АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1999, том 45, № 4, с. 512–518

УДК 534.833:534.28

ГАШЕНИЕ ШУМА В КРУГЛОМ ВОЛНОВОДЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ С ФЛАНЦЕМ

© 1999 г. В. П. Иванов

Научный центр нелинейной волновой механики и технологий РАН
117334 Москва, ул. Бардина, 4
E-mail: vlad08@orc.ru

Поступила в редакцию 19.06.98 г.

Исследованы особенности процесса гашения шума в конечном волноводе, излучающем в полупространство, пассивным и активным способами.

Проблеме гашения шума в бесконечном или полубесконечном волноводе с помощью отражающих или поглощающих звук устройств и методом активного гашения посвящены работы [1–10]. В настоящей заметке исследуются особенности процесса гашения шума в излучающем в полупространство волноводе конечной длины, причем, в отличие от работы [7], задача ставится для потенциала скорости.

1. ГАШЕНИЕ ШУМА ПУТЕМ ОТРАЖЕНИЯ В СТОРОНУ ИСТОЧНИКА

Вначале рассмотрим задачу гашения звука в волноводе конечной длины путем отражения звука в сторону источника горловиной резонатора Гельмгольца, пристыкованного к волноводу. Пусть к полупространству $z<0$, ограниченному абсолютно жесткой плоскостью с отверстием радиуса r_0, пристыкован круглый волновод $D_1 = \{(r, \varphi, z)$: $0 \le r \le r_0, 0 \le \varphi \le 2\pi, 0 < z < L\}$. Такое устройство будем называть волноводом конечной длины с фланцем. К волноводу подсоединен полый цилиндр $D_2 = \{(r, \varphi, z)$: $r_0 < r < r_2, 0 \le \varphi \le 2\pi, l_0 < z < l_2, l_2 < L\}$. Внутренний объем волновода связан с внутренним объемом полого цилиндра щелью $A = \{(r, \varphi, z)$: $r = r_0, 0 \le \varphi \le 2\pi, l_0 + l_1 < z < l_0 + l_1 + \delta, l_1 < l_2 - l_0\}$, где (r, φ, z) – цилиндрические координаты точки наблюдения в системе координат, связанной с осью цилиндра и началом в центре выходного сечения волновода. На торце волновода при $z = L$ расположен поршень, совершающий колебания с амплитудой B_0 и частотой ω. Требуется по заданной частоте ω, амплитуде B_0 и геометрическим размерам волновода определить волновые размеры резонатора так, чтобы поле излучения из волновода D_1 в полупространство D_0 при $z < 0$, было минимальным по модулю на фиксированном расстоянии по оси z.

Потенциал скорости звукового поля U внутри волновода, резонатора и в полупространстве D_0 удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца

$$(\Delta + k^2)U = 0, \quad \partial/\partial t = -i\omega, \quad k = \omega/c, \qquad (1)$$

c – скорость звука в среде.

Граница области определения потенциала, исключая торец волновода, абсолютно жесткая, в окрестности острых кромок выполняется условие Майкснера, на бесконечности – условие погашаемости, на торце цилиндра при $z = L$:

$$\partial U/\partial n = -i\omega B_0. \qquad (2)$$

Обозначим через U_1 поле U внутри цилиндра D_1, через U_2 – поле U внутри полого цилиндра D_2 и сохраним обозначение для поля U в полупространстве D_0. На щели A должно выполняться условие сшивания:

$$\partial U_1/\partial r|_{r=r_0} = \partial U_2/\partial r|_{r=r_0}, \quad U_1|_{r=r_0} = U_2|_{r=r_0}. \qquad (3)$$

В выходном сечении волновода при $z = 0$ выполняется условие сшивания вида

$$\partial U/\partial z|_{z=0} = \partial U_1/\partial z|_{z=0}, \quad U|_{z=0} = U_1|_{z=0}. \qquad (4)$$

Пусть G_0, G_1 и G_2 – функции Грина для полупространства D_0 при $z < 0$ и цилиндров D_1 и D_2 с абсолютно жесткими стенками без отверстий. Вос-

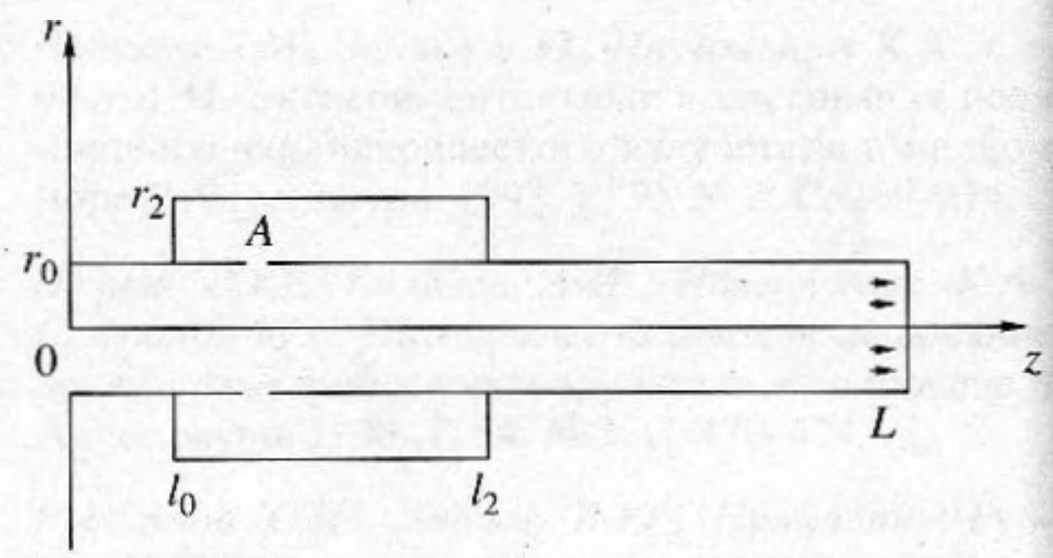

Рис. 1. Схема гашения путем отражения звука от горловины резонатора.

пользовавшись формулами Грина–Остроградского, получим следующие представления для полей U, U_1 и U_2 в областях D_2, D_1 и D_0:

$$U_1 = -\int_A G_1 \partial U_1/\partial r ds + $$
$$+ i\omega B_0 \int_{\Gamma_L} G_1 ds + \int_{\Gamma_0} G_1 \partial U_1/\partial z ds, \qquad (5)$$
$$U_2 = \int_A G_2 \partial U_2/\partial r ds, \quad U = -\int_{\Gamma_0} G_0 \partial U/\partial z ds,$$

где Γ_0 – выходное сечение цилиндра D_1, Γ_L – торец цилиндра D_1. Обозначая через $\mu = \partial U/\partial z$ при $z = 0$, $\mu_1 = \partial U/\partial r$ при $r = r_0$ и пользуясь условиями сшивания (3), (4), получим систему интегральных уравнений для определения нормальных скоростей μ и μ_1

$$\int_{\Gamma_0} \mu[G_0 + G_1] ds - \int_{\Gamma_1} \mu_1 G_1 ds = -i\omega B_0 \int_{\Gamma_L} G_1 ds,$$
$$\int_A \mu_1 (G_1 + G_2) ds - \int_{\Gamma_0} \mu G_1 ds = i\omega B_0 \int_{\Gamma_L} G_1 ds. \qquad (6)$$

Если функции μ и μ_1 найдены, то поле излучения из открытого конца волновода вычисляется по формулам (5). В силу симметрии задачи $\mu(r, \varphi, 0) = \mu(r)$, $\mu_1(r_0, \varphi, z) = \mu_1(z)$.

Физическая теория резонаторов Гельмгольца накладывает ограничение на волновой размер горловины резонатора и отношение размера горловины к характерному размеру объема D_2, а именно, нужно потребовать, чтобы $\delta/(l_2 - l_0) \ll 1$ и $k\delta \ll 1$. Далее будем искать асимптотическое решение системы (6) по этим малым параметрам.

Используя условия Майкснера, нормальные скорости μ и μ_1 можно представить в виде:

$$\mu(r) = \frac{\nu(\eta)}{(1-\eta^2)^{1/3}}, \quad \mu_1(z) = \frac{\nu_1(\zeta)}{(1-\zeta^2)^{1/2}}, \qquad (7)$$

где $z - l_0 - l_1 = \delta\zeta$, $z_1 - l_0 - l_1 = \delta\zeta_1$, $r_1 = r_0\eta_1$, $r = r_0\eta$, z, z_1 – координаты точек интегрирования и наблюдения на щели A, r, r_1 – радиальные координаты точек интегрирования и наблюдения в выходном сечении волновода, $\nu(\eta)$ и $\nu_1(\zeta)$ – ограниченные непрерывные функции. Функция G_0 в области $z < 0$ строится методом отражения точечного источника от жесткого бесконечного экрана без отверстия, функции G_1 и G_2 – методом разделения переменных.

Система уравнений (6) решается следующим образом. Из второго уравнения системы (6) получаем выражение, определяющее главный член асимптотики $\nu_1^0 = \text{const}$ приведенной нормальной скорости на щели A через приведенную нормальную скорость ν в выходном сечении. Это соотношение подставляется в первое уравнение системы (6). В результате получим интегральное уравнение для определения нормальной скорости $\nu(\eta)$ в выходном сечении волновода вида:

$$\int_0^1 \frac{\nu(\eta_1)}{(1-\eta_1^2)^{1/3}} \left[\int_0^{2\pi} \frac{r_0 e^{ikr_0R_1}}{2\pi R_1} d\varphi_1 + \right.$$
$$\left. + 2\sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_0(\mu_{0m}\eta) J_0(\mu_{0m}\eta_1) \operatorname{ch}\gamma_{0m}L}{J_0^2(\mu_{0m})\gamma_{0m}\operatorname{sh}(\gamma_{0m}L)} \right] \eta_1 d\eta_1 -$$
$$- \frac{4}{H_1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_0(\mu_{0m}\eta_1)}{J_0(\mu_{0m})} \frac{\operatorname{ch}\gamma_{0m}(L - l_0 - l_1)}{\gamma_{0m}\operatorname{sh}\gamma_{0m}l} \times$$
$$\times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_0(\mu_{0m}\eta)}{J_0(\mu_{0m})} \frac{\operatorname{ch}\gamma_{0m}(L - l_0 - l_1)}{\gamma_{0m}\operatorname{sh}\gamma_{0m}l} \Bigg] \eta_1 d\eta_1 = \qquad (8)$$
$$= \frac{i\omega B_0}{kr_0 \sin kL} \left[1 - \frac{2\cos k(l_0 - l_1)}{H_1} \times \right.$$
$$\left. \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_0(\mu_{0m}\eta)}{J_0(\mu_{0m})} \frac{\operatorname{ch}\gamma_{0m}(L - l_0 - l_1)}{\gamma_{0m}\operatorname{sh}\gamma_{0m}l} \right],$$

где $\gamma_{0m} = ((\mu_{0m}/r_0)^2 - k^2)^{1/2}$, $m = 0, 1, \ldots$, μ_{0m} – корни уравнения $J_1(\mu) = 0$, R_1 – расстояние между точками наблюдения и интегрирования на Γ_0,

$$H_1 = \frac{1}{kLJ_1(kr_0)} + \frac{R_0(r_0, r_2)}{k(l_2 - l_0)} + \frac{1}{\pi}\ln\frac{\delta}{L} +$$
$$+ \frac{1}{\pi}\ln\frac{\delta}{l_2 - l_0} + \frac{1}{\pi}\ln\left|\sin\frac{\pi(l_1 + l_0)}{l_2 - l_0}\right| +$$
$$+ \frac{1}{\pi}\ln\left|\sin\frac{\pi(l_1 + l_0)}{L}\right| + 2f_{11} + 2f_{12},$$

$$f_{11} = \sum_{m=1}^{\infty} \cos^2\frac{\pi m(l_0 + l_1)}{L} \left(\frac{1}{\beta_m L} \frac{J_0(\beta_m r_0)}{J_1(\beta_m r_0)} + \frac{1}{\pi m} \right),$$
$$\beta_m = (k^2 - (\pi m/L)^2)^{1/2},$$
$$f_{12} = \sum_{m=1}^{\infty} \cos^2\frac{\pi m(l_0 + l_1)}{l_2 - l_0} \left(\frac{R_m(r_0, r_2)}{\gamma_m(l_2 - l_0)} + \frac{1}{\pi m} \right),$$
$$\gamma_m = (k^2 - [\pi m/(l_2 - l_0)]^2)^{1/2},$$
$$R_m(r_0, r_2) =$$
$$= \frac{J_1(\gamma_{0m}r_2)N_0(\gamma_{0m}r_0) - J_0(\gamma_{0m}r_0)N_1(\gamma_{0m}r_2)}{J_1(\gamma_{0m}r_0)N_1(\gamma_{0m}r_2) - J_1(\gamma_{0m}r_2)N_1(\gamma_{0m}r_0)},$$
$$m = 0, 1, 2, \ldots,$$

Таблица 1

	$\frac{l_2-l_0}{L}$ \ kr_0	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3
$\frac{r_0}{L} = 0.1$	0.1	1.11	0.553	0.486	0.483	0.493
	0.3	2.097	0.413	0.300	0.299	0.323

	$\frac{l_2-l_0}{L}$ \ kr_0	0.01	0.05	0.1
$\frac{r_0}{L} = 0.5$	0.1	0.848	0.370	0.328
	0.3	1.895	0.165	0.122

$J_0(x)$, $J_1(x)$ – функции Бесселя, $N_0(x)$, $N_1(x)$ – функции Неймана. Основную проблему в задачах гашения шума составляет гашение его низкочастотной составляющей, поэтому будем считать далее, что $kL < \pi$, $kr_0 \le 0.3$. Первое слагаемое ядра уравнения (8) комплекснозначно и учитывает влияние отражения от открытого конца волновода и потерь на излучение на формирование скорости $\nu(\eta)$. Второе и третье слагаемые вещественны. Они учитывают влияние геометрии волновода и резонатора на формирование скорости $\nu(\eta)$. Положим

$$\nu(\eta) = \sum_{n=0}^{N} \nu_n (1-\eta_1^2)^n.$$

Методом Галеркина разложения по набору функций $J_0(\mu_{0m}\eta)$ уравнение (8) сводится к алгебраической системе уравнений для определения амплитуд ν_n. Известно, что первое слагаемое ядра уравнения (8) не имеет удобного аналитического представления и может быть вычислено только численно. Чтобы прояснить особенности процесса гашения, ограничимся менее точным, но более простым решением задачи в нулевом приближении, когда $\nu(\eta) = \nu_0$. Результаты вычислений дают следующие значения ν_0 как функции параметра kr_0:

$$\nu_0(kr_0) = b_0/a_{00}(kr_0), \tag{9}$$

$$a_{00}(0.01) = 0.004i + 0.002 + h,$$

$$a_{00}(0.05) = 0.019i + 0.009 + h,$$

$$a_{00}(0.1) = 0.037i + 0.022 + h,$$

$$a_{00}(0.2) = 0.075i + 0.062 + h,$$

$$a_{00}(0.3) = 0.112i + 0.110 + h,$$

$$b_0 = \frac{i\omega B_0}{2kr_0 \sin kL} \times$$

$$\times \left[1 + \frac{2\cos k(l_0+l_1)}{H_1} \frac{\cos k(L-l_0-l_1)}{kr_0 \sin kL}\right],$$

$$h = -0.375\left[\frac{\cos kL}{kr_0 \sin kL} + \frac{2}{H_1}\frac{\cos^2 k(L-l_0-l_1)}{(kr_0)^2 \sin^2 kL}\right].$$

Для реализации задачи гашения необходимо выбрать параметры резонатора так, чтобы амплитуда ν_0 обратилась в ноль. Амплитуда ν_0 обращается в ноль, когда выполняется соотношение:

$$1 + \frac{2\cos k(l_0+l_1)}{H_1}\frac{\cos k(L-l_0-l_1)}{kr_0 \sin kL} = 0. \tag{10}$$

Поскольку H_1 зависит от параметра kr_2, соотношение (10) есть нелинейное уравнение для вычисления значения kr_2^*, которое реализует задачу гашения. Очевидно, что решение задачи гашения не существует, когда $kL = \pi$, что отвечает резонансу продольных колебаний в волноводе и $H_1(kr_{2*}) = 0$, что отвечает резонансу поперечных колебаний системы волновод–резонатор. В табл. 1 приведены резонансные значения kr_{2*} системы волновод–резонатор в зависимости от волнового размера волновода, отношения радиуса волновода к его длине и отношения длины резонатора r_0 к длине волновода L.

Рассмотрим варианты соотношений параметров, когда можно реализовать задачу гашения. Если $H_1 > 0$ (дорезонансный режим), то для разрешимости уравнения (10) необходимо, чтобы:

для короткого резонатора –

$$k(l_0+l_1) < \pi/2, \quad k(L-l_0-l_1) > \pi/2,$$

для длинного резонатора –

$$k(l_0+l_1) > \pi/2, \quad k(L-l_0-l_1) < \pi/2. \tag{11}$$

Если $H_1 < 0$ (зарезонансный режим), то

для короткого резонатора –

$$k(L-l_0-l_1) < \pi/2,$$

для длинного резонатора –

$$k(L-l_0-l_1) > \pi/2. \tag{12}$$

Соотношения (11), (12) показывают, что решение задачи гашения существует при определенном соотношении длины резонатора к длине волновода и определенном расположении горловины относительно выходного сечения. Поскольку исследуется случай $kL < \pi$, то для длинного резонатора в случае $H_1 < 0$ решение задачи гашения не существует. Для анализа других возможностей реализа-

ции процесса гашения перепишем уравнение (10) с учетом явного вида H_1:

$$\frac{1}{kL}\frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} + \frac{R_0(r_0, r_2)}{k(l_2 - l_0)} + \frac{1}{\pi}\ln\frac{\delta}{L} + \\ + \frac{1}{\pi}\ln\frac{\delta}{l_2 - l_0} + \frac{1}{\pi}\ln\left|\sin\frac{\pi(l_1 + l_0)}{l_2 - l_0}\right| + \\ + \frac{1}{\pi}\ln\left|\sin\frac{\pi(l_1 + l_0)}{L}\right| + 2f_{11} + 2f_{12} = \\ = -\frac{2\cos k(l_0 + l_1)\cos k(L - l_0 - l_1)}{kr_0 \sin kL}. \tag{13}$$

Из соотношения (13) следует, что решение задачи гашения не существует, когда kr_0 стремится к нулю функции $J_1(x)$, что отвечает резонансу поперечных колебаний волновода, и когда kr_2 стремится к резонансному значению поперечных колебаний закрытого полого резонатора. Если $kr_0 \ll 1$ и kr_2 не мало и лежит вне резонанса поперечных колебаний резонатора, то решение задачи гашения не зависит от характера колебаний в резонаторе и величины kr_0, а реализуется при следующем соотношении параметров волновода и резонатора:

$$\frac{\sin kL}{kL} = -\cos k(l_0 + l_1)\cos k(L - l_0 - l_1).$$

Пусть kr_0 не слишком мало и его значение отлично от величины резонанса поперечных колебаний круглого волновода. Если kr_2 произвольно, то H_1 велико по модулю из-за наличия больших значений логарифмов $\ln\delta/L$ и $\ln\delta/(l_2 - l_0)$ при $\delta/(l_2 - l_0) \ll 1$. Тогда амплитуда ν_0 по порядку равна выражению $\nu_0 = i\omega B_0/(kr_0 a_{00}\sin kL)$, и поле излучения из горловины не мало.

Рассмотрим случай, когда в резонаторе могут возникать поперечные колебания типа сосредоточенной упругости, т.е. случай, когда $kr_2^* = kr_0 + \varepsilon$, $kr_0 > \varepsilon > 0$, и ε достаточно мало. Преобразуем член $R_0(r_0, r_2)$, воспользовавшись теоремой сложения для цилиндрических функций и значением их Вронскиана. В результате получим приближенное решение уравнения (13) для параметра ε:

$$\varepsilon = 4/\{k(l_2 - l_0)H_2 \times \\ \times [2 + \pi kr_0(J_2(kr_0)N_1(kr_0) - J_1(kr_0)N_2(kr_0))]\},$$

$$H_2 = R_0(r_0, r_2)/k(l_2 - l_0) - H_1,$$

$J_1(x)$, $J_2(x)$, $N_1(x)$, $N_2(x)$ – функции Бесселя и Неймана. В табл. 2 приведены значения параметра kr_2^*, реализующего задачу гашения для случая, когда ε не мало. Пусть $kr_2^* \le 3.8$,

$$\delta/(l_2 - l_0) = 0.001, \quad (l_0 + l_1)/L = 0.3,$$
$$l_1/(l_2 - l_0) = 0.5, \quad (l_2 - l_0)/L = 0.3.$$

Таблица 2

$kr_0 = 0.01$	kL	1.40	1.55	1.70	1.85	2.0	2.15	2.20
	kr_2^*	3.48	2.45	1.67	0.96	0.34	0.06	0.05
$kr_0 = 0.05$	kL	0.90	1.10	1.30	1.50	1.70	1.90	
	kr_2^*	2.84	1.19	0.21	0.10	0.09	0.08	
$kr_0 = 0.1$	kL	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	1.90
	kr_2^*	2.55	1.07	0.20	0.15	0.13	0.13	0.13
$kr_0 = 0.2$	kL	0.70	1.00	1.30	1.60	1.90	2.20	2.40
	kr_2^*	2.68	1.55	0.38	0.25	0.23	0.23	0.23
$kr_0 = 0.3$	kL	0.60	1.00	1.40	1.80	2.20	2.60	2.70
	kr_2^*	2.39	1.20	0.64	0.37	0.33	0.33	0.33

Расчеты показывают, что процесс гашения реализуется только в определенном диапазоне изменения параметра kL. Например, при $kr_0 = 0.01$ параметр kL должен изменяться в диапазоне $1.4 \le kL \le 2.2$. Вне этого интервала значение kr_2^* не существует при условии, что

$$kr_0 < kr_2 < 3.8.$$

Точность нулевого приближения приведенной нормальной скорости $\nu(\eta)$ определялась по первому приближению решения системы алгебраических уравнений, когда $\nu(\eta) = \nu_0 + \nu_1(1 - \eta^2)$ при $\eta = 0$. В режиме гашения, когда $b_0 = 0$, первое приближение по порядку равно $i\omega B_0 10^{-6}$, поэтому точность решения задачи гашения определяется точностью главного члена асимптотики решения интегральных уравнений, которая равна $\varepsilon_1 = \max(\delta/(l_2 - l_0), k\delta)$. Поскольку в режиме гашения $\nu_0 = 0$, то приведенная нормальная скорость задается выражением:

$$\nu = \frac{i\omega B_0}{kr_0 \sin kL}\frac{1}{H_1 kr_0 \sin kL}\varepsilon_1/a_{00}. \tag{14}$$

Оценим поле излучения из открытого конца волновода, которое определяется по третьему соотношению из (5):

$$U = -ikr_0\nu\sum_{n=0}^{\infty}(4n+1)\frac{(-1)^n\Gamma(n+1/2)}{\pi^{1/2}\Gamma(n+1)} \times \\ \times P_{2n}(\cos\theta)h_n^{(1)}(k\rho) \times \\ \times \sum_{m=0}^{\infty}\frac{\pi^{1/2}}{4}\frac{(-1)^m}{m!\Gamma(n+m+3/2)} \times \\ \times \frac{1}{2^{n+m}}\frac{\Gamma\left(\frac{n+m+2}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+m+2}{2} + \frac{2}{3}\right)}. \tag{15}$$

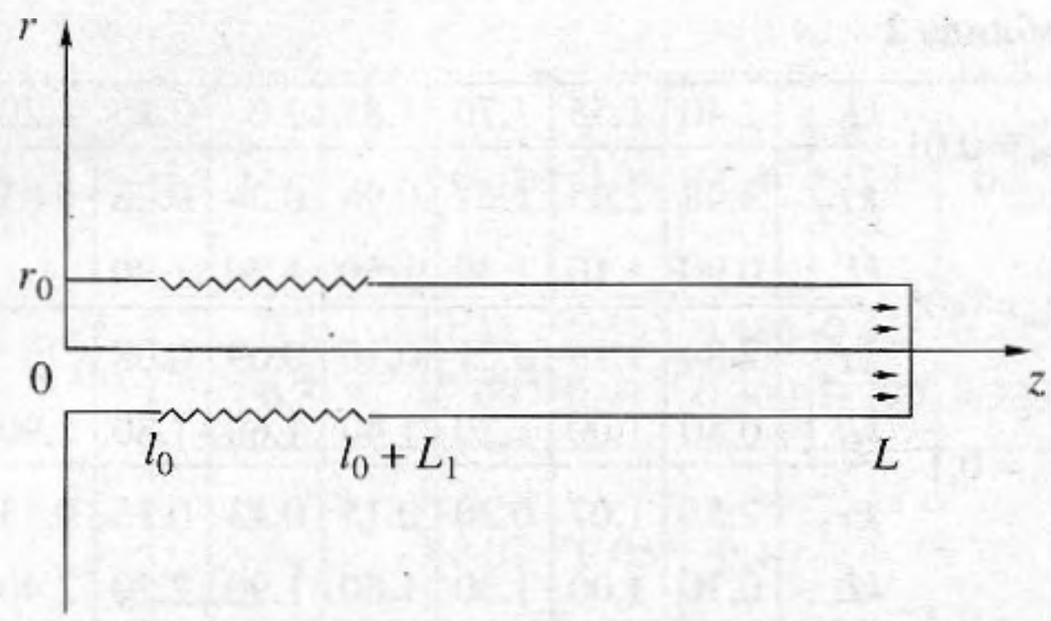

Рис. 2. Схема гашения звука активным способом.

Здесь (ρ, θ, φ) – сферические координаты с началом в центре выходного сечения волновода, $P_n(x)$ – полиномы Лежандра, $h_n^{(1)}(x)$ – сферическая функция Ханкеля, Γ(x) – гамма-функция.

2. ГАШЕНИЕ ШУМА АКТИВНЫМ СПОСОБОМ

Рассмотрим простейшую схему гашения шума в волноводе активным способом, когда параметры источника шума известны заранее. Пусть, как и в разделе 1, к полупространству D_0 пристыкован волновод D_1. На торце волновода при $z = L$ расположен поршень, колеблющийся с частотой ω и амплитудой смещения B_0. На боковой поверхности волновода $A = \{(r, \varphi, z): r = r_0, 0 \le \varphi \le 2\pi, l_0 \le z \le l_0 + L_1\}$ установлен вспомогательный излучатель, поле излучения которого задается распределением нормальной скорости $V_n = V_0$. По известным ω, B_0 и геометрии волновода требуется определить расположение поверхности A и комплексную амплитуду V_0 нормальной скорости вспомогательного излучателя так, чтобы поле излучения из открытого конца волновода было минимальным по модулю на фиксированном расстоянии от открытого конца волновода. Потенциал скорости U в полупространстве D_0 и внутри волновода удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца

$$(\Delta + k^2)U = 0. \tag{16}$$

На границе области определения потенциала скорости звукового поля, исключая острые кромки, торец и поверхность A, выполняется условие $\partial U/\partial n = 0$, в окрестности острых кромок – условие Майкснера, на бесконечности – условие погашаемости. На торце цилиндра при $z = L$ задано неоднородное условие

$$\partial U/\partial z|_{z=L} = i\omega B_0, \tag{17}$$

на поверхности A выполняется неоднородное условие:

$$\partial U/\partial r|_{r=r_0} = -V_0.$$

Обозначим поле U внутри волновода через U_1 и сохраним за потенциалом U прежнее обозначение в полупространстве D_0. Потребуем, чтобы на открытом конце волновода выполнялись условия сшивания:

$$U|_{z=0} = U_1|_{z=0},$$
$$\partial U/\partial z|_{z=0} = \partial U_1/\partial z|_{z=0}. \tag{18}$$

Пусть G_0 и G_1 – функции Грина полупространства и внутреннего объема цилиндра с абсолютно жесткими стенками соответственно. Воспользовавшись формулами Грина–Остроградского, получим следующие представления для потенциалов U и U_1:

$$U = -\int_{\Gamma_0} G_0 \partial U/\partial z ds,$$
$$U_1 = -i\omega B_0 \int_{\Gamma_L} G_1 ds + \int_{\Gamma_0} G_1 \partial U/\partial z + V_0 \int_A G_1 ds, \tag{19}$$

где Γ_0 – выходное сечение, Γ_L – торцевое сечение волновода D_1. Обозначим через $\mu = \partial U/\partial z = \partial U_1/\partial z$ при $z = 0$. Из условий (18) с учетом представлений (19) получим интегральное уравнение для вычисления нормальной скорости μ:

$$\int_{\Gamma_0} \mu(G_0 + G_1) ds = i\omega B_0 \int_{\Gamma_L} G_1 ds - V_0 \int_A G_1 ds. \tag{20}$$

В силу симметрии задачи $\mu(r, z = 0, \varphi) = \mu(r)$. Вычислим правую часть уравнения (20)

$$i\omega B_0 \int_{\Gamma_0} G_1 ds = i\omega B_0/(k \sin kL) - V_0 \int_A G_1 ds =$$
$$= -V_0 r_0 \left[-\frac{\sin k(L - l_0) - \sin k(L - l_0 - L_1)}{(kr_0)^2 \sin kL} + \right. \tag{21}$$
$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_{0m} r/r_0)}{J_0(\mu_{0m})} \frac{\operatorname{sh}\gamma_{0m}(L - l_0) - \operatorname{sh}\gamma_{0m}(L - l_0 - L_1)}{(\gamma_{0m} r_0)^2 \operatorname{sh}\gamma_{0m} L},$$

где $J_0(x)$ и γ_{0m} определены в (8). Результаты вычислений показывают, что если $L/r_0 \ge 10.0$, $(L - l_0 - L_1)/r_0 \le 7.0$, $0.45 \ge L_1/r_0 \ge 0.05$, $kr_0 \le 0.5$, то второй член в квадратной скобке выражения (21) по модулю не превосходит 0.15×10^{-4}. Таким образом, для рассмотренной схемы гашения поле в волноводе можно погасить только приближенно, поскольку

амплитуда поля излучения поршня, формирующего нормальную скорость в выходном сечении, равна константе, а амплитуда поля вспомогательного излучателя – функция от r, мало меняющаяся при указанных выше ограничениях. Приступим к решению интегрального уравнения. Из условия Майкснера следует, что функцию μ следует искать в виде

$$\mu(r) = \nu(\eta)(1-\eta^2)^{-1/3}, \quad \eta = r/r_0.$$

Как и в первом разделе ограничимся нулевым приближением, когда $\nu(\eta) = \nu_0$. Амплитуда приведенной нормальной скорости ν_0 вычисляется по формуле

$$\nu_0 = \left[\frac{i\omega B_0}{kr_0 \sin kL} + \right. \tag{22}$$

$$\left. + V_0 \frac{\sin k(L-l_0) - \sin k(L-l_0-L_1)}{(kr_0)^2 \sin kL}\right] / \mathrm{a}_{100}(kr_0),$$

$$\mathrm{a}_{100}(0.01) = 0.004i + 0.002 + h_1,$$

$$\mathrm{a}_{100}(0.05) = 0.019i + 0.009 + h_1,$$

$$\mathrm{a}_{100}(0.1) = 0.038i + 0.023 + h_1,$$

$$\mathrm{a}_{100}(0.2) = 0.075i + 0.062 + h_1,$$

$$\mathrm{a}_{100}(0.3) = 0.112i + 0.111 + h_1,$$

$$h_1 = -3\cos kL/(4kr_0 \sin kL).$$

Пусть $\sin kL \neq 0$. Потребуем, чтобы выполнялось соотношение

$$i\omega B_0 + \tag{23}$$

$$+ V_0[\sin k(L-l_0) - \sin k(L-l_0-L_1)]/kr_0 = 0.$$

Из соотношения (23) следует, что амплитуда вспомогательного излучателя, реализующего задачу гашения, выражается через параметры движения поршня и геометрию задачи по формуле

$$V_0 = \tag{24}$$

$$= i\omega B_0 kr_0/(2\cos[k(L-l_0-L_1/2)]\sin(kL_1/2)).$$

Анализ формулы (24) показывает, что амплитуда нормальной скорости вспомогательного излучателя в режиме гашения пропорциональна волновому размеру волновода и при малой волновой ширине излучателя обратно пропорциональна половине волновой ширины. Решение задачи гашения не существует, когда волновое расстояние от торца до центра излучателя равно $\pi/2$, и волновая длина волновода равна π.

Поле излучения из открытого конца волновода вычисляется по первому соотношению из (19). Определим уровень гашения шума активным способом как 20lg модуля отношения поля излучения из открытого конца волновода при выключенном вспомогательном излучателе к полю излучения с включенным вспомогательным излучателем в точке ($\rho = r_0$, $\theta = 0$). В этом случае уровень гашения задается выражением

$$UG_\mathrm{a} = 20\lg\left|\frac{2\cos k(L-l_0-L_1/2)\sin(kL_1/2)}{0.15(kr_0)^2 \sin kL}10^4\right|.$$

С учетом неравенства $0.45 \geq L_1/r_0 \geq 0.5$ имеем $\sin(kl_1/2) \cong 0.1kr_0$, следовательно, уровень гашения активным способом можно представить формулой

$$UG_\mathrm{a} = 20\lg\left|\frac{2\cos k(L-l_0-L_1/2)}{0.15kr_0 \sin kL}10^3\right|.$$

Определим уровень гашения шума в волноводе с помощью резонатора (пассивный способ) как 20lg отношения поля излучения из волновода без резонатора к полю излучения из волновода, снабженного резонатором, в режиме гашения в точке ($\rho = r_0$, $\theta = 0$). Используя соотношения (14) и (15), для уровня гашения UG получим формулу

$$UG = 20\lg\left|\frac{\mathrm{a}_{00}H_1 kr_0 \sin kL}{\varepsilon_1 \mathrm{a}_{100}}\right|.$$

В режиме гашения $H_1 = -2\cos k(l_0+l_1)\cos k(L-l_0-l_1)/(kr_0 \sin kL)$, поэтому формулу для уровня гашения можно переписать в виде

$$UG = 20\lg\left|\frac{2\mathrm{a}_{00}\cos k(l_0+l_1)\cos k(L-l_0-l_1)}{\varepsilon_1 \mathrm{a}_{100}}\right|.$$

Поскольку при малых kr_0 отношение $\mathrm{a}_{00}/\mathrm{a}_{100} \cong 1/kr_0$, то при малых kr_0 уровни гашения активным и пассивным способами близки по порядку. Зафиксируем некоторый режим пассивного гашения, например, при значении параметров задачи $kr_0 = 0.1$, $kL = 1.4$, $kr_2^* = 0.15$, $\delta/(l_2-l_0) = 0.001$, $(l_0+l_1)/L = 0.3$, $l_1/(l_2-l_0) = 0.5$, $(l_2-l_0)/L = 0.3$. Пусть этот режим реализуется на круговой частоте $\omega = 112\pi$ рад/с ($k = 1.066$ 1/m). Определим зависимость уровня гашения поля от изменения частоты звукового поля при фиксированной геометрии задачи, отвечающей режиму гашения для указанных выше параметров. В этом случае уровень гашения задается формулой

$$UG = 20\lg\left|\frac{2\mathrm{a}_{00}}{\mathrm{a}_{100}[1 + 2\cos k(l_0+l_1)\cos k(L-l_0-l_1)/(H_1 kr_0 \sin kL)]}\right|.$$

Таблица 3

ω, рад/с	40 π	60 π	80 π	112 π	120 π	140 π	160 π
UG, дБ	0.66	1.55	3.70	37.50	10.60	2.39	0.39

В табл. 3 приведены значения уровня гашения в зависимости от круговой частоты звукового поля. Из проведенного выше анализа следует, что активный метод гашения реализуется при меньших ограничениях на параметры задачи. Результаты, приведенные в табл. 3, показывают, что в отличие от активного метода, гашение пассивным методом носит резонансный по частоте характер, т.е. достаточно высокий уровень гашения реализуется в узкой полосе частот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука. М.: МГУ, 1960.
2. *Лапин А.Д.* Звукоизоляция в волноводах // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 3. С. 337–350.
3. *Бойко А.И., Иванов В.П.* О гашении поля, возбуждаемого пульсирующей сферой в прямоугольном волноводе // Акуст. журн. 1976. Т. 22. № 6. С. 304–312.
4. *Мазаников А.А., Тютекин В.В.* Исследование активных автономных систем гашения акустических полей в одномодовых волноводах // Акуст. журн. 1976. Т. 22. № 5. С. 729–734.
5. *Урусовский И.А.* Об активной звукоизоляции в волноводах // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 2. С. 304–312.
6. *Федорюк М.В.* Об одном методе активного гашения звука // Акуст. журн. 1974. Т. 20. № 5. С. 809–810.
7. *Баженов Д.В., Баженова Л.А., Римский-Корсаков А.В.* Особенности волноводных и резонансных глушителей шума // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 2. С. 597–603.
8. *Алексеев Г.В., Мартыненко Е.Н.* О нелинейной задаче активного гашения звука в осесимметричном волноводе // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 3. С. 381–389.
9. *Алексеев Г.В.* Нелинейная задача активного гашения звука в двумерных слоисто-неоднородных волноводах // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 6. С. 737–743.
10. *Elliott S.J., Nelson P.A.* Active noise control // Noise/News international. 1994. V. 2. № 2.

Noise Suppression in a Flanged Circular Waveguide of Finite Length

V. P. Ivanov

Specific features of noise suppression in a finite-length waveguide radiating into a halfspace are studied. A comparison is performed between the method of active noise control and the method of noise suppression at the expense of sound reflection from the neck of a resonator attached to the waveguide.