядка 0.5 м/с для фазовой и 3 м/с для групповой скорости. Апробация методики выполнена для *ST*-кварца, покрытого тонкой пленкой алюминия.

ВВЕДЕНИЕ

Фазовая, групповая скорости и дисперсия поверхности акустической волны (ПАВ) – три важнейшие характеристики, используемые при анализе и синтезе акустоэлектронных элементов. Разработано множество методов измерения скорости ПАВ (см., например, [1]). Наиболее просты радиотехнические методы, но для обеспечения высокой точности все они требуют корректного учета паразитных эффектов при возбуждении и приеме ПАВ в многоэлементных структурах встречно-штыревых преобразователей (ВШП). Оптические методы еще недостаточно широко распространены, поскольку используют уникальное оптико-механическое и измерительное оборудование [2–3]. Методы [4–8], использующие эффекты интерференции при взаимодействии двух когерентных световых пучков с акустической волной, открывают новые возможности для прецизионного измерения скорости ПАВ.

В данной работе приводятся детальные исследования новой оптической интерферометрической методики измерения скорости ПАВ. Методика основана на использовании схемы оптического двухлучевого интерферометра [6], который образован с помощью двух параллельных полупрозрачного и глухого зеркал (см. рис. 1). В данной схеме эксперимента два пространственно разнесенных оптических пучка дифрагируют на ПАВ и, смешиваясь, образуют интерференционную картину поля, которое осциллирует при переключении частоты ПАВ. По измерению периода этих осцилляций вследствие изменения частоты ПАВ находятся фазовая и групповая скорости ПАВ, и их дисперсия в анизотропном полупрост-

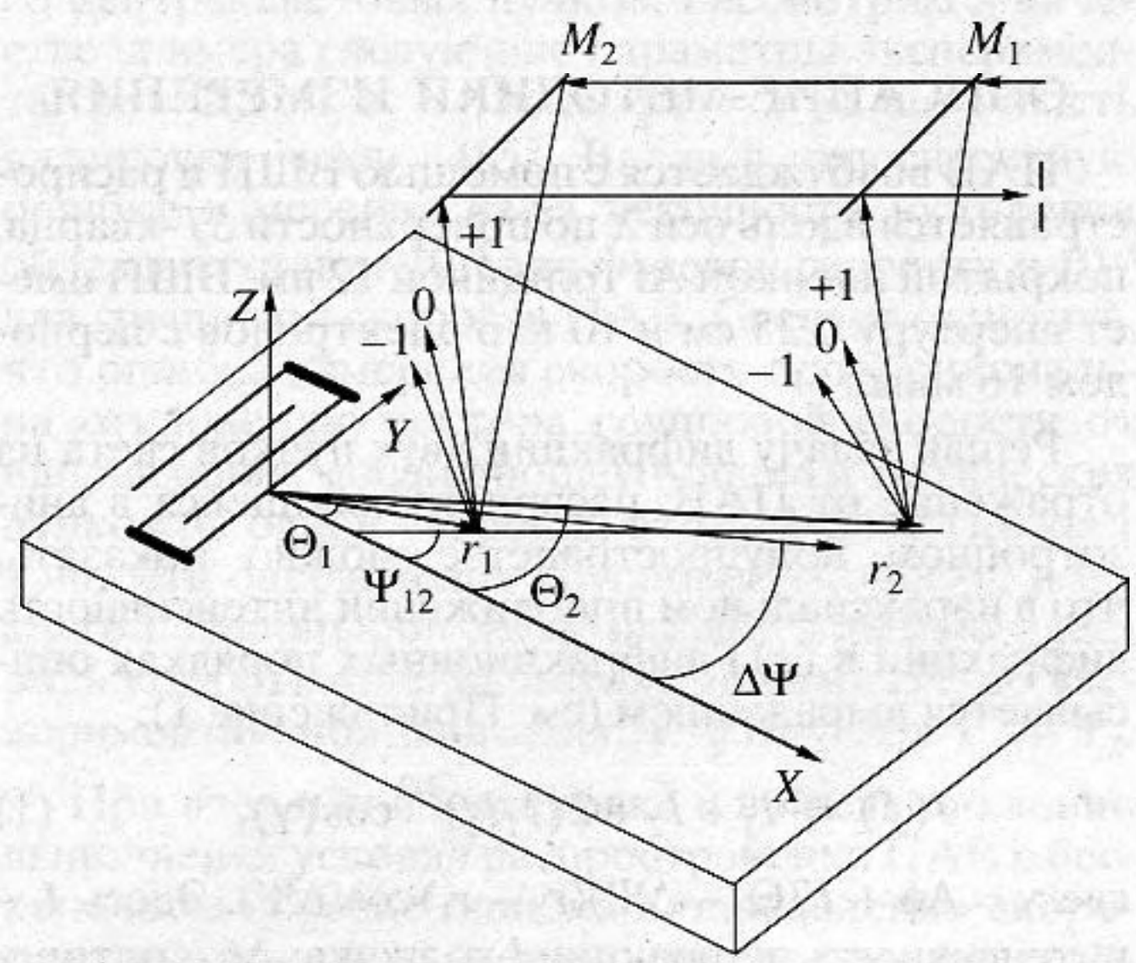

Рис. 1. Геометрия двухпучкового метода измерения скорости ПАВ. M_1 – полупрозрачное зеркало, M_2 – непрозрачное зеркало.

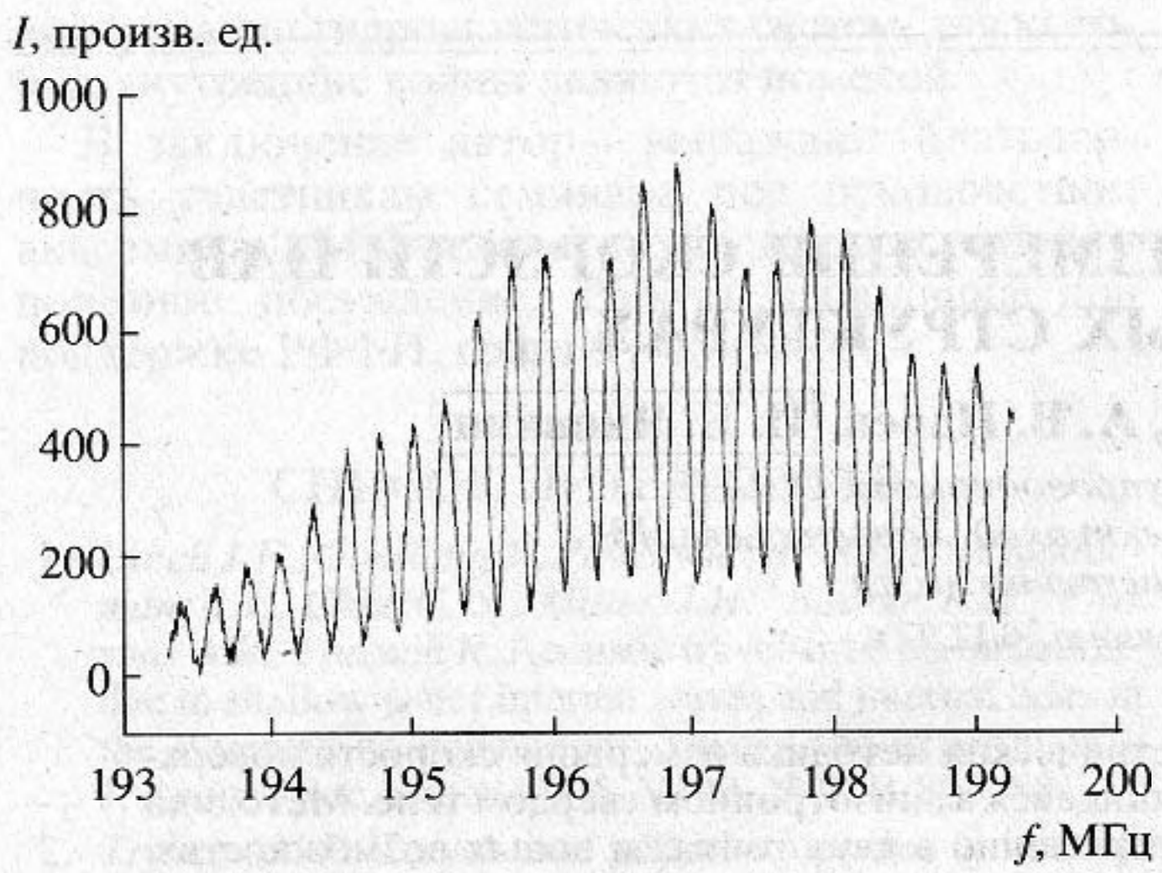

Рис. 2. Экспериментальная зависимость эффективности дифракции от частоты ПАВ.

ранстве. С этой целью решена (в параксиальном приближении) обратная задача дифракции и интерференции двух пучков света при отражении от ПАВ, распространяющейся в анизотропном полупространстве.

К достоинствам данной методики можно отнести высокую точность, доступность и уникальную возможность одновременного измерения сразу трех важнейших характеристик ПАВ – фазовой и групповой скоростей, и их дисперсии. При этом эксперименты на *ST*-кварце показывают, что даже без принятия специальных мер, обеспечивающих стабильность условий эксперимента, ошибка измерения реально составляет порядка 0.5 м/с для фазовой и 3 м/с для групповой скорости ПАВ.

ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЯ

ПАВ возбуждается с помощью ВШП и распространяется вдоль оси X по поверхности *ST*-кварца, покрытой пленкой Al толщиной 12 нм. ВШП имеет апертуру 0.25 см и 10 пар электродов с периодом 16 мкм.

Решая задачу дифракции двух пучков света на отражение от ПАВ, распространяющейся в анизотропном полупространстве можно показать, что в параксиальном приближении интенсивность дифракции в (±1) дифракционных порядках описывается выражением (см. Приложение 1):

$$I(f) = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2}\cos(\gamma), \qquad (1)$$

где $\gamma = \Delta\phi + K(\Theta_l - \Delta\Psi)(r_2 - r_1)\cos(\Delta\Psi)$. Здесь I_l – интенсивность дифракции l-го пучка; $\Delta\phi$ – оптический сдвиг фаз между двумя плечами интерферометра; $K = K(\Psi) = 2\pi f/v$ – волновой вектор ПАВ с углом распространения Ψ; v и f – фазовая скорость и частота ПАВ; $\Delta\Psi$ – угол отклонения потока энергии ПАВ; Θ_l – угол, задающий направление на центр l-го светового пучка; r_l – расстояние от центра ВШП до центра l-го оптического пучка. Все углы отсчитываются относительно оси X.

На рис. 2 представлены результаты измерения "точечным" фотоприемником частотной зависимости интенсивности дифракции при отражении от ПАВ двух параллельных пространственно разнесенных оптических пучков. Отметим, что наблюдаемые нами осцилляции интенсивности электромагнитного поля $I(f)$ существуют только при одновременной дифракции обоих оптических пучков. Данные рис. 2 совместно с (1) позволяют определить фазовую и групповую скорости ПАВ, распространяющуюся в анизотропной среде.

Для описания дисперсии ПАВ достаточно ограничиться первым членом разложения фазовой скорости по частоте ПАВ:

$$v = v_0(1 + \alpha f), \qquad (2)$$

где α – линейный коэффициент дисперсии ПАВ. Пусть центры световых пучков ориентированы вдоль вектора групповой скорости ($\Theta_l = \Delta\Psi$). Тогда из (1)–(2) можно получить следующие выражения, связывающие фазовую и групповую скорость ПАВ с данными эксперимента (см. Приложение 1):

$$\begin{gathered} v_0 = 2\Delta f \Delta x, \\ v_g = 2\Delta f \Delta r(1 + \alpha f)^2, \\ \Delta\Psi = -\mathrm{arctg}[(\partial K/\partial\Psi)/K], \\ \Delta x = \Delta r\cos(\Delta\Psi). \end{gathered} \qquad (3)$$

Здесь Δf – полупериод осцилляций по частоте экспериментальной зависимости (1), Δr – расстояние между центрами оптических пучков.

АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ

Ниже описываются новые методика и алгоритм определения скорости ПАВ и ее дисперсии в полосе преобразователя [8]. Аргумент косинуса в (1) вследствие дисперсии ПАВ содержит нелинейный частотно-зависимый член (2). Точное определение скорости и дисперсии ПАВ требует корректного исключения этой зависимости. Кроме того, необходимо учесть возможное изменение сдвига фазы интерферометра $\Delta\phi$, вызванное внешними условиями, например, температурной деформацией образца или/и плеч интерферометра и т.д. Действительно, любой незначительный уход фазы плеча интерферометра $\delta\Delta\phi$ сопровождается сдвигом по оси абсцисс любой точки графика зависимости рис. 2 на величину

$$\delta f(\alpha, f) = \Delta f(1 + \alpha f)^2 \delta\Delta\phi/\pi. \qquad (4)$$

За время эксперимента суммарный набег фазы может превышать 2π. Поэтому автокоррекция

ухода фазы интерферометра необходима. Она состоит в следующем. Во время измерения сигнала $I(f)$ на любой частоте f производится одновременное измерение величины $I(f_0)$ на какой-то другой фиксированной частоте f_0, что позволяет по смещению величины $I(f_0)$ определять величину ухода фазы интерферометра $\delta\Delta\phi$ и согласно (4) корректировать положение экспериментальных точек по частоте на графике рис. 2.

Далее, вводится специальная автомодельная обобщенная переменная $\xi = f/[1 + \alpha(f - f_0)]$ такая, чтобы последний член в (1) стал чисто гармоническим. Затем выполняется интегральное преобразование Фурье (см. рис. 3) экспериментальной зависимости $I(f)$, по новой переменной ξ:

$$A(q) = (1/2\pi)\int_{-\infty}^{\infty} d\xi I(\xi)\exp(-iq\xi). \qquad (5)$$

Теперь можно наблюдать только за осциллирующей составляющей интенсивности дифракции двух пучков света (рис. 2). При этом исключаются из рассмотрения влияние не только дополнительной амплитудной огибающей, но и случайные колебания фазы интерферометра.

Дисперсию ПАВ найдем следующим образом. На рис. 3а показано поведение высоты пика A в зависимости от значения дисперсии скорости α. Кривые на рис. 3 получаются следующим образом. При каждом новом значении α проводится пересчет зависимости рис. 2 по данным автокоррекции (4), в новых обобщенных координатах ξ. Область изменения ($\Delta\xi$) обобщенной координаты ξ нормируется к 1, после чего зависимость $I(f)$ подвергается интегральному фурье-преобразованию (см. рис. 3б). Затем определяется положение и высота пика фурье-образа $I(f)$. Видно, что легко можно выбрать значение α, при котором спектральная плотность высокочастотной составляющей является максимальной. Это и есть искомое значение линейного вклада в дисперсию скорости ПАВ. Величина Δf пересчитывается через найденное значение положения максимума (q) функции $A(q)$ (см. рис. 3б):

$$\Delta f = \pi\Delta\xi/(2q). \qquad (6)$$

Далее из (3) находятся значения фазовой и групповой скорости по известным значениям Δx и Δr.

ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ И ДИСПЕРСИИ ПАВ В ПОЛОСЕ ЧАСТОТ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Точность определения скорости ПАВ с использованием двухлучевого оптического интерферометра с динамическим (при изменении частоты ПАВ) накоплением данных определяется [8]:

а) физическими факторами выбранной методики эксперимента;

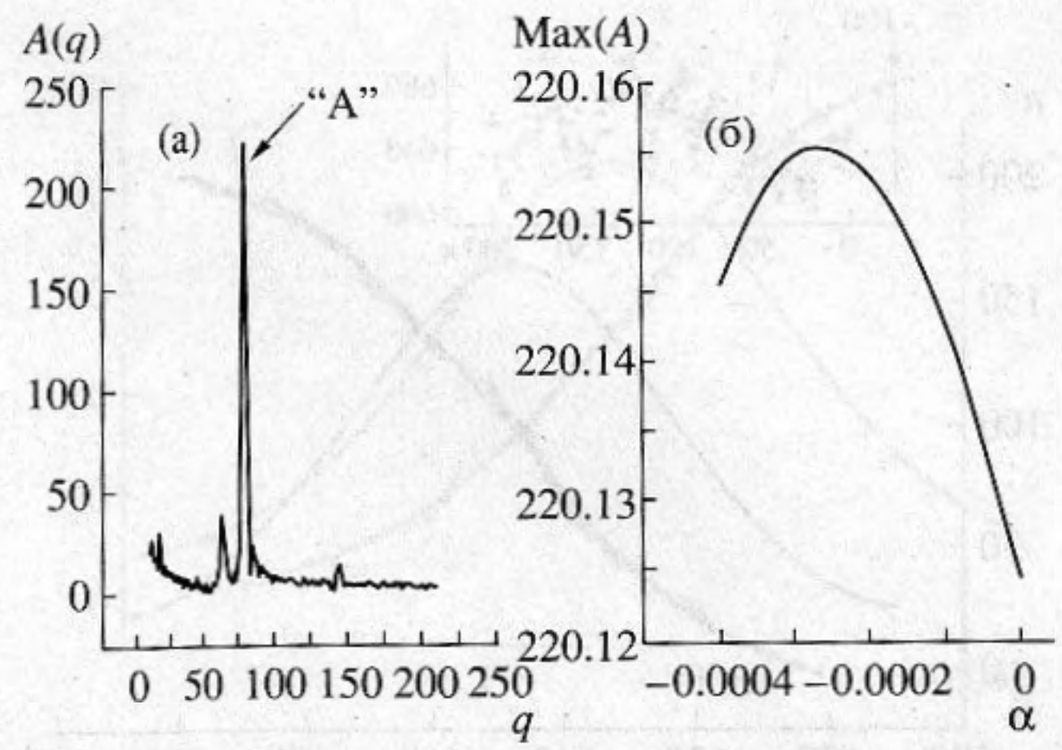

Рис. 3. а – фурье-образ $A(q)$ экспериментальной зависимости $I(f)$. б – высота пика фурье-образа $A(q)$ в зависимости от α.

б) математической обработкой данных эксперимента.

Физические ограничения на точность измерения в данной методике связаны с точностью определения расстояний между центрами пучков Δr и точностью выставления центров оптических пучков вдоль вектора групповой скорости. Из (1)–(3) можно показать, что неточность юстировки образца приведет к следующим ошибкам измерения скорости ПАВ:

$$\delta v/v = (x_2/\Delta x)(\Delta\Psi - \Psi_2)^2 + (x_1/\Delta x)(\Delta\Psi - \Psi_1)^2,$$
$$\delta v_g/v_g = r_2/(2r_1)(\Psi_{12} - \Psi_2)^2 + \Delta\Psi(\Delta\Psi - \Psi_{12}), \qquad (7)$$

где $\Psi_{12} = \mathrm{arctg}[(y_2 - y_1)/\Delta r]$ – угол, определяющий направление радиуса-вектора, соединяющего центры световых пучков. Рассмотрим в качестве примера следующие параметры эксперимента: $\Delta r = 2.5$ см, $r_1 = 0.5$ см, $\Delta\Psi = 5°$, а неточность юстировки углов $\approx 0.5°$. Вклад в относительную ошибку измерения из-за неточности юстировки образца составит 10^{-4} для фазовой скорости и 10^{-3} для групповой скорости ПАВ. Следует отметить, что ошибка измерения скорости пропорциональна отклонению вектора групповой скорости от направления, соединяющего центры оптических пучков. С одной стороны, этот эффект снижает точность определения групповой скорости, но, с другой стороны, он же позволяет впрямую измерить угол отклонения потока энергии $\Delta\Psi$ по экспериментальной зависимости Δf от углов Ψ_{12} и Ψ_2.

При идеальной юстировке и в предположении выполнения условия распространения ПАВ в бесконечном образце ошибка в определении скорости стремится к значению, определяемому соотношением неопределенности волновых процессов. В нашем случае эта ошибка определяется отношением длины волны света к длине плеча ин-

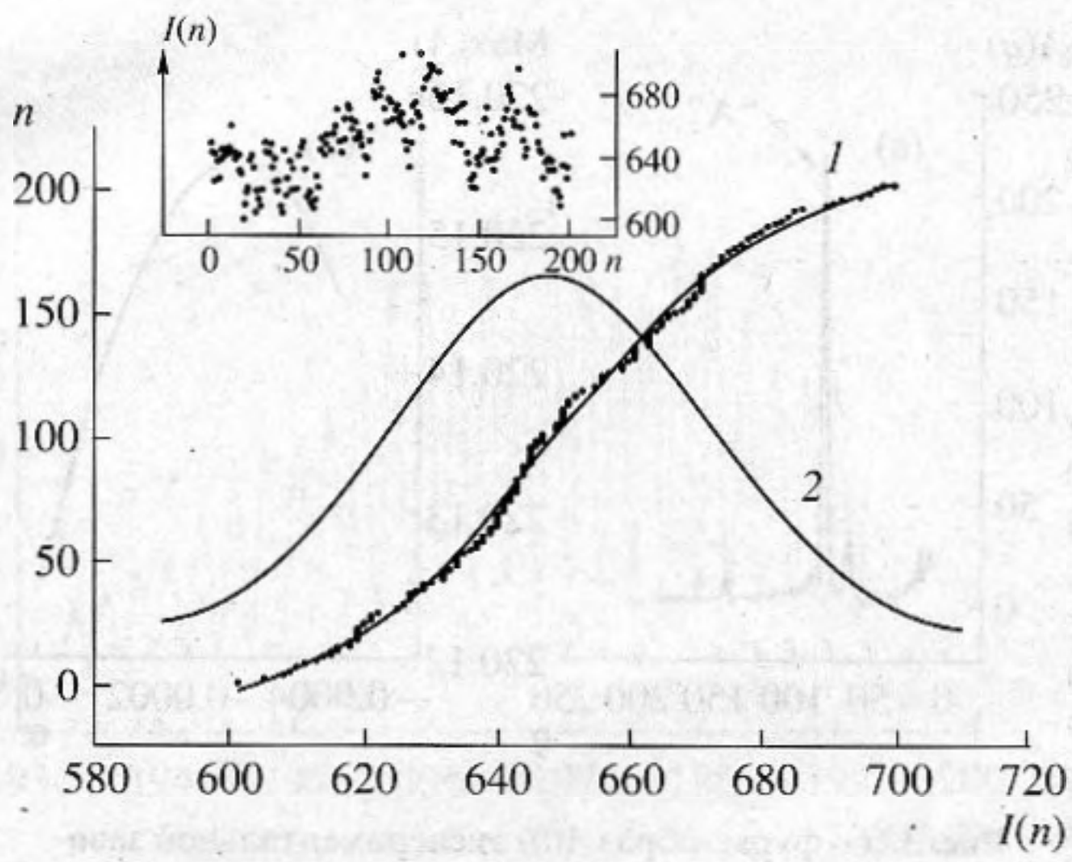

Рис. 4. Функция распределения среднего значения при накоплении сигнала эффективности дифракции $I(f)$ для фиксированной частоты f. Значения $I(f)$ расположены в порядке возрастания: *1* – порядковый номер измеряемого значения от величины $I(f)$; *2* – функция распределения (производная от кривой *1*).

терферометра и составляет $\sim 3 \times 10^{-5}$. Ниже приводится подробный анализ ошибок (пункт "б"), обусловленных математической обработкой данных эксперимента на примере измерения скорости ПАВ вдоль *X*-направления *ST*-кварца.

Снятие данных, приведенных на рис. 2, осуществляется с накоплением n значений ($n = 200$) в каждой точке графика. Это позволяет для каждой из них иметь не только среднее значение, но и дисперсию σ_1, необходимую в дальнейшем при анализе точности измерений.

Общая постановка задачи заключается в том, чтобы информация о доверительном интервале и функции распределения внутри доверительного интервала каждой точки рис. 2 были полностью использованы при построении функции распределения местоположения доминирующего пика фурье-образа (5). Кроме того, информация о функциональной зависимости (1) и обобщенной переменной ξ также была использована.

В верхней части рис. 4 приведен пример реального накопления из 200 значений для какой-то отдельной экспериментальной точки на зависимости рис. 2. Найдем функцию распределения среднего значения при накоплении. Для этого упорядочим все 200 значений по их возрастанию (кривая *1*). График показывает, сколько поступивших в ЭВМ значений при измерении среднего имели величину, меньшую заданного значения $I(f)$. Этот график имеет смысл интегральной функции распределения. Линией отмечена гладкая аппроксимация этой зависимости статистической функцией Ферми. В нашем случае именно эта функция является наиболее удачным приближением. В принципе, при другом приборном использовании эксперимента она может измениться. Дифференцируя, получаем искомую функцию распределения (кривая *2*). Данная кривая хорошо описывается несмещенной гауссовской кривой с уширением $\sigma_1 = 0.7$. Следовательно, среднее значение $I(f)$ распределено по несмещенному *нормальному* закону с доверительным интервалом $\pm 3\sigma_2$, где $\sigma_2 = 0.7/(n-1)^{1/2}$. Разумеется, для любой другой точки j зависимости рис. 2 доверительный интервал изменяется: $\sigma_2[j] = \sigma_1[j]/(n-1)^{1/2}$. Важно то, что вид распределения сохраняется гауссовым. Таким образом, функция распределения при накоплении может быть всегда определена по статистическому анализу поступающих данных. В нашем случае достаточно отслеживать дисперсию для $I(f)$ при каждой частоте "f", чтобы получить доверительный интервал для скорости ПАВ.

Вводим процедуру рандомизации. Именно, для каждой точки по частоте на зависимости $I(f)[j]$ (см. рис. 2) случайным образом разыгрывается новое значение $I(f)$ по нормальному закону внутри доверительного интервала $\pm 3\sigma_2[j]$. Затем полностью повторяется процедура определения α и Δf, описанная выше, включающая сглаживание данных рис. 2, автокоррекцию ухода фазы плеча интерферометра по формуле (4), пересчет частотной зависимости рис. 2 в зависимость от обобщенной координаты $\xi = f/[1 + \alpha(f - f_0)]$ и применение интегрального преобразования Фурье (5). Новые значения α и Δf будут несколько отличны от первоначальных.

Повторяя процедуру рандомизации многократно, мы добьемся того, что все возможные значения экспериментальных точек $I(f)$, распределенных по *нормальному* закону внутри доверительного интервала, также известного из эксперимента при каждой частоте f, окажут влияние на α и Δf. Тем самым определятся функции распределения этих величин. На рис. 5 показана полученная интегральная функция распределения по 100 значениям для положений пика "*A*". Видно, что все они сосредоточены в пределах области $\pm 4 \times 10^{-3}$ и распределены по нормальному закону с уширением, равным 1.2×10^{-3}. Ошибка определения положения пика связана с ошибкой определения скорости соотношением:

$$\delta v_0 / v_0 = \delta q / q = 0.5 \times 10^{-4}. \quad (8)$$

Окончательно, вклад в величину ошибки, определяемый статистической обработкой экспериментальных зависимостей $I(f)$ для ПАВ вдоль *X*-направления *ST*-кварца:

$$v_0 = \pi \Delta x \Delta \xi / q = 3155 \pm 0.16 \text{ м/с}, \quad (9)$$

$$\alpha = -(2.6 \pm 0.5) \times 10^{-4} \, (\text{МГц})^{-1}. \quad (10)$$

С учетом всех факторов а) и б) получаем, что предлагаемый метод позволяет измерить:

а) фазовую скорость ПАВ с точностью до 0.5 м/с,

б) групповую скорость ПАВ с точностью до 3 м/с,

в) линейный коэффициент дисперсии ПАВ с точностью до 0.5×10^{-4} (МГц)$^{-1}$.

Отметим еще раз, что проделанная процедура рандомизации не ставит целью как-то математически повысить точность эксперимента, она просто использует накопленную в ходе эксперимента избыточную информацию для выявления погрешности измерения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы предлагаем оригинальную методику, использующую двухлучевой оптический интерферометр, для точного измерения скорости ПАВ в анизотропной среде. Она основана на том, что два параллельных и пространственно разделенных оптических пучка дифрагируют на различных участках вдоль пути распространения ПАВ. Далее световые пучки различных (0, ±1) порядков, отраженные от поверхности с ПАВ, объединяются попарно и создают интерференционную картину. Изменение интенсивности интерференционной картины при переключении частоты ПАВ позволяет в принципе определить дисперсионную кривую ПАВ и найти ее три важнейшие характеристики – фазовую и групповую скорости, и их дисперсию. Мы получили в параксиальном приближении аналитическое выражение для рассеянного оптического поля, описывающее дифракцию двух оптических пучков на ПАВ в анизотропной среде. Это позволяет решить обратную задачу восстановления характеристик ПАВ на основе анализа динамической картины дифрагированного поля.

Программное обеспечение эксперимента включает в себя:

а) статистическое накопление данных с автокоррекцией изменения фазы интерферометра, вызванного изменением внешних условий;

б) фурье-анализ спектра сигнала с использованием обобщенных переменных и учетом дисперсии ПАВ;

в) вычислительный алгоритм определения фазовой и групповой скорости ПАВ и их погрешности.

Относительная точность определения скорости зависит от условий эксперимента, но без принятия специальных мер, обеспечивающих стабильность этих условий, реально составляет порядка 0.5 м/с для фазовой и 3 м/с для групповой скорости. Апробация методики выполнена для *ST*-кварца с тонкой пленкой алюминия.

Благодаря предложенной нами автокоррекции здесь не требуется дорогостоящих затрат на термостабилизацию образца и значительно повышается точность измерения скорости ПАВ по сравнению с существующими методами.

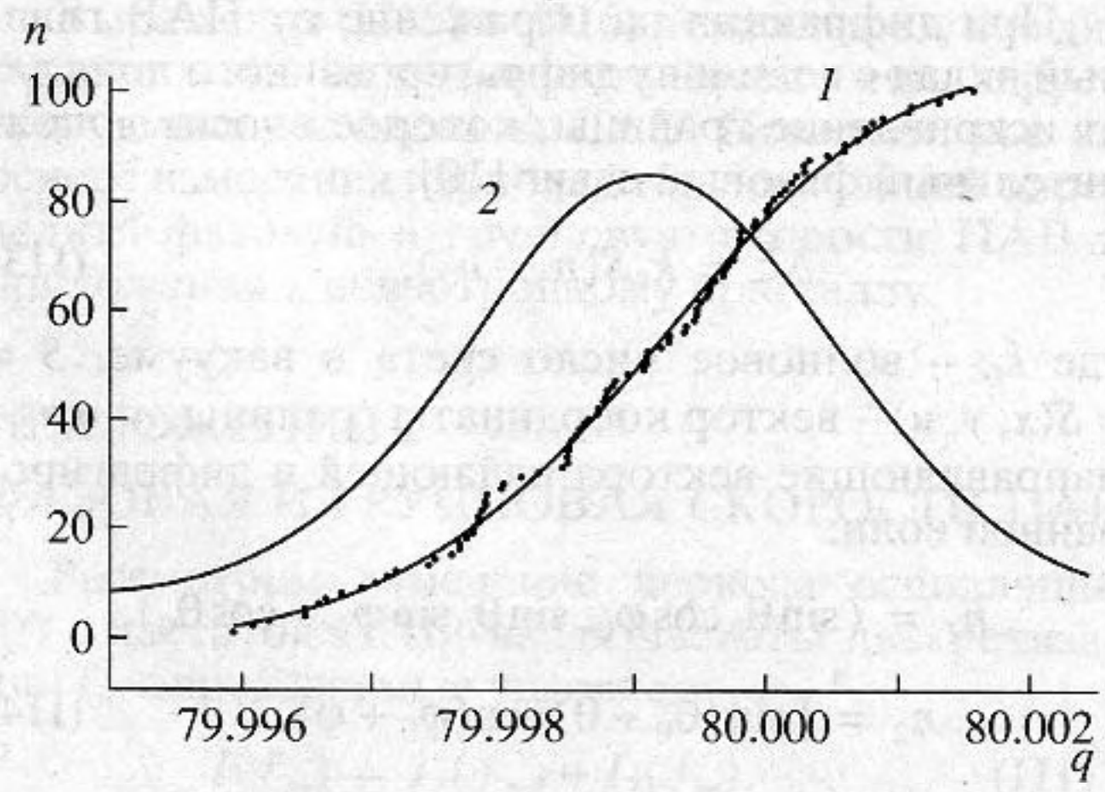

Рис. 5. Функция распределения положения пика фурье-образа $A(q)$ от функции $I(f)$. Значения расположены в порядке возрастания. *1* – порядковый номер значения положения пика; *2* – функция распределения (производная от кривой *1*).

Эта работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 97-02-18458 и № 94-02-06118.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОПИСАНИЕ ДИФРАКЦИИ ДВУХ ПУЧКОВ СВЕТА НА ПАВ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В АНИЗОТРОПНОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Пусть поверхностная акустическая волна, возбуждаемая однородным встречно-штыревым преобразователем (ВШП), распространяется в плоскости $Z = 0$, под углом ψ с осью X (см. рис. 1). В любой точке поверхности полупространства справа и слева от ВШП нормальная компонента смещения ПАВ на границе полупространства определяется выражением [9]:

$$u(x, y) = \exp(-i\Omega t)\int_{-\infty}^{\infty} dK_y F(K_y) \times \times \exp[i(K_x x + K_y y)], \quad (П1)$$

где $K_x = [K^2 - K_y^2]^{1/2}$, K и Ω – волновое число и частота ПАВ. $F(K_y)$ определяется обратным фурье-преобразованием от "освещенности" апертуры ВШП $u(0, y)$ [9]:

$$F(K_y) = (1/2\pi)\int_{-\infty}^{\infty} dy' u(0, y')\exp(-iK_y y'), \quad x \geq 0. \quad (П2)$$

где $u(0, y') = u_0$, при $|y'| \leq L/2$ и $u(0, y') = 0$, при $|y'| > L/2$, L – апертура ВШП.

При дифракции на отражение от ПАВ главный вклад в величину дифрагированного поля дает искривление границы, которое вносит дополнительный фазовый сдвиг [10]:

$$\Delta\xi = k_0 S(n_1 - n_2), \qquad (\text{П}3)$$

где k_0 – волновое число света в вакууме, $S = S(x, y, u)$ – вектор координаты границы, n_1 и n_2 – направляющие вектора падающей и дифрагированной волн:

$$n_1 = (\sin\theta_0\cos\varphi_0, \sin\theta_0\sin\varphi_0, -\cos\theta_0),$$

$$n_2 = [\sin(\theta_0+\theta)\cos(\varphi_0+\varphi), \qquad (\text{П}4)$$

$$\sin(\theta_0+\theta)\sin(\varphi_0+\varphi), \cos(\theta_0+\theta)],$$

где θ_0 – угол между волновым вектором света и осью Z, φ_0 – угол между осью X и проекцией волнового вектора света на плоскость XY, θ – угол дифракции в плоскости падения светового пучка, φ – угол дифракции в плоскости XY.

Как правило, в эксперименте выполняется условие малости дифрагированных углов (φ и θ), а свет падает в одной плоскости с ПАВ ($\varphi_0 = 0$). В этом случае (П3) упрощается до выражения:

$$\Delta\xi(x, y, t) = k[\theta x + \varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0 y + 2u(x, y, t)], \qquad (\text{П}5)$$

где $k = k_0\cos\theta_0$.

Пусть на ПАВ дифрагируют два идентичных параллельных пространственно разделенных световых пучка, которые имеют поперечное распределение электромагнитного поля в виде функции Гаусса:

$$w_l(x, y) = E_l\exp\{i\phi - [(x - x_l)/w_x]^2 - \qquad (\text{П}6)$$
$$- [(y - y_l)/w_y]^2\}, \quad l = 1, 2$$

где E_l и ϕ – амплитуда и фаза l-го светового пучка, x_l и y_l – координаты центров l-х световых пучков, $w_x = w/\cos\theta_0$, $w_y = w$ – проекции сечения светового пучка ширины w на оси X и Y соответственно.

Угловое распределение электромагнитного поля l-й дифрагированной волны по аналогии с [11] опишем с помощью комплексной скалярной амплитуды $E_l(\theta, \varphi, t)$, которая определяется дифракционным интегралом:

$$E_l(\theta, \varphi, t) = C_l\exp(-i\omega t)\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dxdy\times \qquad (\text{П}7)$$
$$\times Rw_l(x, y)\exp[i\Delta\xi(x, y, t)],$$

где $C_l = 2\pi/k$ – нормировочная константа, определяемая из условия выполнения закона сохранения энергии, ω – угловая частота света, R – коэффициент отражения световой волны. С учетом (П1), (П2), (П5), (П6) и малости индуцированного ПАВ фазового сдвига $\Delta\xi$ получаем

$$E_l(\theta, \varphi, t) \approx (kC_lRE_l/\pi)\exp[i\phi - i(\omega+\Omega)t]\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dxdydy'dK_y u(0, y')\times \qquad (\text{П}8)$$
$$\times\exp\{-[(x - x_l)/w_x]^2 - [(y - y_l)/w_y]^2\}\times$$
$$\times\exp[i(k\theta + K_x)x + i(k\varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0 + K_y)y - iK_y y'].$$

Интегралы по dx и dy представляют собой интегралы Френеля, которые в бесконечных пределах выражаются через элементарные функции [12]. Интеграл по dy' для ступенчатой функции $u(0, y')$ также легко берется. В результате выполнения интегрирования по dx, dy и dy' получим следующее интегральное выражение:

$$E_l(\theta, \varphi, t) = 2kC_lRE_lw_xw_yu_0\exp[-i(\omega+\Omega)t]\times$$
$$\times\exp[i\phi + ik(\theta x_l + \varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0 y_l)]\times \qquad (\text{П}9)$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty} dK_y[\sin(K_yL/2)/K_y]\exp\{-[(k\theta + K_x)w_x/2]^2 -$$
$$- [(k\varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0 + K_y)w_y/2]^2\}\exp(iK_xx_l + iK_yy_l).$$

Введем обозначение:

$$K_x = K(\Psi)\cos(\Psi), \quad K_y = K(\Psi)\sin(\Psi),$$
$$x_l = r_l(\Theta_l)\cos(\Theta_l), \quad y_l = r_l(\Theta_l)\sin(\Theta_l), \qquad (\text{П}10)$$

где Θ_l – угол, задающий направление на центр l-го светового пучка, Ψ – угол, задающий направление на поверхности волновых векторов. Значения $|K|$, большие, чем $K(\pi/2)$ обычно не дают вклада в дифракционный интеграл (П9), и ими можно пренебречь [9]. Сделаем замену переменной интегрирования K_y на Ψ. Тогда интеграл (П9) можно представить в виде:

$$E_l(\theta, \varphi, t) = 2kC_lRE_lw_xw_yu_0\exp[-i(\omega+\Omega)t]\times$$
$$\times\exp[i\phi + ik(\theta x_l + \varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0 y_l)]\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\Psi\times$$
$$\times\{\sin[(KL/2)\sin(\Psi)]/[K\sin(\Psi)]\}\times$$
$$\times[K\cos(\Psi) + K'\sin(\Psi)]\times \qquad (\text{П}11)$$
$$\times\exp\{-[(k\theta + K\cos(\Psi))w_x/2]^2 -$$
$$- [(k\varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0 + K\sin(\Psi))w_y/2]^2\}\times$$
$$\times\exp[iKr_l\cos(\Psi - \Theta_l)],$$

где $K' = \partial K/\partial\Psi$. Интегральное выражение (П11) нельзя представить в виде элементарных функций.

Однако, в френелевском или параксиальном приближении ($Kr_l \gg 1$) можно воспользоваться методом стационарной фазы, который позволяет вычислять интегралы от экспоненциальных функций в области быстрого изменения фазы [13]. В нашем случае главный вклад в интеграл будут давать те области изменения Ψ, которые находятся вблизи точки стационарной фазы Ψ_{sl}, определяемой из условия:

$$\partial\Phi_l/\partial\Psi(\Psi = \Psi_{sl}) = 0, \qquad (\text{П}12)$$

где $\Phi_l = K(\Psi)r_l\cos(\Psi - \Theta_l)$.

Из (П12) получаем:

$$\Psi_{sl} = \Theta_l - \Delta\Psi_l, \qquad (\text{П}13)$$

где $\Delta\Psi_l = -\mathrm{arctg}(K'_{sl}/K_{sl})$, $K_{sl} = K(\Psi_{sl})$]. Здесь $\Delta\Psi_l$ – угол отклонения потока энергии ПАВ, соответствующий направлению на центр l-го светового пучка. Если имеется только одна стационарная точка Ψ_{sl}, то в первом приближении метода стационарной фазы получаем следующее выражение для дифрагированного поля:

$$\begin{aligned} E_l(\theta, \varphi, t) &= 2kC_lRE_lw_xw_yu_0\exp[-i(\omega + \Omega)t]\times \\ &\times(2\pi/(\Phi''_l)^{1/2})\{\sin[(K_{sl}L/2)\sin(\Psi_{sl})]/[K_{sl}\times \\ &\times\sin(\Psi_{sl})]\}[K_{sl}\cos(\Psi_{sl}) + K'_{sl}\sin(\Psi_{sl})]\times \\ &\times\exp\{-[(k\theta + K_{sl}\cos(\Psi_{sl}))w_x/2]^2 - \\ &-[(k\varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0 + K_{sl}\sin(\Psi))w_y/2]^2\}\exp[i\phi - i\pi/4 + \\ &+ ik(\theta x_l + \varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0 y_l) + iK_{sl}r_l\cos(\Delta\Psi_l)]. \end{aligned} \qquad (\text{П}14)$$

Интенсивность света в первом дифрагированном порядке определяется как результат усреднения по времени квадратов амплитуд, представленных в виде суммы рассеянных полей, образованных первым и вторым оптическими пучками:

$$I = \langle|E_1 + E_2|^2\rangle = I_1 + I_2 + 2(I_1I_2)^{1/2}\cos(\gamma),$$

где

$$\begin{aligned} \gamma &= \Delta\phi + q_2 - q_1, \\ \Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 + k[\theta(x_2 - x_1) + \varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0(y_2 - y_1)], \\ q_l &= K_{sl}r_l\cos(\Delta\Psi_l), \end{aligned} \qquad (\text{П}15)$$

$$\begin{aligned} I_l(\theta, \varphi, t) &= (2kC_lRE_lw_xw_yu_0)^2 2\pi/(\Phi''_l)\times \\ &\times[K_{sl}\cos(\Psi_{sl}) + K'_{sl}\sin(\Psi_{sl})]^2\times \\ &\times\{\sin^2[(K_{sl}L/2)\sin(\Psi_{sl})]/[K_{sl}\sin(\Psi_{sl})]^2\}\times \\ &\times\exp\{-2[(k\theta + K_{sl}\cos(\Psi_{sl}))w_x/2]^2 - \\ &-2[(k\varphi\,\mathrm{tg}\,\theta_0 + K_{sl}\sin(\Psi))w_y/2]^2\}. \end{aligned} \qquad (\text{П}16)$$

Выражения (П15) и (П16) показывают, что дифракционная интенсивность света осциллирует при изменении частоты ПАВ. Покажем, как на основе измерения периода этих осцилляций определить фазовую и групповую скорости ПАВ в приложении к анизотропному кристаллу.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ФАЗОВАЯ И ГРУППОВАЯ СКОРОСТИ ПАВ

Рассмотрим изменение периода осцилляций $I(f)$ с частотой ПАВ, вводя частоты дискретизации f_m, определяемые условием:

$$I(f_m) = I_1(f_m) + I_2(f_m). \qquad (\text{П}17)$$

Это условие реализуется в точке максимальной крутизны зависимости $I(f)$, когда $\cos(\gamma) = 0$. Пусть для определенности центры световых пучков выставлены вдоль вектора групповой скорости, т.е. $\Theta_l = \Delta\Psi_l = \Delta\Psi$. Тогда (П17) эквивалентно условию:

$$K_m\Delta x = \pi M, \qquad (\text{П}18)$$

где $K_m = K(f_m) = \Omega/v_m$, $\Omega = 2\pi f$, $M = m + 1/2 + \Delta\phi/\pi$ ($m = 0, +1, +2, \ldots$), $v_m = v(f_m)$ – фазовая скорость на частоте f_m, Δr – расстояние между центрами оптических пучков, $\Delta x = \Delta r\cos(\Delta\Psi)$ – проекция радиуса-вектора, соединяющего центры оптических пучков, на ось ВШП. Из выражения (П18) видно, что экспериментальная зависимость f_m от порядкового номера m определяется характером дисперсии скорости ПАВ. Для слабой либо линейной дисперсии можно ограничиться первым членом разложения фазовой скорости по частоте ПАВ:

$$v = v_0(1 + \alpha f), \qquad (\text{П}19)$$

и получить зависимость $f(M)$ в явном виде:

$$f(M) = Mv_0/(2\Delta x - \alpha v_0M), \qquad (\text{П}20)$$

$$v = \Omega/K = v_0(1 + \alpha f), \qquad (\text{П}21)$$

где $v_0 = 2\Delta f\Delta x$, $\Delta f = df/dm$ ($f = 0$) – полупериод осцилляций по частоте, $\alpha = 1/(2\Delta f^2)d^2f/dm^2$ ($f = 0$).

Вектор групповой скорости ПАВ v_g имеет две компоненты: $v_x = \partial\Omega/\partial K_x$, $v_y = \partial\Omega/\partial K_y$. Сделаем замену переменных $(K_x, K_y) \longrightarrow (K, \Psi)$ согласно условию (П10). При этом частные производные связаны между собой соотношением:

$$\begin{aligned} \partial\Omega/\partial K &= \partial\Omega/\partial K_x\partial K_x/\partial K + \partial\Omega/\partial K_y\partial K_y/\partial K, \\ 0 &= \partial\Omega/\partial\Psi = \partial\Omega/\partial K_x\partial K_x/\partial\Psi + \partial\Omega/\partial K_y\partial K_y/\partial\Psi. \end{aligned} \qquad (\text{П}22)$$

Тогда с учетом (П13) получаем:

$$\begin{aligned} v_g &= |v_g| = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} = \\ &= \partial\Omega/\partial K[1 + (K'/K)^2]^{1/2} = 1/\cos(\Delta\Psi)\partial\Omega/\partial K. \end{aligned} \qquad (\text{П}23)$$

Далее из (П18)–(П21) находим

$$\partial\Omega/\partial K = 2\cos(\Delta\Psi)\Delta f\Delta r(1+\alpha f)^2. \quad (П24)$$

И с учетом (П23), (П24) получаем выражение для групповой скорости:

$$v_g = 2\Delta f\Delta r(1+\alpha f)^2. \quad (П25)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Papadakis P.* Ultrasonic velocities and attenuation: measurement methods with scientific and industrial applications / In "Physical acoustics: principles and methods. Meson W.P., Thursten R.N. eds. New York: Academic Press, 1975. V. 12. P. 277–374.
2. *Komotskii V.A., Black T.D.* Analysis and application of stationary reference grating method for optical detection of surface acoustic waves // J. Appl. Phys. 1981. V. 52. № 1. P. 129–133.
3. *Weigel R., Holm A., Ruile P., Solkner G.* Accurate optical measurement of surface acoustic wave phase velocity // Proc. of the IEEE Ultrasonics Symposium. 1993. V. 1. P. 319–322.
4. *Burov J.I., Bransalov K.P., Ivanov D.V.* High accuracy noncontact laser-optical method for measuring surface acoustic wave velocity and attenuation // Appl. Phys. Lett. 1985. V. 46. № 2. P. 141–142.
5. *McKie Andrew D.W., Wagnr James W., Spicer James B., Beaton B. John.* Dual-beam interferometer for the accurate determination of surface wave velocity // Appl. Optics. 1991. V. 30. № 28. P. 4034–4039.
6. *Царев А.В.* Двухпучковая дифракция света при отражении от поверхностной акустической волны // Оптика и спектроскопия. 1997. Т. 83. № 1. С. 153–158.
7. *Tsarev A.V.* Diffraction of two optical beams by a SAW in an isotropic solid // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control. 1997. V. 44. № 6. P. 1215–1218.
8. *Kolosovsky E.A., Tsarev A.V., Yakovkin I.B.* Precise interferometric AO method for SAW velocity measurements in an anisotropic solid // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control. 1997. V. 44. № 6. P. 1219–1223.
9. Поверхностные акустические волны / В серии "Проблемы прикладной физики", под ред. Олинера А. М.: Мир, 1981. 390 с.
10. *Яковкин И.Б., Петров Д.В.* Дифракция света на акустических волнах. Новосибирск: Наука, 1979. 184 с.
11. *Hallermeier R.J., Mayer W.J.* Light diffraction by ultrasonic surface waves of arbitrary standing wave ratio // J. Acoust. Soc. Amer. 1970. V. 47. Part 2. P. 1236–1240.
12. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / Под ред. Абрамовица М., Стигал С. М.: Наука, 1979. 832 с.
13. *Кайно Г.* Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. М.: Мир, 1990. 634 с.

Improved Procedure for Measuring SAW Velocity in Anisotropic Structures

E. A. Kolosovskii, A. V. Tsarev, and I. B. Yakovkin†

An original interferometric procedure of measuring the velocity of a surface acoustic wave (SAW) propagating in an anisotropic solid is described. The procedure is based on simultaneous optical probing of SAW at two different points and uses new possibilities offered by the use of a dual-beam optical interferometer. In this experimental procedure, two spaced light beams are diffracted by the SAW and then superimposed to produce an interference pattern. This pattern oscillates with varying SAW frequency, and, by measuring the period of these oscillations, one can determine the phase and the group velocities of SAW and their dispersion in an anisotropic halfspace. For this purpose, the inverse problem of diffraction and interference of two light beams reflected by a SAW is solved. The software of the experiment includes: (a) data accumulation supplemented with the statistical processing and autocorrection of the interferometer phase drift caused by variations in environmental conditions, (b) Fourier analysis of the signal spectrum with the use of generalized variables and with allowance for the SAW dispersion, and (c) a computational algorithm for the determination of the phase and group velocities of SAW. The precision of velocity determination depends on experimental conditions and constitutes about 0.5 m/s for the phase velocity and 3 m/s for the group velocity. The procedure is tested in application to an ST-quartz crystal covered with a thin aluminum film.