АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1999, том 45, № 4, с. 524–528

УДК 532.517.4/6

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ФУНКЦИОНАЛА И МНОГОМЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

© 1999 г. Е. Б. Кудашев, Л. Р. Яблоник

Институт космических исследований РАН
117810 Москва, ул. Профсоюзная, 84/32
НПО Центральный котлотурбинный институт имени Н.Н. Ползунова
194021 Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 24

Поступила в редакцию 19.11.98 г.

Представлен метод экспериментального изучения характеристического функционала и многомерных распределений параметров поля пристеночных турбулентных пульсаций давления. Проведена апробация метода в эксперименте при исследовании обтекания плоской стенки полуограниченной плоской струей. Рассмотрено обобщение метода характеристического функционала для экспериментального исследования многоволновой статистики полей турбулентных пульсаций давления.

Пристеночным пульсациям давления в турбулентном пограничном слое посвящено множество исследований. Наиболее полные обзоры представлены в работах [1–8]. В акустике турбулентных потоков в последние десятилетия изучение турбулентных пульсаций давления связано не только с решением широкого класса прикладных задач о порождении шума и вибраций при турбулентном обтекании, но, прежде всего, с желанием улучшить понимание природы физических процессов в турбулентном потоке. Основная проблема связана с переносом (преобразованием) турбулентной энергии вблизи границы потока. Общепризнанным достижением последних десятилетий в исследовании пристеночной турбулентности является обнаружение организованных турбулентных структур [9–11]. Несмотря на то, что исследователями собран огромный объем фактической информации о турбулентных пульсациях, понимание физических процессов в турбулентном пограничном слое остается еще далеко не полным.

К настоящему времени можно считать установленным, что пристеночные пульсации давления в турбулентном пограничном слое связаны по меньшей мере с двумя типами вихревых пристеночных структур: во-первых, с конвектирующими турбулентными структурами, т.е., по существу, со свободной турбулентностью, переносимой средним потоком, и во-вторых – с турбулентностью, генерируемой непосредственно сдвиговым пристенным потоком в пограничном слое.

Недавние эксперименты [12–16] и численные исследования пристеночной турбулентности [17–22] показывают, что при высоких значениях числа Рейнольдса определяющим фактором течения в пограничном слое становятся крупномасштабные вихревых движения, наложенные на фон, состоящий из мелкомасштабных вихрей. Крупномасштабное движение представляется как скопление мелкомасштабных структур различных размеров, интенсивностей и ориентаций.

Порождения турбулентной энергии вблизи стенки связаны с явлением "всплесков", "вспышек" ["bursting"]. Это явление формирует структуру турбулентного пограничного слоя в вязком подслое и является главным фактором в производстве турбулентной энергии. Всплески синхронно сопровождаются пульсациями давления на стенке [16].

Новое понимание процессов генерации и диссипации пристеночной турбулентности и роли организованных структур в пограничном слое определяют интерес к задаче диагностики пространственной структуры пристеночной турбулентности, освоению новых экспериментальных методов, поиску более информативных характеристик турбулентности. Теперь очевидно, что в рамках традиционных методов, опирающихся на изучение моментов первого и второго порядка, эта задача не может быть решена, так как традиционный корреляционный подход оставляет вне поля зрения существенные свойства турбулентности и дает недостаточно детальную информацию о структуре потока [3].

В данной работе излагается метод экспериментального изучения многомерных распределений параметров поля турбулентных пульсаций

давления. Этот метод был предложен авторами в 1986–1988 гг. [23–25] и основан на представлении статистики турбулентных пульсаций давления в форме оценки характеристического функционала. Метод является комплексным и предполагает сочетание пространственного аналогового осреднения реализаций поля пульсаций давления по поверхности приемника с одноканальной статистической обработкой сигналов от приемников давления с различными апертурами. Такое сочетание и позволяет решить задачу экспериментальной оценки характеристического функционала турбулентных давлений.

Характеристический функционал имеет смысл характеристической функции бесконечномерного распределения вероятностей для возможного состояния $p(x, t)$ случайного поля во всех пространственно-временных точках x, t [26, 27]. В общем случае выражение для пространственно-временного характеристического функционала $\Phi[\theta(x, t)]$ можно записать в следующей форме:

$$\Phi[\theta(x,t)] = \left\langle \exp\left\{ i\int\limits_{\infty} \theta(x,t)p(x,t)dxdt \right\} \right\rangle, \quad (1)$$

где $\langle ... \rangle$ – оператор статистического осреднения; $\theta(x, t)$ – функциональный аргумент. Формула (1) ставит в соответствие каждой детерминированной функции $\theta(x, t)$ некоторое комплексное число – значение функционала $\Phi[\theta(x, t)]$, зависящее от свойств случайного поля. Статистические характеристики случайного поля полностью определены своим характеристическим функционалом. В частности, из характеристического функционала могут быть получены многомерные характеристические функции распределения вероятности и моменты распределения любого порядка.

Пространственное осреднение при измерении функционала достигается использованием протяженных приемников давления, которые в ряде случаев могут конструктивно оформляться в виде совокупности чувствительных элементов. Сигнал $S(t)$ приемника связан с полем турбулентных давлений $p(x, t)$ соотношением

$$S(t) = \iint\limits_{\infty} K(x,t)p(x,t)dx, \quad (2)$$

где $K(x)$ – амплитудное распределение (весовая функция) на измерительной апертуре. Видно, что сигнал (2) представляет собой результат пространственной свертки (фильтрации) поля $p(x, t)$. Использование этого обстоятельства позволяет устранить принципиальные трудности экспериментальной оценки характеристического функционала, связанные с необходимостью определения значений поля на континуальном множестве пространственных точек. Эффект пространственной фильтрации позволяет получить набор проекций характеристического функционала, отвечающих приемникам с различными фильтровыми характеристиками $K(x, t)$. В акустике реализованы преобразователи с апертурой различной формы и размеров, сложные амплитудно-фазовые распределения $K(x, t)$ обеспечивает применение решеток-антенн. На этом основано, в силу широких возможностей управления амплитудным распределением, построение оценок характеристического функционала на широком классе функциональных аргументов.

При экспериментальной оценке пространственного характеристического функционала формируется статистическое среднее от величины $\exp\{iS(t)\}$:

$$\Phi[K(x)] = \langle \exp\{iS(t)\} \rangle = \left\langle \exp\left\{ i\iint\limits_{\infty} K(x)p(x,t)dx \right\} \right\rangle, \quad (3)$$

которое в случае стационарного случайного поля $p(x, t)$ не зависит от времени; в согласии с соотношением (1), эта величина представляет собой проекцию функционала $\Phi[\theta(x)]$ случайного поля $p(x, t)$ на функциональном аргументе θ, который в случае набора приемников равен $K(x)$. Способ измерения характеристического функционала основывается на получении средних значений (3) для реализуемого экспериментально множества функциональных аргументов $K(x)$. Таким образом, характеристический функционал $\Phi[K(x)]$, обеспечивающий исчерпывающее вероятностное описание случайного поля, становится объектом экспериментальных исследований.

При измерении многомерных функций распределения приемник формируется как система стандартных пространственно распределенных точечных датчиков, присоединяемых к суммирующему устройству. Если размеры датчиков малы по сравнению с радиусом корреляционного поля, то амплитудное распределение $K(x)$ можно аппроксимировать суммой дельта-функций

$$K(x) \approx \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \delta(x - x_j), \quad (4)$$

где λ_i – регулируемая чувствительность j-го датчика, установленного в точке x_j. Ввиду (2) сигнал приемника представим в форме

$$S(t) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j p(x_j, t). \quad (5)$$

Соответственно, характеристический функционал (3) с сигналом в форме (5) вырождается в многоточечную характеристическую функцию

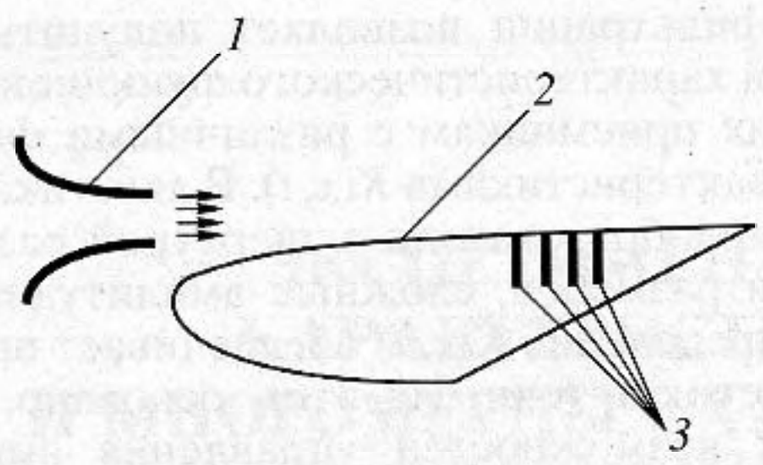

Рис. 1. Схема экспериментальной установки: *1* – сопло, *2* – крыловидный профиль, *3* – датчики турбулентных пульсаций давления.

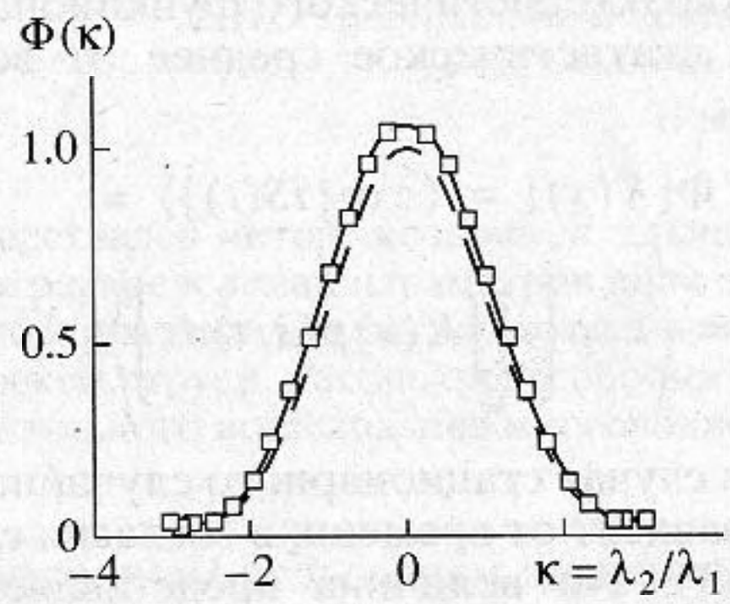

Рис. 2. Двухточечная характеристическая функция турбулентных пульсаций давления: —— эксперимент, – – – – – численное моделирование для гауссового процесса.

$\varphi_{x_1 \ldots x_n}(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$, представляющую собой преобразование Фурье соответствующей многоточечной плотности вероятностей.

Для экспериментальной оценки многоточечных функций распределения стационарных турбулентных давлений осреднение выполняется последовательным расчетом текущей статистической оценки $\hat{\varphi}^{(N)}$ по рекуррентному соотношению

$$\hat{\varphi}^{(N)}(\lambda_1 \ldots \lambda_n) = \frac{(N-1)\hat{\varphi}^{(N-1)} + f_n}{N} \qquad (6)$$

для заданного набора значений параметра λ, где

$$f_n = \cos S_N + i \sin S_N = \exp(iS_N),$$

S_N – значение уровня сигнала в очередной момент считывания t_N. Интервал между отсчетами $\tau_N = t_N - t_{N-1}$ должен превышать характерный период пульсаций для обеспечения статистической независимости отсчетов.

Нами проводились методические исследования с целью экспериментальной реализации метода характеристического функционала. Изучалось обтекание плоской стенки полуограниченной плоской струей. Эксперимент выполнен на воздушной струйной установке при обтекании крыловидного профиля, соединенного с жесткой массивной рамой (рис. 1). В качестве датчиков пульсаций давления использовались многоэлементные блоки типа [30], содержащие пространственно разнесенные пьезокерамические преобразователи с диаметром чувствительной поверхности 1.3 мм и чувствительностью 4 мкв/Па. Блоки датчиков (разделение межу соседними преобразователями равно 6 мм), устанавливались в области воздействия струи на границе профиль-поток так, что расстояние от блока до передней кромки крыла составило $d = 30$ см. Крыло обтекалось потоком воздуха со скоростью 300 м/с; воздух в установку нагнетался центробежным насосом 30 ЦСА-24. Для контроля вибропомехи на крыловидный профиль в месте крепления блока датчиков был установлен миниатюрный виброщуп КД-39 и в ходе опытов контролировался уровень вибраций и относительная виброчувствительность преобразователя. По значению вибраций оценивался порядок "вибрационного сигнала" с датчика. В результате было установлено, что колебания установки практически не оказывают влияния на результаты измерений. В эксперименте спектр мощности сигнала датчика пульсаций давления на 70 дБ превышал эквивалентный спектр вибраций.

Случайные сигналы $S(t)$ подавались на суммирующее устройство и записывались на магнитную пленку. Обработка информации и ее преобразование для расчета текущей статистической оценки характеристической функции $\Phi_N(\lambda)$ осуществлялось с помощью измерительно-вычислительного комплекса. Измерительная информация, записанная на магнитографе Н-046, вводилась через АЦП типа Ф-4222 в микро-ЭВМ "Электроника С5-31М" с интервалом дискретизации 10 мкс.

Массивы информации S_1 и S_2, объемом 500 элементов каждый подвергались нормировке к среднеквадратичному значению сигнала σ_s. Нормированные значения $\bar{S}_k = S_k/\sigma_s$, записывались на кассету с магнитной ленты в накопителе СМ-5211.

Последующие операции проводились с суммарным сигналом от двух датчиков

$$S(t) = \lambda_1 S_1(t) + \lambda_2 S_2(t) = \lambda_1[S_1(t) + \chi S_2(t)],$$

где $\chi = \lambda_2/\lambda_1$ – отношение коэффициентов усиления в каналах.

На рис. 2 представлена экспериментальная двухточечная характеристическая функция $\varphi(\lambda_1, \lambda_2) = \varphi(\chi)$ турбулентных давлений в функции отношения $\chi = \lambda_2/\lambda_1$ (сплошная линия). Из рисунка видно, что характеристическая функция пульсаций давления имеет симметричную форму и сосредоточена в области $-3 \le \chi \le 3$. По своей форме зависимость $\varphi(\chi)$ напоминает гауссову кривую.

Для проверки гауссовости на ЭЦВМ была прогенерирована выборка псевдослучайных чисел с нормальным законом распределения, единичной дисперсией и нулевым средним. Алгоритм обработки выборки псевдослучайных чисел совпадал с алгоритмом вычисления характеристической функции турбулентных давлений. Полученная модельная характеристическая функция также представлена на рис. 2 (штриховая линия). Из рисунка видно, что экспериментальные значения характеристической функции близки к характеристической функции гауссова процесса, различие не превышает 5%.

Важно отметить, что устойчивая оценка значений характеристической функции турбулентных давлений $\Phi_N(\lambda_1, \lambda_2)$ достигается практически уже при объеме выборки $N_{\max} = 100$, тогда как устойчивость двумерной функции распределения вероятности $w_2(x_1, x_2)$ достигается при большем объеме выборки, чем $N = 100$. Это означает, что традиционная процедура прямого определения $w_2(x_1, x_2)$ путем построения двумерной гистограммы оказывается гораздо более трудоемкой, чем процедура вычисления $w_2(x_1, x_2)$ по измеренным значения характеристической функции $\varphi(\lambda_1, \lambda_2)$.

Следующий шаг экспериментальных исследований по описанной методике предполагает измерения при пространственном разнесении датчиков, меньшем радиуса корреляции. В этом случае можно будет рассчитывать на выявление корреляционных зависимостей между значениями турбулентных полей в точках x_1 и x_2. Это позволит, в частности, оценить максимальный размер датчика, при котором еще не происходит осреднения турбулентных пульсаций по апертуре. В нашем эксперименте размер приемной поверхности датчика составлял 1 мм, так что указанное условие заведомо выполнялось. Таким образом, применение метода характеристического функционала обеспечивает определение многомерных функций распределений случайных процессов и полей в реальном масштабе времени на ограниченном массиве точек.

В общем случае метод экспериментального исследования характеристического функционала основывается на получении средних значений (3) для задаваемого множества функциональных аргументов $K(x)$. Управление параметрами $K(x)$ ядра уравнения (2) предоставляет качественно новые возможности изучения турбулентных давлений. Развитый метод представляется особенно перспективным при диагностике пространственной структуры поля турбулентных давлений.

Метод характеристического функционала допускает еще одно полезное обобщение – экспериментальное исследование многоволновой статистики полей турбулентных давлений. В этом случае пространственной характеристический функционал однородного поля представляется интегралом Фурье-Стильтьеса по случайным амплитудам $p(\mathbf{q})$ в пространстве волновых векторов $\mathbf{q}$:

$$\Phi[H\{\mathbf{q})] = \left\langle \exp\left\{ i\int_{\infty} H^*(\mathbf{q})dP(\mathbf{q}) \right\} \right\rangle, \tag{7}$$

где

$$H(\mathbf{q}) = \int_{\infty} \theta(x)\exp(-iqx)dx \tag{8}$$

есть образ Фурье функционального аргумента $\theta(x)$.

При измерении характеристического функционала преобразователем давления с периодическим распределением чувствительности по апертуре типа [8, 28, 29] реализуется узкополосная волновая фильтрация

$$H(\mathbf{q}) \approx \sum_{j=1}^{n} H_j \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_j). \tag{9}$$

Тогда измеряемое значение характеристического функционала однородного поля турбулентных давлений $\Phi[H(\mathbf{q})]$ представляет собой экспериментальную оценку характеристической функции совместного распределения вероятностей случайных амплитуд $\tilde{p}(q_j)$ волновых составляющих поля:

$$\Phi[H(\mathbf{q})] = \left\langle \exp\left\{ i\sum_{j=1}^{n} H_j^*(\mathbf{q})\tilde{p}(\mathbf{q}_j) \right\} \right\rangle = \tag{10}$$
$$= \Psi_{q_1 \ldots q_n}(H_1^* \ldots H_n^*).$$

Эта характеристика представляет собой преобразование Фурье совместной плотности вероятности отдельных волновых компонент поля

$$\Psi_{q_1 \ldots q_n}(H_1^* \ldots H_n^*) =$$
$$= \int \exp\left[i\sum_{j=1}^{n} H_j \tilde{p}(q_j) \right] f_{q_1 \ldots q_n}(\tilde{p}_1 \ldots \tilde{p}_n) d\tilde{p}_1 \ldots d\tilde{p}_n. \tag{11}$$

Таким образом, предлагаемый метод, использующий узкополосные пространственные фильтры, служит инструментом прямых исследований статистического взаимодействия различных волновых компонент поля турбулентных пульсаций давления, и тем самым реализует экспериментальные возможности детального изучения турбулентности.

Экспериментальная информация о характеристическом функционале позволяет изучать (на новом уровне) тонкую структуру полей турбулентных давлений для широкого класса физических приложений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Willmarth W.W.* Structure of turbulence in boundary layers //Advances in Applied Mechanics (Academic Press, N.Y.). 1975. V. 5. P. 159–254.
2. *Willmarth W.W.* Pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers //Annual Reviews of Fluid Mechanics. 1975. V. 7. P.13–38.
3. *Cantwell B.J.* Organized motion in turbulent flow //Ann. Rev. Fluid Mech. 1981.V. 13. P.457–515.
4. *Blake W.K.* Mechanics of flow-induced sound and vibration. V. II. Complex Flow-Structure Interactions (Academic Press, N.Y.). 1986.
5. *Eckelmann H.* A review of knowledge on pressure fluctuations // Near-Wall Turbulence. Proceedings of the 1988 Zoran Zaric Memorial Conference. Ed. by S.J. Kline and N.H. Afgan (Hemisphere, New York). 1990. P. 328–347.
6. Экспериментальное изучение структуры полей пристеночных пульсаций турбулентного пограничного слоя. М.: ЦАГИ. Обзор № 579. 1980. С. 170.
7. *Bull M.K.* Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers: some reflections of forty years of research // J. Sound Vibrat. 1996. V. 190(3). P. 299–315.
8. *Смольяков А.В., Ткаченко В.М.* Измерение турбулентных пульсаций. Л.: Энергия. 1980.
9. *Robinson S.K.* Coherent motions in turbulent boundary layers // Annu. Rev. Fluid Mech. 1991. V. 23. P. 601.
10. *Grass A.J., Stuart R.J., Mansour-Tehrani M.* Vortical structures and coherent motion in turbulent flow over smooth and rough boundares // Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A. 1991. V. 336. P. 35.
11. *Banerjee S.* Turbulence structures // Chem. Eng. Sci. 1992. V. 47. P. 1793.
12. *Nepomuceno H.G., Lueptow R.M.* Pressure and shear stress measurements at the wall in a turbulent boundary layer on a cylinder // Phys. Fluids. 1997. V. 9. № 9. P. 2732–39.
13. *Dhanak M.R., Dowling A.P.* On the pressure fluctuations induced by coherent vortex motion near a surface // 26th AIAA Fluid Dynamics Conference. June 1995. Paper № 95. P. 2240.
14. *Dhanak M.R., Dowling A.P., Chao Si.* Coherent vortex model for surface pressure fluctuations induced by the wall region of a turbulent boundary layer // Phys. Fluids. 1997. V. 9. № 9. P. 2716–2731.
15. *Lueptow R.M.* Local wall pressure gradient events in turbulent wall-bounded flow // Flow Noise Modelling, Measurement and Control. 1995. Ed. by R.M. Lueptow, W.L. Keith and T.M. Farabee. ASME. FED. 1996. V. 230. P. 75–86.
16. *Koumoutsakos P.* Active control of vortex – wall interactions // Phys. Fluids. 1997. V. 9. № 12. P. 3808–3816.
17. *Kim J., Moin P., Moser R.D.* Turbulence statistics in fully-developed channel flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech. 1990. V. 177. P. 133–166.
18. *Robinson S.K., Kline S.J., Spalart P.R.* Spatial character and time evolution of coherent structures in a numerical simulated boundary layer // AIAA. 1988. Pap. № 88. P. 3577.
19. *Robinson S.K., Kline S.J., Spalart P.R.* A review of quasi-coherent structures in a numerical simulated turbulent boundary layer // NASA TM-102191.
20. *Moin P., Kim J.* Evolution and dynamics of shear-layer structures in nearwall turbulence // J. Fluid Mech. 1992. V. 224. P. 579–599.
21. *Domaradzki J.A., Liu W., Kleiser L.* Energy transfer in numerically simulated wall-bounded turbulent flows // Phys. Fluids. 1994. V. 6. P. 1583.
22. *Andreopoulos J., Agui J.H.* Wall-vorticity flux dynamics in a two-dimensional turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1996. V. 309. P. 45.
23. *Кудашев Е.Б.* Измерение функциональных характеристик случайных полей давления: Экспериментальные методы анализа характеристического функционала и характеристических функций / В кн.: Распространение акустических волн. Владивосток. ДВПИ. 1986. С. 20–25.
24. *Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р.* Экспериментальные исследования статистических характеристик турбулентных давлений методом характеристического функционала / В кн.: Распространение акустических волн. Владивосток. ДВПИ. 1986. С. 34–36.
25. *Кудашев Е.Б.* Построение оценок характеристического функционала для обработки негауссовых случайных полей / В кн.: Обработка акустической информации в многоканальных системах. Л.: Судостроение. 1988. С. 29–34.
26. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. М.: Наука. 1978.
27. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука. 1967.
28. *Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р.* Определение частотно-волнового спектра турбулентных пульсаций давления // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 4. С. 615–620.
29. *Maidanik G., Jorgensen D.W.* Boundary Wave-Vector Filters for the Study of the Pressure Field in a Turbulent Boundary Layer // J. Acoust. Soc. Amer. 1967. V. 42. P. 494–501.
30. *Кудашев Е.Б.* Корреляционные микроприемники пульсационного давления / В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука. 1970. С. 247–250.

Experimental Method for the Assessment of the Characteristic Functional and Multidimensional Characteristic Functions of Turbulent Pressure Fluctuations

E. B. Kudashev and L. R. Yablonik

A method for the experimental study of the characteristic functional and multidimensional distributions of parameters of the field of turbulent pressure fluctuations is described. The method is tested in the experiment with a wall- bounded turbulent jet flow. A generalization of the method of characteristic functional is considered in application to the experimental study of multiwave statistics of the fields of turbulent pressure fluctuations.