АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1999, том 45, № 4, с. 468–472

УДК 534.26

ОБЪЕМНЫЙ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВОЛНОВОЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЧАСТОТНО-ВОЛНОВОГО СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ В ОБЛАСТИ МАЛЫХ ВОЛНОВЫХ ЧИСЕЛ

© 1999 г. **И. Г. Булатов, В. Н. Романов**

Центральный научно-исследовательский институт им. акад. А.Н. Крылова, "Клюз"
196158 Санкт-Петербург, Московское шоссе, 44
E-mail: albert@krylov.spb.su

Поступила в редакцию 25.11.97 г.

Предложено использовать систему преобразователей, расположенных на противоположных поверхностях вязкоупругого слоя, для определения уровней частотно-волнового спектра турбулентных пульсаций давления в области малых волновых чисел. Показано, что по результатам измерений спектров мощности турбулентных пульсаций давления отдельным преобразователем и системой преобразователей с различными фазовыми распределениями можно определить уровни частотно-волнового спектра в области волнового числа, соответствующего резонансной волне в вязкоупругом слое.

Вопрос измерения частотно-волнового спектра (ЧВС) турбулентных пульсаций давления (ТПД) в области малых волновых чисел чрезвычайно актуален, так как эта область ЧВС наименее изучена [1–3]. Частотно-волновые спектры строятся, в основном, по результатам измерений либо корреляционных функций, либо взаимных спектров [3, 4]. Однако корреляционные функции не удается измерить для больших пространственных разделений из-за превышения уровней посторонних шумов над уровнями измеряемых величин, поэтому возникают сложности при определении уровней ЧВС в области малых волновых чисел.

Попытки измерить ЧВС в области малых волновых чисел при помощи пространственных фильтров конечных размеров (антенных решеток [5], мембран или пластин [6–8]) встречают значительные трудности из-за наличия боковых полей волновых характеристик этих фильтров вследствие конечности их геометрических размеров.

В данной работе для непосредственного измерения длинноволновых компонент ЧВС ТПД предлагается использовать объемный пространственно-волновой фильтр [9], состоящий из слоя вязкоупругого материала с размещенными на его верхней и нижней поверхностях, граничащих с водным полупространством, преобразователями давления (рис. 1). Передаточную функцию такого объемного пространственно-волнового фильтра определим следующим образом [9]:

$$Q(k_x, \omega) = \sum_{n=1}^{N} A_n Q_n(k_x, \omega, z_n), \qquad (1)$$

где

$$Q_n(k_x, \omega, z_n) = \frac{\sigma_{zz}(k_x, \omega, z_n)}{p_0(k_x, \omega, 0)} \qquad (2)$$

– передаточная функция n-го преобразователя, находящегося в вязкоупругом слое, представляющая собой отклик точечного преобразователя на воздействие плоской волны единичной амплитуды [10]; $\sigma_{zz}(k_x, \omega, z_n)$ – нормальная компонента тензора напряжения на глубине z_n в месте расположения n-го преобразователя; $p_0(k_x, \omega, 0)$ – давление в падающей волне на границе жидкость–вязкоупругий слой; k_x – проекция волнового вектора в падающей волне на ось x; ω – круговая частота; $A_n = a_n \exp(i\alpha_n)$ – коэффициент амплитудно-фазо-

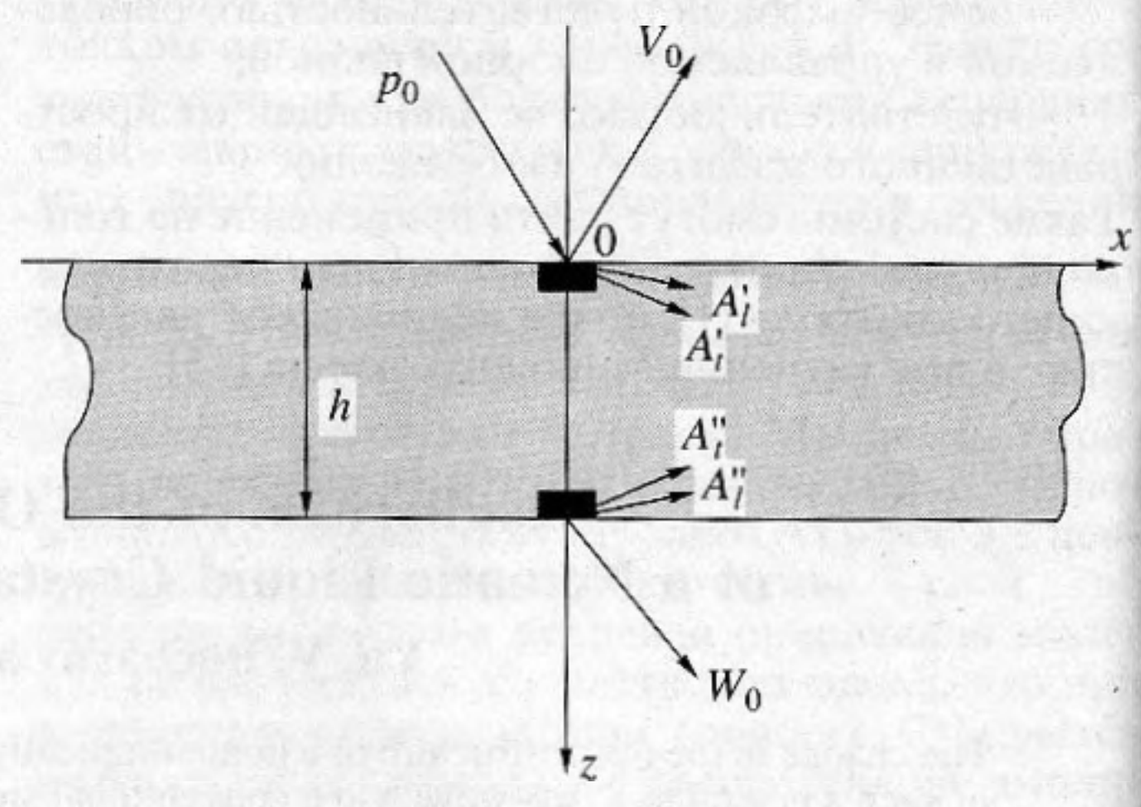

Рис. 1. Объемный пространственно-волновой фильтр и система координат.

вого распределения (АФР); a_n – коэффициент амплитудного распределения; α_n – коэффициент фазового распределения; N – количество преобразователей в объемной решетке (в нашем случае $N = 2$).

Нормальные компоненты тензора напряжения в слое можно найти, решив задачу прохождения плоских волн через слой вязкоупругого материала (см., например, [11–14]). Тогда для слоя получим:

$$\sigma_{zz} = -\mu\Big\{(k_t^2 - 2k_x^2)\Big(A_l^{'}\exp[i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}z_n] + \Big(A_l^{''}\exp\Big[-i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}z_n\Big]\Big) + 2k_x(k_t^2 - k_x^2)^{1/2}\Big(A_t^{'}\exp[i(k_t^2 - k_x^2)^{1/2}z_n] + A_t^{''}\exp\Big[-i(k_t^2 - k_x^2)^{1/2}z_n\Big]\Big)\Big\}. \quad (3)$$

В выражениях (3) неизвестные коэффициенты $A_l^{'}$, $A_l^{''}$, $A_t^{'}$, $A_t^{''}$ могут быть найдены из решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$[a_{ik}][V_0, A_l^{'}, A_l^{''}, A_t^{'}, A_t^{''}, W_0] = [-i\omega\rho_0, 0, (k_0^2 - k_x^2)^{1/2}\omega^{-1}, 0, 0, 0], \quad i, k = 1, \ldots, 6, \quad (4)$$

где

$$a_{11} = i\omega\rho_0,\ a_{12} = \mu(k_t^2 - 2k_x^2),\ a_{13} = a_{12},$$

$$a_{14} = 2\mu k_x(k_t^2 - k_x^2)^{1/2},\ a_{15} = -a_{14},$$

$$a_{16} = a_{21} = a_{26} = a_{36} = a_{41} = a_{51} = a_{56} = a_{61} = 0,\ a_{22} = -2k_x(k_l^2 - k_x^2)^{1/2},\ a_{23} = -a_{22},$$

$$a_{24} = k_t^2 - 2k_x^2,\ a_{25} = a_{24},\ a_{31} = (k_0^2 - k_x^2)^{1/2}\omega^{-1},$$

$$a_{32} = i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2},\ a_{33} = -a_{32},\ a_{34} = a_{35} = ik_x,$$

$$a_{42} = a_{12}\exp[i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{43} = a_{12}\exp[-i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{44} = a_{14}\exp[i(k_t^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{45} = a_{15}\exp[-i(k_t^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{46} = i\omega\rho_0\exp[i(k_0^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{52} = a_{22}\exp[i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{53} = a_{23}\exp[-i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{54} = a_{24}\exp[i(k_t^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{55} = a_{25}\exp[-i(k_t^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{62} = i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{63} = -i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[-i(k_l^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{64} = ik_x\exp[i(k_t^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{65} = ik_x\exp[-i(k_t^2 - k_x^2)^{1/2}h],$$

$$a_{66} = -(k_0^2 - k_x^2)^{1/2}\exp[i(k_0^2 - k_x^2)^{1/2}h]\omega^{-1},$$

$k_0 = \omega/c_0$, $k_l = \omega/c_l$, $k_t = \omega/c_t$, c_0 – скорость звука в воде, $c_l = ((\lambda + 2\mu)/\rho)^{1/2}$ – скорость продольных волн в слое, $c_t = (\mu/\rho)^{1/2}$ – скорость поперечных волн в слое, λ, μ – коэффициенты Ламе, ρ_0 – плотность воды, ρ – плотность вязкоупругого материала слоя, $A_l^{'}$, $A_l^{''}$ – коэффициенты прохождения для продольных волн, распространяющихся в слое навстречу друг другу, $A_t^{'}$, $A_t^{''}$ – коэффициенты прохождения для поперечных волн, распространяющихся в слое навстречу друг другу, V_0 – коэффициент отражения, W_0 – коэффициент прохождения плоских волн через слой вязкоупругого материала.

На рис. 2 представлены результаты расчета по выражениям (1)–(3) модулей различных передаточных функций для слоя из жесткого резиноподобного материала (вязкоупругие параметры см. в [15]): модуль передаточной функции верхнего преобразователя (кривая *1*); модуль передаточной функции сумматора решетки (кривая *2*); модуль передаточной функции сумматора решетки с АФР при $A_1 = 1$ и $A_2 = -1$ (кривая *3*), т.е. для случая, когда электрические сигналы, вызванные воздействием поля ТПД, от верхнего и нижнего преобразователя вычитаются. Из рис. 2 видно, что передаточные функции верхнего преобразователя и блока разности при $k = k_i$ имеют ярко выраженный максимум, соответствующий изгибной волне в пластине. Передаточная функция сумматора решетки без АФР имеет постоянное значение (примерно равное 2) во всем диапазоне волновых чисел. Внешний вид модулей передаточных функций легко объяснить из анализа фазоволновых характеристик передаточных функций отдельных преобразователей (рис. 3). Из рис. 3 видно, что для верхнего преобразователя в диапазоне волновых чисел до и после резонанса фаза имеет, практически, постоянное значение равное 180°, что соответствует отражению плоской волны от абсолютно твердой поверхности. На резонансе (в области изгибной волны) фаза меняется

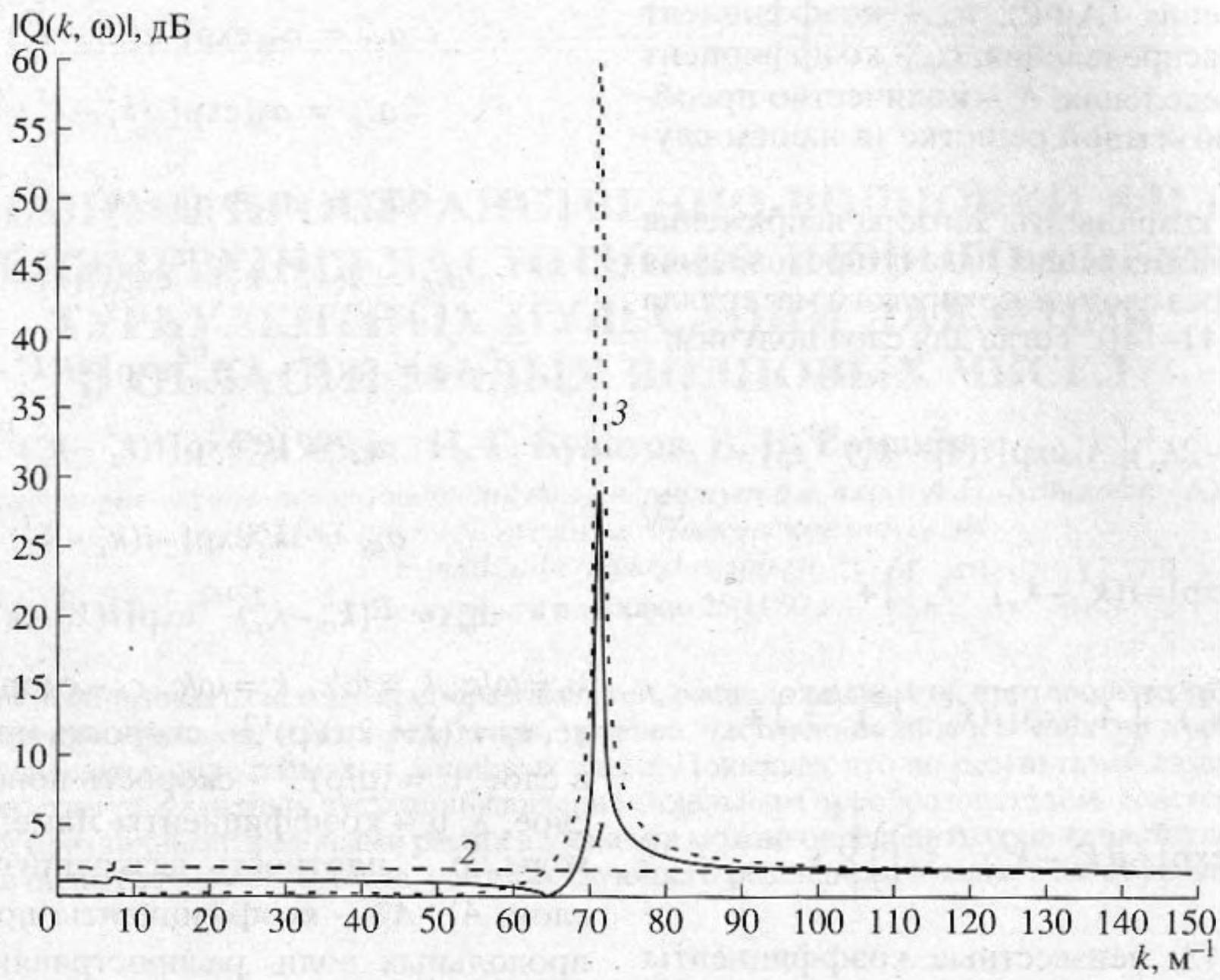

Рис. 2. Модуль передаточных функций: *1* – верхний преобразователь; *2* – сумматор решетки; *3* – блок разности.

скачкообразно. Фаза нижнего преобразователя в диапазоне волновых чисел до резонанса совпадает с фазой верхнего преобразователя, так как в этом диапазоне волновых чисел пластина является, практически, звукопрозрачной. На резонансе и в области более высоких волновых чисел фазы верхнего и нижнего преобразователей отличаются примерно на 180°. Различие фаз объясняется

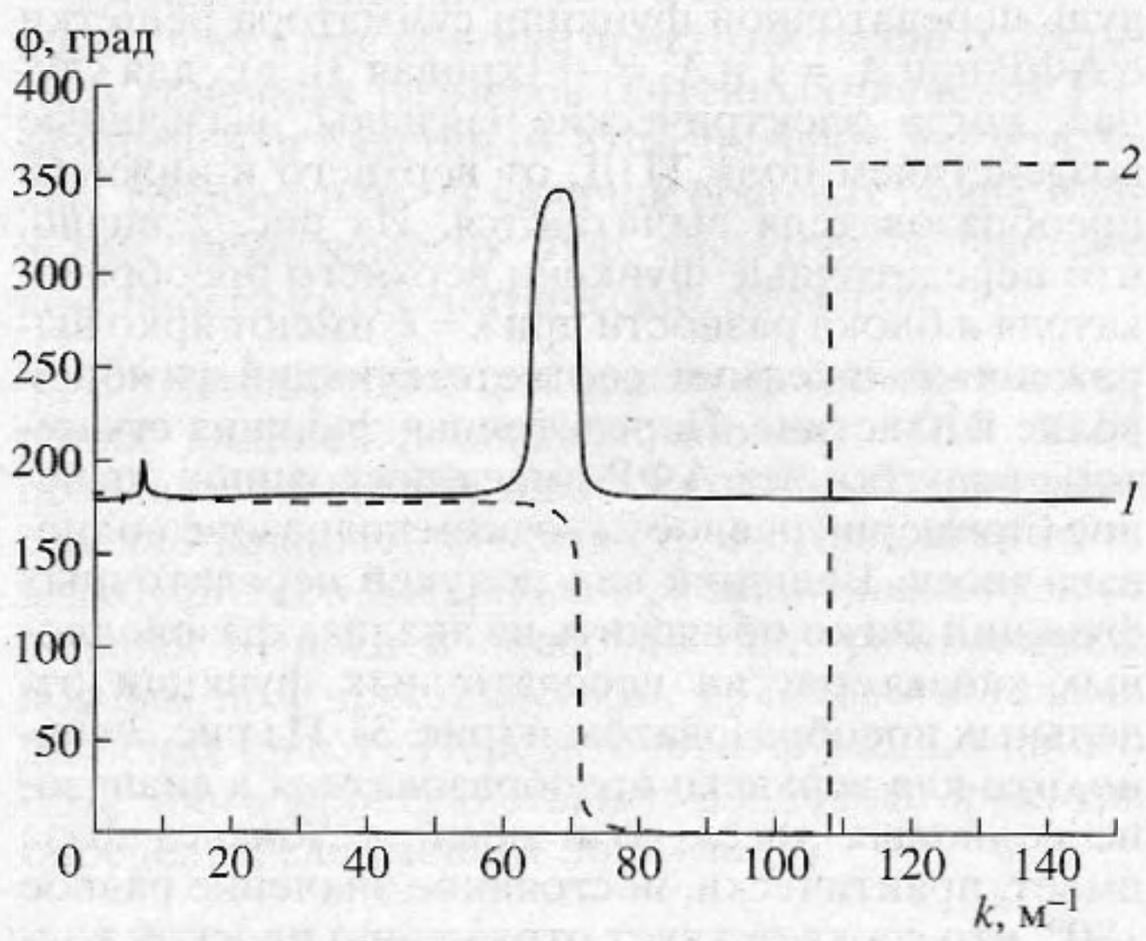

Рис. 3. Фаза передаточных функций: *1* – верхний преобразователь; *2* – нижний преобразователь.

тем обстоятельством, что при больших волновых числах слой вязкоупругого материала подобен абсолютно твердому телу (коэффициент отражения $V_0 \sim 1$), а верхний и нижний преобразователи находятся на различного типа границах раздела вязкоупругих сред: вода–пластина (твердая граница) и пластина–вода (мягкая граница). Квадрат модуля передаточных функций, изображенных на рис. 2, можно, с достаточной степенью точности, аппроксимировать выражениями:

$$|Q_0(k, \omega)|^2 = \begin{cases} 1, & 0 < k < k_i - \Delta/2, \\ A, & \text{при } k_i - \Delta/2 < k < k_i + \Delta/2, \\ 4, & k > k_i + \Delta/2, \end{cases}$$

$$|Q_-(k, \omega)|^2 = \begin{cases} 0, & 0 < k < k_i - \Delta/2, \\ B, & \text{при } k_i - \Delta/2 < k < k_i + \Delta/2, \\ 4, & k > k_i + \Delta/2, \end{cases} \quad (5)$$

$$|Q_+(k, \omega)|^2 = 4, \text{ при } k > 0,$$

где $Q_0(k, \omega)$ – передаточная функция верхнего преобразователя; $Q_-(k, \omega)$ – передаточная функция блока разности; $Q_+(k, \omega)$ – передаточная функция сумматора. Константы A и B зависят от вязкоупругих параметров пластины и рассчитываются из условия равенства площадей под кривыми квадрата модуля передаточных функций, описывае-

мыми точными (1)–(3) и приближенными (5) формулами, в области изгибной волны в пределах диапазона волновых чисел Δ. Такая аппроксимация вполне допустима, так как резонансные максимумы передаточных функций имеют достаточно малую ширину (в пределах которой можно считать ЧВС ТПД постоянным) и большую амплитуду. На рис. 4 показаны передаточные функции, построенные по выражению (5). На рисунке отчетливо можно выделить три области волновых чисел: I – область звукопрозрачности (когда фазы электрических сигналов на выходе верхнего и нижнего преобразователя совпадают); II – область изгибной волны (или область пространственного резонанса); III – область зеркального отражения (когда коэффициент отражения $V_0 \sim 1$). Спектр мощности ТПД на выходе отдельных преобразователей (или системы преобразователей) можно определить по выражению [16]:

$$P(\omega) = \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} E(\mathbf{k}, \omega)|Q(\mathbf{k}, \omega)|^2 d\mathbf{k}, \qquad (6)$$

где $E(\mathbf{k}, \omega)$ – двумерный частотно-волновой спектр ТПД. Найдем значение интеграла (6) для отдельного преобразователя, сумматора решетки и блока разности с использованием аппроксимированных передаточных функций (5). Учитывая свойство осевой симметрии передаточной функции, вычисление интеграла произведем в полярной системе координат (k, φ). Из (5) нетрудно видеть, что вычисление каждого из интегралов (6) (для верхнего преобразователя $P_0(\omega)$, для сумматора $P_+(\omega)$ и для блока разности $P_-(\omega)$) распадается на вычисление трех интегралов: S_1 – в области звукопрозрачности, S_2 – в области пространственного резонанса и S_3 – в области зеркального отражения, т.е.

$$P_0(\omega) = S_1^0 + S_2^0 + S_3^0, \; P_+(\omega) = S_1^+ + S_2^+ + S_3^+, \qquad (7)$$
$$P_-(\omega) = S_1^- + S_2^- + S_3^-.$$

Если учесть, что значения ЧВС ТПД в пределах резонансного максимума передаточной функции не изменяются вдоль координаты k (так как максимум узкий), то получим (см. рис. 4):

$$S_1^+ = 4S_1^0, \; S_1^- = 0, \; S_2^0 = AE_{\text{int}}(k_i, \omega)k_i\Delta,$$
$$S_2^+ = 4E_{\text{int}}(k_i, \omega)k_i\Delta, \; S_2^- = BE_{\text{int}}(k_i, \omega)k_i\Delta, \qquad (8)$$
$$S_3^0 = S_3^+ = S_3^-,$$

где $E_{\text{int}}(k_i, \omega) = \int_0^{2\pi} E(k_i, \varphi, \omega)d\varphi$ – интегральное (по всем направлениям) значение ЧВС ТПД в области волнового числа k_i. Выполняя арифметические операции над спектрами мощности на выходе верхнего преобразователя, блока разности и сумматора решетки, найдем выражение для определения интегральных уровней ЧВС ТПД в районе волнового числа изгибной волны в пластине:

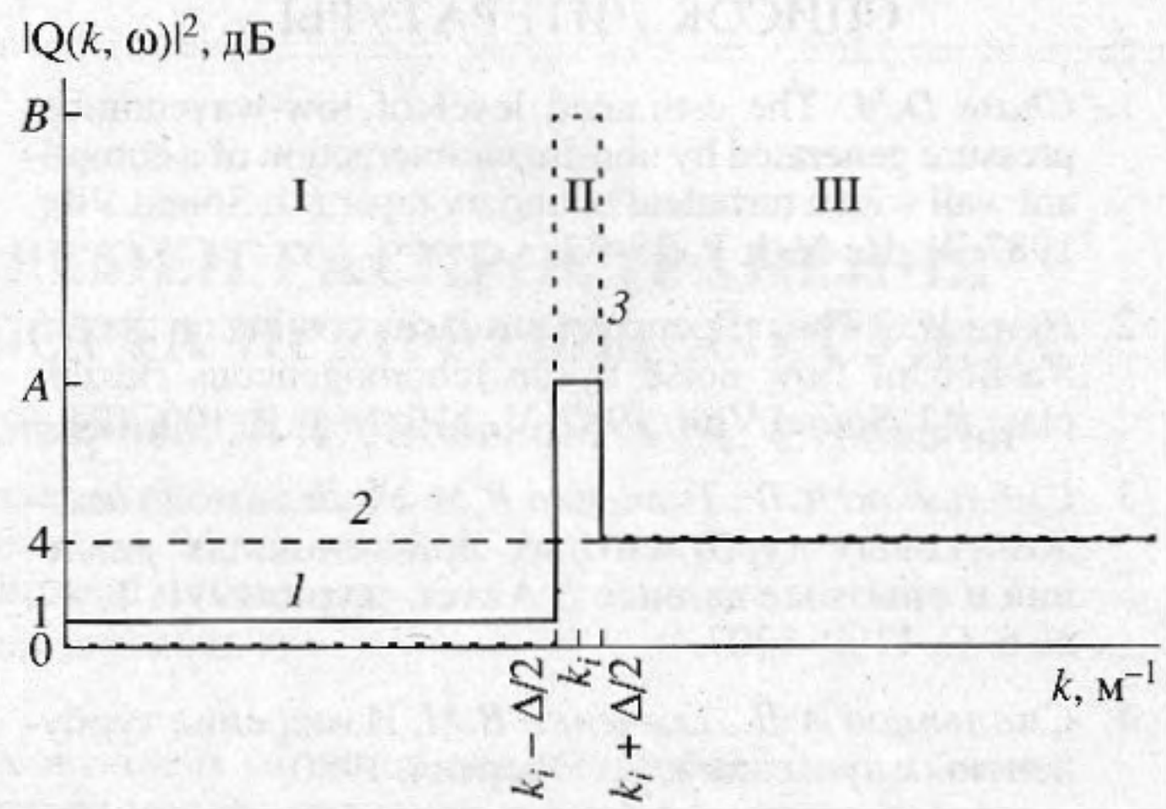

Рис. 4. Квадрат модуля аппроксимированных передаточных функций: *1* – верхний преобразователь; *2* – сумматор решетки; *3* – блок разности.

$$E_{\text{int}}(k_i, \omega) = \frac{P_+(\omega) + 3P_-(\omega) - 4P_0(\omega)}{(3B - 4A + 4)k_i\Delta}. \qquad (9)$$

Расчеты по выражению (9) дают интегральные значения уровней ЧВС ТПД для всех значений углов φ, так как при обтекании пластины турбулентным потоком в ней возбуждаются изгибные волны, бегущие по всем направлениям. Для того, чтобы определить уровни ЧВС ТПД в заданном направлении можно использовать в измерениях не два точечных преобразователя давления, а две дискретные линейные решетки с АФР, позволяющим выделить изгибную волну в пластине. Следует отметить, что на определение уровней ЧВС при измерениях с помощью предложенного объемного пространственно-волнового фильтра не влияют посторонние акустические шумы, так как хотя они и дают различный вклад в измеренные спектры мощности $P_0(\omega)$, $P_+(\omega)$ и $P_-(\omega)$, но при вычислении по выражению (9) их значения будут компенсироваться.

Таким образом, в данной работе для измерения длинноволновых компонент частотно-волнового спектра турбулентных пульсаций давления предложено использовать объемный пространственно-волновой фильтр, состоящий из слоя вязкоупругого материала и преобразователей давления. Показано, что, измеряя только спектры мощности турбулентных пульсаций давления на выходе отдельного преобразователя, блока разности и сумматора решетки, а также используя элементарные арифметические действия над этими спектрами, можно рассчитать уровни частотно-волнового спектра в области резонансной волны в слое, т.е. в области малых волновых чисел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chase D.M.* The estimated level of low-wavenumber pressure generated by non-linear interaction of a compliant wall with a turbulent boundary layer // J. Sound Vibr. 1987. V. 16. № 1. P. 25–32.
2. *Howe M.S.* The influence of an elastic coating on the diffraction of flow noise by an inhomogeneous flexible plate // J. Sound Vibr. 1987. V. 116. № 1. P. 109–124.
3. *Смольяков А.В., Ткаченко В.М.* Модели поля псевдозвуковых турбулентных пристеночных давлений и опытные данные // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 6. С. 1199–1207.
4. *Смольяков А.В., Ткаченко В.М.* Измерение турбулентных пульсаций. Л.: Энергия, 1980.
5. *Maidanik G., Jorgensen D.W.* Boundary wave-vector filters for the study of the pressure field in a turbulent boundary layer // J. Acoust. Soc. Amer. 1967. V. 42. № 2. P. 494–501.
6. *Jameson P.W.* Measurement of low-wave number component of turbulent boundary layer pressure spectral density // Proc. 4th Symp. Turbulence in Liguids. University of Missouri-Rolla, September, 1975.
7. *Martin N.C., Leehey P.* Low wavenumber wall pressure measurements using a rectangular membrane as a spatial filter // J. Sound Vibr. 1977. V. 52. № 1. P. 95–120.
8. *Blake W.R.* Mechanics of flow-indused sound and vibration. V. 2. Complex flow-structure interaction. Orlando: USA, Acad. Press. Inc., 1986. P. 427–974.
9. *Булатов И.Г.* Пространственно-волновая фильтрация поля турбулентных пульсаций давления объемной системой преобразователей // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 1. С. 38–41.
10. *Вишневский А.В., Романов В.Н.* Пространственно-волновые фильтрующие свойства многослойных сред // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 6. С. 1117–1118.
11. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957.
12. *Шендеров Е.Л.* Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
13. *Chonan S., Kugo Y.* Acoustic characteristics and the design of two-layered soundproof plates // J. Sound Vibr. 1989. V. 129. № 3. P. 501–511.
14. *Baird G.E., Thomas P.D., Sang G.* The propagation of elastic waves through a layered poroelastic medium // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 99. № 6. P. 3385–3392.
15. *Булатов И.Г.* Воздействие турбулентных пульсаций давления на приемники звука, находящиеся в вязкоупругих средах // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 5. С. 607–612.
16. *Ko S.H., Schloemer H.H.* Calculations of turbulent boundary layer pressure fluctuations transmitted into viscoelastic layer // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 85. № 4. P. 1469–1477.

Three-Dimensional Wavevector Filter for Measuring the Wavevector-Frequency Spectrum of Turbulent Pressure Fluctuations at Low Wave Numbers

I. G. Bulatov and V. N. Romanov

Measurements using a system of transducers positioned at the opposite surfaces of a viscoelastic layer are proposed as a method of the determination of the wavevector-frequency spectrum of turbulent pressure fluctuations at low wave numbers. It is shown that, from the measurements of the power spectra of turbulent pressure fluctuations by a single transducer and a system of transducers with different phase distributions, one can determine the levels of the wavevector-frequency spectrum in the region of the wave number corresponding to the resonance wave in the viscoelastic layer.