

УДК 534.222.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ВТОРИЧНОГО ПОЛЯ ВОЛНЫ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ ПРИ РАССЕЯНИИ НЕЛИНЕЙНО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПЛОСКИХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ЦИЛИНДРЕ

© 1999 г. И. Б. Аббасов, Н. П. Заграй

Таганрогский государственный радиотехнический университет
347928 Таганрог, пер. Некрасовский, 44
E-mail: egf@tsure.ru

Поступила в редакцию 20.01.98 г.

Рассматривается рассеяние нелинейно взаимодействующих плоских акустических волн на цилиндре. Методом последовательных приближений получены решения неоднородного волнового уравнения в первом и втором приближениях. Получены асимптотические выражения для слагаемых полного акустического давления волны разностной частоты и приведены их диаграммы рассеяния.

Задача нелинейного рассеяния акустических волн на телах правильной геометрической формы является эталонной в теории нелинейного взаимодействия звуковых волн. Данная задача делится на две составные части: первая связана с исследованием поверхностных эффектов, вторая посвящена объемному взаимодействию звуковых волн. Поверхностные эффекты рассматривались в работах [1, 2], а объемный эффект исследовался в работах [3, 4]. Вопросы рассеяния плоской акустической волны на упругой сфере рассматривались в работах [5, 6]. Задача рассеяния нелинейно взаимодействующих плоских акустических волн на телах сферической формы была исследована в работах [7, 8]. Однако рассеяние нелинейно взаимодействующих акустических волн на цилиндре остается неизученным. Данная работа посвящена исследованию рассеяния нелинейно взаимодействующих плоских акустических волн на телах цилиндрической формы.

Итак, предположим, что в однородной среде распространяются плоские высокочастотные волны с потенциалами скорости ψ_{ni} :

$$\psi_{ni} = \psi_{n0} \exp[i(\omega_n t + k_n r \cos \varphi)],$$

где ψ_{n0} – амплитуда функции потенциала скорости, $n = 1, 2$ соответственно для волн с частотами ω_1 и ω_2 , k_n – волновое число, $\varphi = \pi$ соответствует направлению распространения падающей волны.

Ось цилиндра бесконечной длины совпадает с осью z цилиндрической системы координат (рис. 1). На цилиндр перпендикулярно оси z падает плоская волна. Рассеяние на цилиндре плоской

волны дает рассеянную цилиндрическую волну с потенциалом скорости ψ_{ns} :

$$\psi_{ns} = \psi_{n0} \exp(i\omega_n t) \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} \times \cos(m\varphi + \alpha_m) H_m^{(2)}(k_n r),$$

где $H_m^{(2)}(k_n r)$ – цилиндрическая функция Ханкеля второго рода m -го порядка, $A_m^{(n)}$ определяется из граничных условий, в нашем случае цилиндр абсолютно жесткий и на нем удовлетворены граничные условия Неймана:

$$A_m^{(n)} = -\varepsilon_m i^{-m} \frac{J'_m(k_n a)}{H_m^{(2)'}(k_n a)}, \quad \alpha_m = 0,$$

где $J_m(k_n a)$ – цилиндрическая функция Бесселя m -го порядка, a – радиус цилиндра.

Для дальнейших преобразований удобно представить плоскую волну в виде ряда по цилиндрическим функциям [9]:

$$\begin{aligned} \psi_{ni} &= \psi_{n0} \exp[i(\omega_n t + k_n r \cos \varphi)] = \\ &= \psi_{n0} \exp(i\omega_n t) \sum_{l=0}^{\infty} \varepsilon_l i^l J_l(k_n r) \cos l\varphi, \end{aligned}$$

где $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_l = 2$ при $l \geq 1$.

Тогда функция потенциала скорости общего первичного акустического поля ψ_n будет иметь вид

$$\begin{aligned} \psi_n &= \psi_{ni} + \psi_{ns} = \psi_{n0} \exp(i\omega_n t) \times \\ &\times \left[\sum_{l=0}^{\infty} \varepsilon_l i^l J_l(k_n r) \cos l\varphi + \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} \cos m\varphi H_m^{(2)}(k_n r) \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Для решения задачи о нелинейном взаимодействии первичных высокочастотных волн выражение (1) представляется с комплексно сопряженной частью:

$$\bar{\Psi}_n = \Psi_{n0} \left[\sum_{l=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_n r) \cos l \varphi \exp[i(\omega_n t + l\pi/2)] + \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} D_m^{(n)} \cos m \varphi \exp[i(\omega_n t - \delta_m^{(n)} - \pi/2)] \right] + \text{ (к.с.)},$$

где $D_m^{(n)}$ и $\delta_m^{(n)}$ – модуль и фаза цилиндрической функции Ханкеля $H_m^{(2)}(k_n r) = -i D_m^{(n)} \exp(-i\delta_m^{(n)})$.

Полное первичное поле акустического давления при этом будет состоять из полей частот ω_1 и ω_2 :

$$p^{(1)} = p_1^{(1)} + p_2^{(1)} = \left\{ i\omega_1 \rho_0 \Psi_{10} \left[\sum_{l=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} \times \exp[i(\omega_1 t + l\pi/2)] + \sum_{m=0}^{\infty} B_{2m}^{(1)} \exp[i(\omega_1 t - \delta_m^{(1)} - \pi/2)] \right] + \text{ (к.с.)} \right\} + \left\{ i\omega_2 \rho_0 \Psi_{20} \left[\sum_{l=0}^{\infty} B_{1l}^{(2)} \exp[i(\omega_2 t + l\pi/2)] + \sum_{m=0}^{\infty} B_{2m}^{(2)} \exp[i(\omega_2 t - \delta_m^{(2)} - \pi/2)] \right] + \text{ (к.с.)} \right\}, \quad (2)$$

где $B_{1l}^{(n)} = \varepsilon_l J_l(k_n r) \cos l \varphi$, $B_{2m}^{(n)} = A_m^{(n)} D_m^{(n)} \cos m \varphi$.

Данная задача рассеяния решается с помощью неоднородного волнового уравнения, которое описывает нелинейные процессы, происходящие в первичном поле [10]:

$$\Delta p^{(2)} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial t^2} = -Q = -\frac{\varepsilon}{c_0^4 \rho_0} \frac{\partial^2 p^{(1)2}}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где Q – объемная плотность источников вторичных волн, c_0 – скорость звука в среде, ε – параметр квадратичной нелинейности, ρ_0 – плотность невозмущенной среды, $p^{(1)}$ и $p^{(2)}$ – полное акустическое давление первичного и вторичного полей.

Данное волновое уравнение решается методом последовательных приближений. Решением первого приближения является выражение для акустического давления первичного поля $p^{(1)}$ (2).

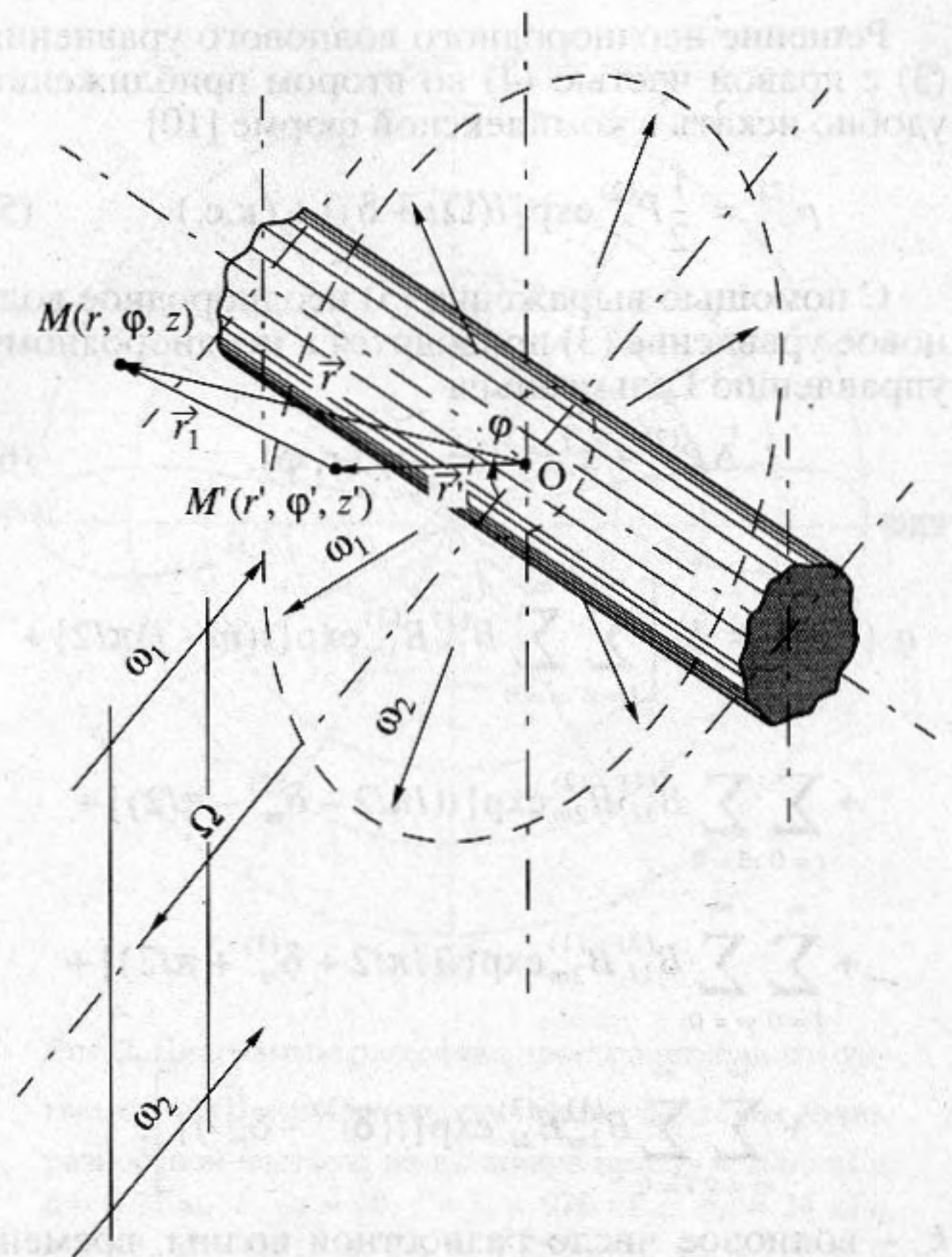


Рис. 1. Геометрия задачи.

Для поиска решения во втором приближении $p^{(2)}$ правая часть выражения (3) будет состоять из четырех составляющих частот $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ и $\omega_2 - \omega_1 = \Omega$.

Рассмотрим выражение для объемной плотности источников вторичных волн на разностной частоте Ω :

$$Q_- = K_- \left[\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} B_{1m}^{(2)} \cos[\Omega t + (m-l)\pi/2] + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} B_{2m}^{(2)} \cos(\Omega t + l\pi/2 - \delta_m^{(2)} - \pi/2) + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(2)} B_{2m}^{(1)} \cos(\Omega t + l\pi/2 + \delta_m^{(1)} + \pi/2) + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} B_{2m}^{(1)} B_{2l}^{(2)} \cos(\Omega t - \delta_l^{(2)} + \delta_m^{(1)}) \right], \quad (4)$$

где $K_- = 2\varepsilon \omega_1 \omega_2 \Omega^2 \rho_0 \Psi_{10} \Psi_{20} / c_0^4$.

Решение неоднородного волнового уравнения (3) с правой частью (4) во втором приближении удобно искать в комплексной форме [10]

$$p_-^{(2)} = \frac{1}{2} P_-^{(2)} \exp[i(\Omega t + \delta)] + (\text{к.с.}). \quad (5)$$

С помощью выражения (5) неоднородное волновое уравнение (3) приводится к неоднородному управлению Гельмгольца

$$\Delta P_-^{(2)} + k_-^2 P_-^{(2)} = -q_-(r, \varphi), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} q_-(r, \varphi) = & K_- \left[\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} B_{1m}^{(2)} \exp[i(m-l)\pi/2] + \right. \\ & + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} B_{2m}^{(2)} \exp[i(l\pi/2 - \delta_m^{(2)} - \pi/2)] + \\ & + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(2)} B_{2m}^{(1)} \exp[i(l\pi/2 + \delta_m^{(1)} + \pi/2)] + \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} B_{2m}^{(1)} B_{2l}^{(2)} \exp[i(\delta_l^{(2)} - \delta_m^{(1)})] \right], \end{aligned}$$

k_- – волновое число разностной волны, временной множитель $\exp(i\Omega t)$ здесь и далее опускаем.

Решение неоднородного уравнения Гельмгольца (6) записывается в виде объемного интеграла от произведения функции Грина на плотность источников вторичных волн [10, 11]:

$$P_-^{(2)}(r, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \int_V q_-(r', \varphi') G(r_1) r' d\varphi' dz' dr', \quad (7)$$

где $G(r_1) = \exp(-ik_- r_1)/r_1$ – функция Грина.

Функция Грина в дальней зоне $r' \ll r$ определяется асимптотическим выражением

$$G(r_1) \approx \exp[-ik_-(r - r' \cos(\varphi - \varphi'))]/r,$$

где r – расстояние до точки наблюдения $M(r, \varphi, z)$, r', φ', z' – координаты текущей точки объема $M'(r', \varphi', z')$, r_1 – расстояние между текущей точкой объема $M'(r', \varphi', z')$ и точкой наблюдения $M(r, \varphi, z)$ (рис. 1).

Интегрирование в выражении (7) ведется по объему V , занимаемому источниками вторичных волн и ограниченному по цилиндрическим координатам соотношениями $a \leq r' \leq d$, $0 \leq \varphi' \leq \pi$, $-z_\Lambda \leq z' \leq z_\Lambda$ ($z_\Lambda \gg \Lambda$, Λ – длина волны разностной частоты) и представляет собой цилиндрический слой среды вокруг рассеивателя с внутренним радиусом a (радиус цилиндра) и внешним d (рис. 1). Расстояние d – длина области нелинейного взаимодействия исходных высокочастотных волн; за областью d считаем, что исходные волны практически полностью затухают.

Учитывая, что задача рассматривается в высокочастотном пределе, после интегрирования по координатам φ' и z' выражение (7) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} P_-^{(2)}(r, \varphi) = & P_{-1}^{(2)}(r, \varphi) + P_{-2}^{(2)}(r, \varphi) + P_{-3}^{(2)}(r, \varphi) + \\ & + P_{-4}^{(2)}(r, \varphi) = C_-(1 + i \sin \varphi) \times \\ & \times \int_a^d \left[\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_1 r') \cos l \varphi \varepsilon_m J_m(k_2 r') \cos m \varphi \times \right. \\ & \times \exp[i(m-l)\pi/2] + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_1 r') \cos l \varphi \times \\ & \times A_m^{(2)} D_m^{(2)} \cos m \varphi \exp[i(l\pi/2 - \delta_m^{(2)} - \pi/2)] + \\ & + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_2 r') \cos l \varphi A_m^{(1)} D_m^{(1)} \cos m \varphi \times \\ & \times \exp[i(l\pi/2 + \delta_m^{(1)} + \pi/2)] + \\ & \left. + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} A_m^{(1)} D_m^{(1)} \cos m \varphi A_l^{(2)} D_l^{(2)} \cos l \varphi \times \right. \\ & \left. \times \exp[i(\delta_l^{(2)} - \delta_m^{(1)})] \right] \cos k_- r' \sqrt{r'} dr', \quad (8) \end{aligned}$$

где $C_- = -\exp(-ik_- r) K_- / \sqrt{2\pi k_- r}$.

Как видно из выражения (8) для полного акустического давления волны разностной частоты $P_-^{(2)}$, оно состоит из четырех пространственных слагаемых. Первое слагаемое данного выражения $P_{-1}^{(2)}$ соответствует той части полного акустического давления волны разностной частоты, которая формируется в цилиндрическом слое области нелинейного взаимодействия падающими плоскими высокочастотными волнами ω_1 и ω_2 , второе слагаемое $P_{-2}^{(2)}$ описывает взаимодействие падающей плоской волны частоты ω_1 и рассеянной цилиндрической волны частоты ω_2 , третье, $P_{-3}^{(2)}$, соответствует взаимодействию падающей плоской волны частоты ω_2 и рассеянной цилиндрической с частотой ω_1 , и последнее, четвертое слагаемое $P_{-4}^{(2)}$ – взаимодействию рассеянных цилиндрических волн с частотами ω_1 и ω_2 . Следует отметить, что здесь происходит нелинейное взаимодействие между акустическими волнами, имеющими как одинаковую, так и различную конфигурацию волнового фронта.

Для получения окончательного выражения акустического давления волны разностной частоты

ты $P_{-1}^{(2)}$ рассмотрим первое пространственное слагаемое выражения (8) $P_{-1}^{(2)}$, которое характеризует нелинейное взаимодействие между падающими плоскими высокочастотными волнами:

$$P_{-1}^{(2)}(r, \varphi) = C_{-}(1 + i \sin \varphi) \int_a^d \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_1 r') \times \cos l \varphi \varepsilon_m J_m(k_2 r') \cos m \varphi \exp[i(m-l)\pi/2] \times \cos k_{-} r' \sqrt{r'} dr'. \quad (9)$$

Учитывая разложение плоской волны по цилиндрическим волнам, после некоторых тригонометрических преобразований выражение (9) примет вид

$$P_{-1}^{(2)}(r, \varphi) = \frac{C_{-}(1 + i \sin \varphi)}{2} \times \left[\int_a^d \exp[ik_{-} r' (\cos \varphi + 1)] \sqrt{r'} dr' + \int_a^d \exp[ik_{-} r' (\cos \varphi - 1)] \sqrt{r'} dr' \right].$$

После окончательного интегрирования выражения (9) слагаемое $P_{-1}^{(2)}$ будет иметь вид

$$P_{-1}^{(2)}(r, \varphi) = [P_{-11}^{(2)} + P_{-12}^{(2)}], \quad (10)$$

где

$$P_{-11}^{(2)} \approx \frac{C_{-}(1 + i \sin \varphi)}{2ik_{-}(\cos \varphi + 1)} [\exp[ik_{-}(\cos \varphi + 1)d] \sqrt{d} - \exp[ik_{-}(\cos \varphi + 1)a] \sqrt{a}],$$

$$P_{-12}^{(2)} \approx \frac{C_{-}(1 + i \sin \varphi)}{2ik_{-}(\cos \varphi - 1)} [\exp[ik_{-}(\cos \varphi - 1)d] \sqrt{d} - \exp[ik_{-}(\cos \varphi - 1)a] \sqrt{a}].$$

Как видно из полученного выражения (10), диаграмма рассеяния первого слагаемого $P_{-1}^{(2)}$ полного акустического давления волны разностной частоты определяется поведением функций $1/(\cos \varphi \pm 1)$. Диаграммы рассеяния слагаемого $P_{-1}^{(2)}$ представлены на рис. 2. Они симметричны относительно угла $\varphi = \pi/2$ и имеют основные максимумы в направлениях $\varphi = 0$ и π (влияние функций $1/(\cos \varphi \pm 1)$). Увеличение волнового размера цилиндрического рассеивателя приводит к появ-

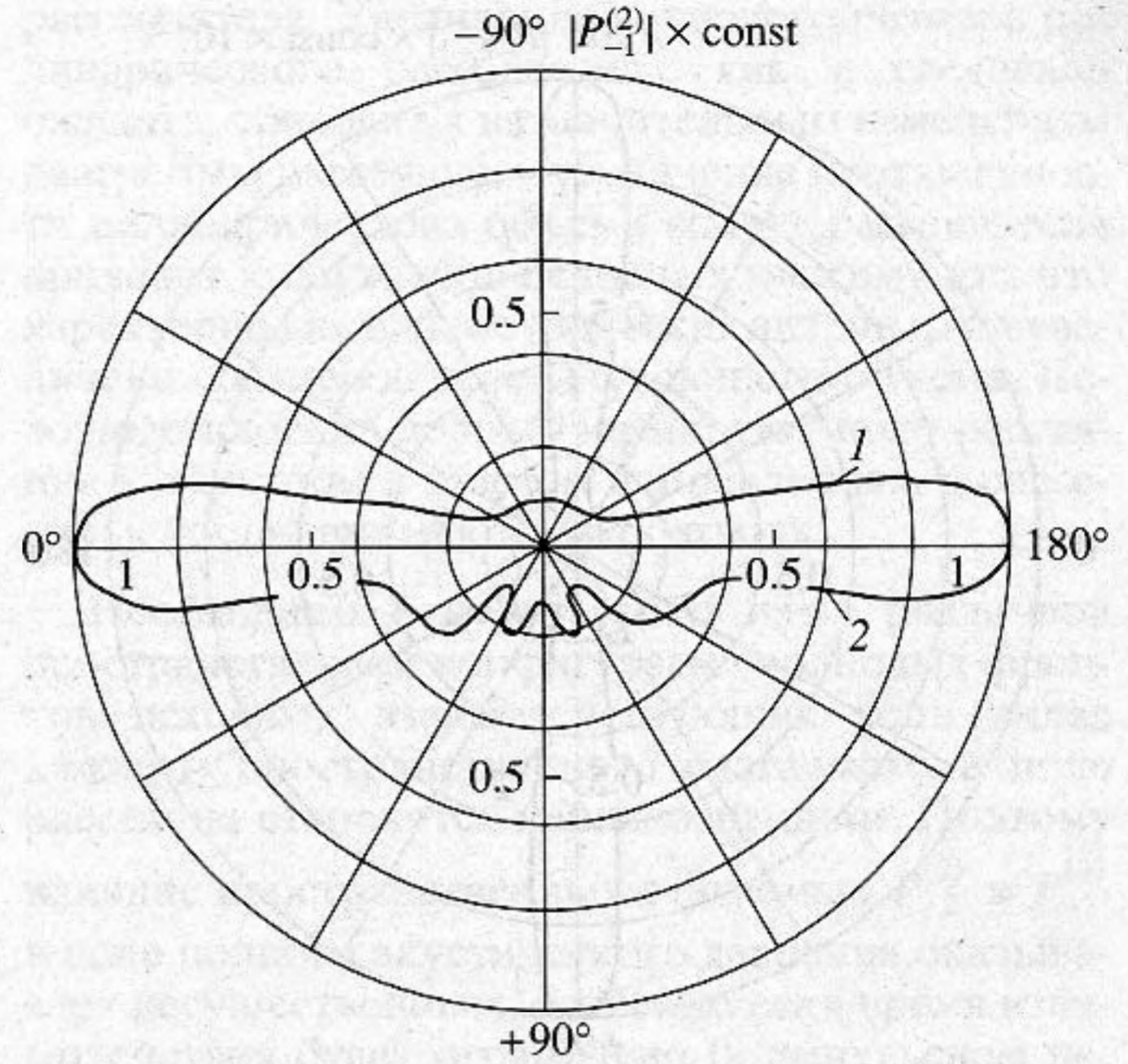


Рис. 2. Диаграммы рассеяния пространственного слагаемого $P_{-1}^{(2)}$ полного акустического давления волны разностной частоты на цилиндре при: $f_2 = 1000$ кГц, $a = 0.01$ м, $k_{1,2}a \approx 40$, $1 - f_1 = 976$ кГц, $F_{-} = 24$ кГц, $k_{-}a = 1$, $d = 0.015$ м; $2 - f_1 = 880$ кГц, $F_{-} = 120$ кГц, $k_{-}a = 5$, $d = 0.035$ м ($d = a + l_D$, l_D - расстояние квазидифракции рассеивателя).

лению дополнительных максимумов в боковых направлениях.

В предельном случае, когда радиус цилиндра приравнивается к нулю (рассеиватель отсутствует) и область нелинейного взаимодействия из цилиндрического слоя трансформируется в сплошной цилиндр с радиусом d ,

$$P_{-1n}^{(2)} \approx \frac{C_{-}(1 + i \sin \varphi)}{2ik_{-}(\cos \varphi + 1)} \exp[ik_{-}(\cos \varphi + 1)d] \sqrt{d} \approx \frac{C_{-}(1 + i \sin \varphi)}{2ik_{-}(\cos \varphi + 1)} H_0^{(2)}[k_{-}(\cos \varphi + 1)d], \quad (11)$$

где $H_0^{(2)}(k_{-}(\cos \varphi + 1)d)$ - цилиндрическая функция Ханкеля первого рода нулевого порядка. Выражение (11) характеризует расходящуюся цилиндрическую волну с некоторым амплитудным коэффициентом [12].

Далее рассмотрим второе и третье слагаемые полного акустического давления волны разностной частоты $P_{-2}^{(2)}$ и $P_{-3}^{(2)}$, которые характеризуют

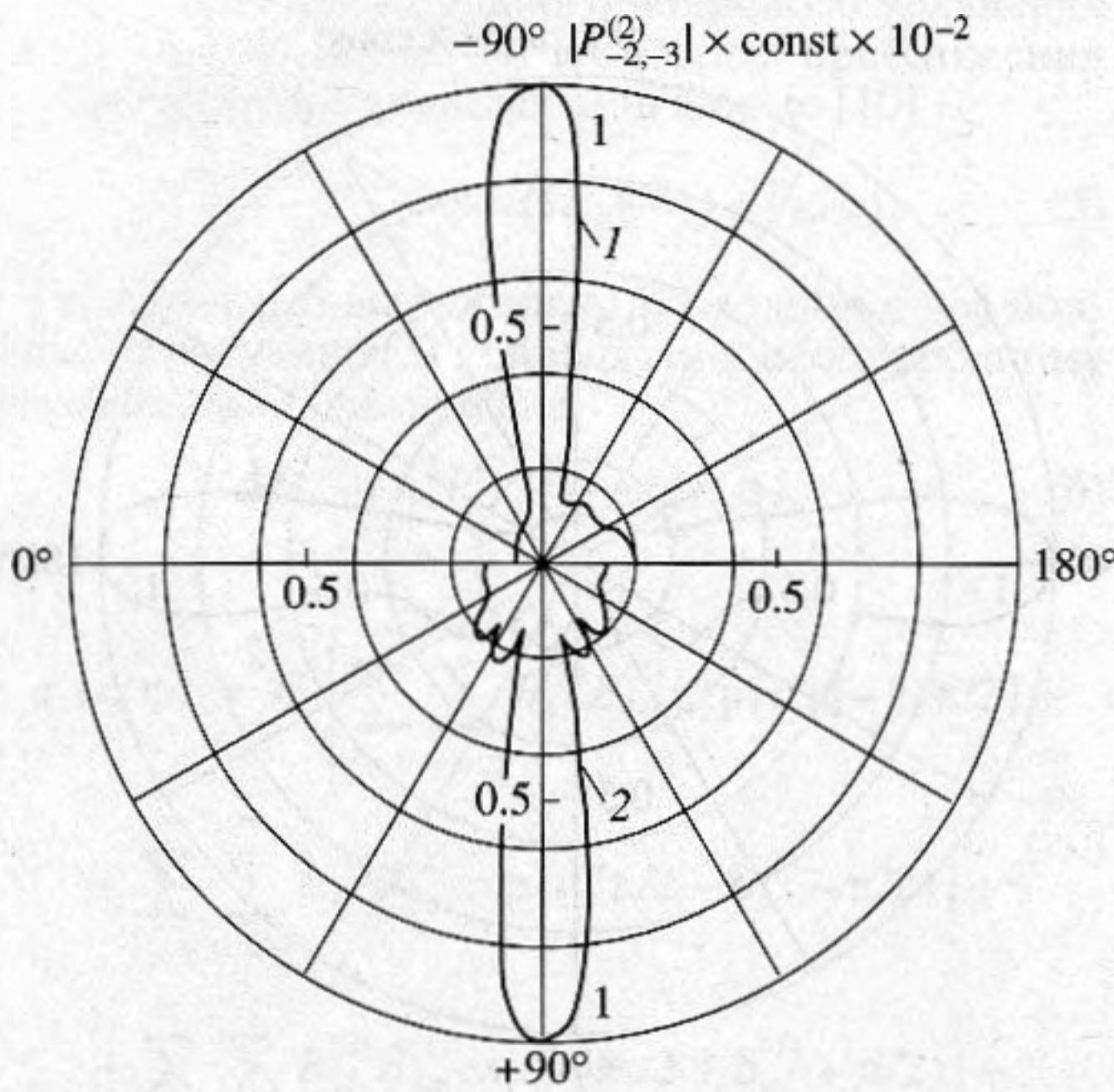


Рис. 3. Диаграммы рассеяния пространственных слагаемых $P_{-2}^{(2)}$ и $P_{-3}^{(2)}$ полного акустического давления волны разностной частоты на цилиндре при: $f_2 = 1000$ кГц, $a = 0.01$ м, $k_{1,2}a \approx 40$, $l - f_1 = 976$ кГц, $F_- = 24$ кГц, $k_a = 1$, $d = 0.015$ м; 2 - $f_1 = 880$ кГц, $F_- = 120$ кГц, $k_a = 5$, $d = 0.035$ м.

нелинейное взаимодействие падающих плоских волн с рассеянными цилиндрическими:

$$P_{-2,3}^{(2)} = C_-(1 + i \sin \varphi) \int_a^d \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_{1,2} r') \times \cos l \varphi A_m^{(2,1)} D_m^{(2,1)} \cos m \varphi \times \exp[i(l\pi/2 \mp \delta_m^{(2,1)} \mp \pi/2)] \cos k_- r' \sqrt{r'} dr'. \quad (12)$$

После аналогичных преобразований, а также учитывая асимптотические значения функций Ханкеля [9, 13], выражение (12) после окончательного интегрирования примет вид

$$P_{-2}^{(2)}(r, \varphi) = [P_{-21}^{(2)} + P_{-22}^{(2)}], \quad (13)$$

где

$$P_{-21}^{(2)} \approx \frac{C_- A_0^{(2)} (1 + i \sin \varphi)}{2i \cos \varphi k_1 \sqrt{2\pi k_2}} [\exp[ik_1(\cos \varphi + 1)d] - \exp[ik_1(\cos \varphi + 1)a]],$$

$$P_{-22}^{(2)} \approx \frac{C_- A_0^{(2)} (1 + i \sin \varphi) (\cos \varphi - 1)}{2i \cos \varphi \sqrt{2\pi k_2} (k_1 \cos \varphi - k_2 - k_-)} \times [\exp[i(k_1 \cos \varphi - k_2 - k_-)d] - \exp[i(k_1 \cos \varphi - k_2 - k_-)a]].$$

Для третьего слагаемого $P_{-3}^{(2)}$ окончательное выражение аналогично выражению (13). Из анализа выражения (13) видно, что появление функции $1/\cos \varphi$ является определяющим для диаграммы рассеяния слагаемых $P_{-2}^{(2)}$ и $P_{-3}^{(2)}$, которые представлены на рис. 3. Диаграммы рассеяния этих слагаемых имеют основные максимумы в направлениях $\varphi = \pm \pi/2$, в прямом и обратном направлениях наблюдаются незначительные уровни дополнительных максимумов. Увеличение волнового размера не приводит к существенным изменениям диаграммы рассеяния.

Далее перейдем к четвертому слагаемому полного акустического давления волны разностной частоты, $P_{-4}^{(2)}$, которое характеризует нелинейное взаимодействие рассеянных цилиндрических волн и имеет следующий вид:

$$P_{-4}^{(2)}(r, \varphi) = C_-(1 + i \sin \varphi) \int_a^d \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} A_m^{(1)} D_m^{(1)} \times \cos m \varphi A_l^{(2)} D_l^{(2)} \cos l \varphi \exp[i(\delta_l^{(2)} - \delta_m^{(1)})] \times \cos k_- r' dr'. \quad (14)$$

После окончательного интегрирования выражение для слагаемого $P_{-4}^{(2)}$ примет вид

$$P_{-4}^{(2)}(r, \varphi) = [P_{-41}^{(2)} + P_{-42}^{(2)}],$$

где

$$P_{-41}^{(2)} \approx \frac{C_- A_0^{(1)} A_0^{(2)} (1 + i \sin \varphi) (\cos \varphi - 1)^2}{\pi \sqrt{k_1 k_2} \cos^2 \varphi} \times [\exp(ik_- d) \sqrt{d} - \exp(ik_- a) \sqrt{a}],$$

$$P_{-42}^{(2)} \approx \frac{C_- A_0^{(1)} A_0^{(2)} (1 + i \sin \varphi) (\cos \varphi - 1)^2}{\pi \sqrt{k_1 k_2} \cos^2 \varphi} \times [\sqrt{d} - \sqrt{a}].$$

Диаграммы рассеяния четвертого слагаемого $P_{-4}^{(2)}$ представлены на рис. 4, и их вид определяется поведением функции $1/\cos^2 \varphi$, что приводит к появлению основных максимумов в направлениях $\varphi = \pm \pi/2$ без сопровождения дополнительных уровней.

На рис. 5 представлены диаграммы рассеяния полного акустического давления волны разностной частоты $P_-^{(2)}$. Из представленных диаграмм видно, что они имеют основные максимумы в направлениях $\varphi = 0, \pm \pi/2$ и π , являющихся направлениями минимальных фазовых различий нелинейно взаимодействующих исходных высокочастотных волн в цилиндрическом слое среды вокруг

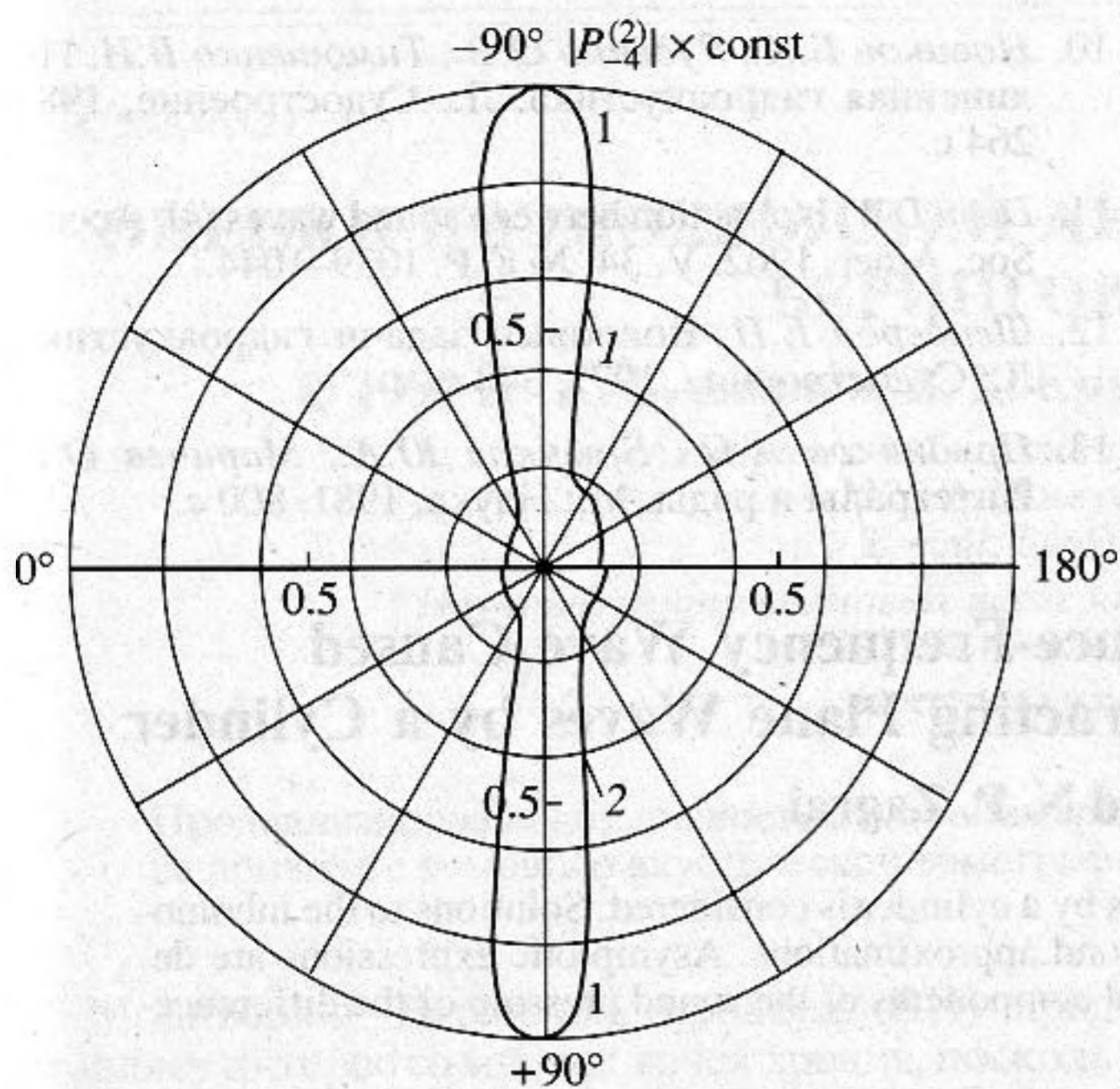


Рис. 4. Диаграммы рассеяния пространственного слагаемого $P_{-4}^{(2)}$ полного акустического давления волны разностной частоты на цилиндре при: $f_2 = 1000$ кГц, $a = 0.01$ м, $k_{1,2}a \approx 40$, $1 - f_1 = 976$ кГц, $F_- = 24$ кГц, $k_a = 1$, $d = 0.015$ м; 2 - $f_1 = 880$ кГц, $F_- = 120$ кГц, $k_a = 5$, $d = 0.035$ м.

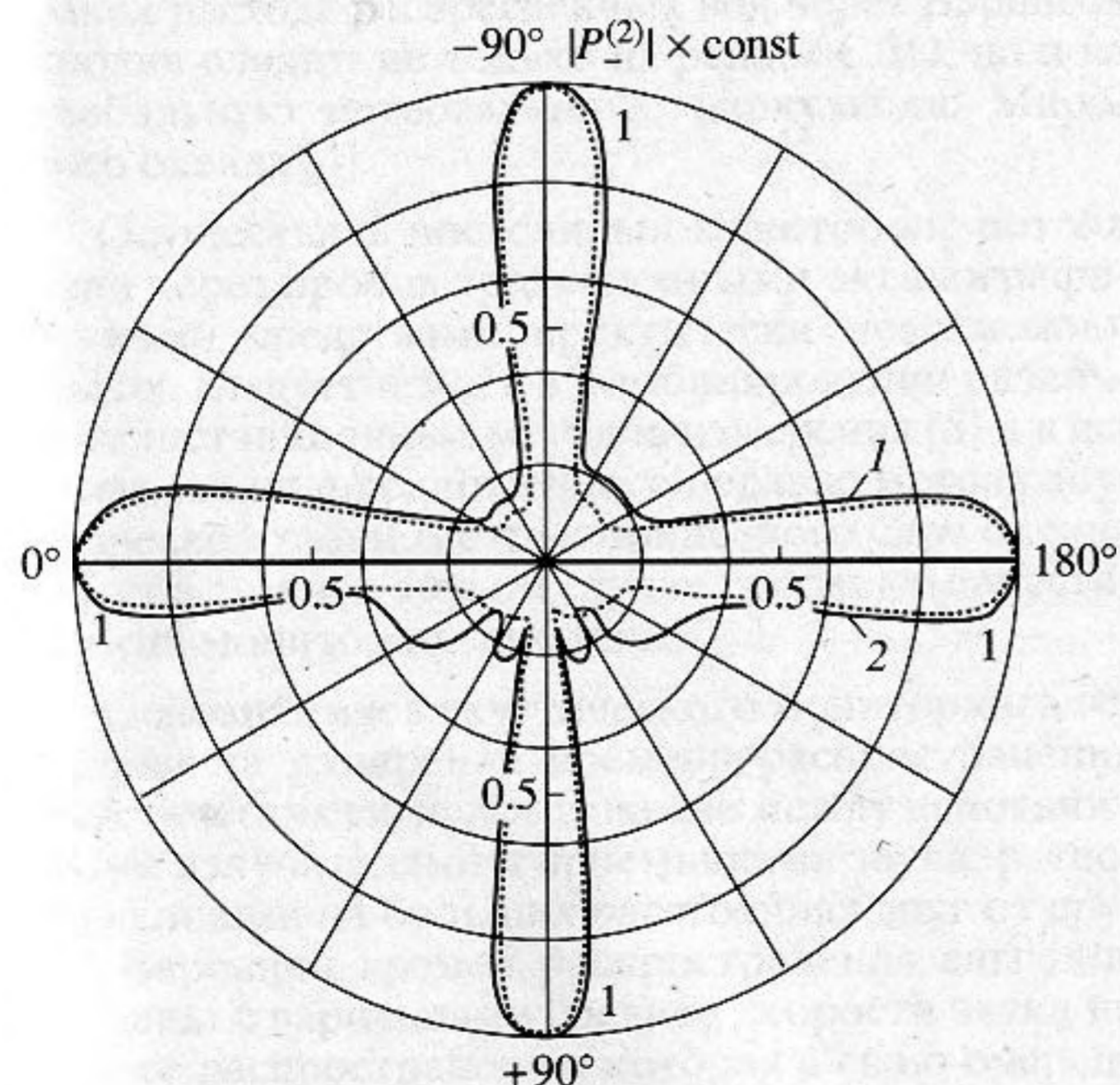


Рис. 5. Диаграммы рассеяния пространственного полного акустического давления волны разностной частоты $P_{-4}^{(2)}$ на цилиндре при: $f_2 = 1000$ кГц, $a = 0.01$ м, $k_{1,2}a \approx 40$, $1 - f_1 = 976$ кГц, $F_- = 24$ кГц, $k_a = 1$, $d = 0.015$ м (—), 0.06 м (...); 2 - $f_1 = 880$ кГц, $F_- = 120$ кГц, $k_a = 5$, $d = 0.035$ м (—), 0.26 м (...).

рассеивателя. Увеличение волнового размера цилиндрического рассеивателя, как и следовало ожидать, приводит к незначительным изменениям диаграммы рассеяния, а увеличение протяженности цилиндрического объема вокруг рассеивателя приводит к обужению основных максимумов, что характерно для параметрических антенн из-за увеличения размеров переизлучающего объема. Исходные плоские волны формируют поле рассеяния в обратном и прямом направлениях, а рассеянные цилиндрические – в боковых.

Необходимо отметить, что из-за различной пространственной конфигурации волновых фронтов исходных взаимодействующих волн вклад каждого пространственного слагаемого в поле рассеяния становится неравнозначным. Поэтому влияние пространственных слагаемых $P_{-2}^{(2)}$ и $P_{-3}^{(2)}$ в поле полного акустического давления оказывается несущественным, особенно если время взаимодействия будет ограничено (в импульсном режиме). Относительно особенностей остальных пространственных слагаемых следует отметить также, что слагаемое $P_{-1}^{(2)}$, создаваемое падающими плоскими волнами, в отличие от других в явном виде не несет в себе информацию о граничных свойствах цилиндрического рассеивателя.

В целом, подытоживая проведенные исследования, можно отметить, что рассматриваемая теоретическая модель достаточно детально описывает физические процессы, происходящие при рассеянии нелинейно взаимодействующих плоских акустических волн на жестком цилиндре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Piquette J. C., Van Buren A.L.* Some further remarks regarding scattering of an acoustic wave by a vibrating surface // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1986. V. 80. № 5. P. 1533–1536.
2. *Поддубняк А.П., Пороховский В.В.* Рассеяние звукового пучка на недеформируемых сфере и цилиндре // 1998. Т. 34. № 5. С. 919–924.
3. *Rogers P.H.* Comments on Scattering by time varying obstacle // *J. Sound. Vibr.* 1973. V. 28. № 4. P. 764–768.
4. *Лямшев Л.М., Саков П.В.* Нелинейное рассеяние звука на пульсирующей сфере // *Акуст. журн.* 1992. Т. 38. №1. С. 100–107.
5. *Sun S., Bjorno L.* Scattering of plane waves from elastic spheres with surface roughness // *Proc. II European Conf. Underwater Acoustics*, 1994, Lyngby. V. 1. P. 171–176.
6. *Gaunard G.C., Huang H., Strifors H.C.* Acoustic scattering by a pair of spheres // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1995. V. 98(1). P. 495–507.

7. Аббасов И.Б., Заграй Н.П. Рассеяние взаимодействующих плоских акустических волн на сфере // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 4. С. 535–541.
8. Аббасов И.Б., Заграй Н.П. Исследование акустических полей вторых гармоник при рассеянии на сфере нелинейно взаимодействующих плоских акустических волн // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 4. С. 453–458.
9. Лепендин Л.Ф. Акустика. М.: Высш. шк., 1978. 448 с.
10. Новиков Б.К., Руденко О.В., Тимошенко В.И. Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1981. 264 с.
11. Dean L.W. Interaction between sound waves // J. Acoust. Soc. Amer. 1962. V. 34. № 8. P. 1039–1044.
12. Шендеров Е.П. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 348 с.
13. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. 800 с.

Secondary Field of the Difference-Frequency Wave Caused by the Scattering of Nonlinearly Interacting Plane Waves by a Cylinder

I. B. Abbasov and N. P. Zagrai

Scattering of nonlinearly interacting plane acoustic waves by a cylinder is considered. Solutions to the inhomogeneous wave equation are obtained in the first and second approximations. Asymptotic expressions are derived and scattering diagrams are presented for individual components of the sound pressure of the difference-frequency wave.

