

УДК 534.26

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ БЫСТРОЙ ВОЛНЫ УТЕЧКИ В СИСТЕМЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОДОВ НА ПОВЕРХНОСТИ КРИСТАЛЛА ТЕТРАБОРАТА ЛИТИЯ

© 2000 г. В. И. Григорьевский, Ю. В. Гуляев

Институт радиотехники и электроники РАН  
141120 Фрязино Московской обл., пл. Академ. Введенского, 1  
E-mail: vig286@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 28.08.99 г.

Рассчитаны дисперсионные кривые быстрых поверхностных акустических волн утечки в периодической системе металлических электродов на поверхности кристалла тетрабората лития. Для описания пьезоэлектрического полупространства применен метод периодической функции Грина. Влияние механических свойств электродов учтено, во-первых, с помощью развитого метода теории возмущений, справедливого до первого порядка малости по параметру отношения толщины электрода к периоду структуры и, во-вторых, чтобы преодолеть ограничение малости этого параметра, использован метод конечных элементов. Показано, что коэффициент отражения для системы изолированных друг от друга электродов имеет минимум при увеличении толщины электрода. Исследовано влияние толщины электродов на коэффициент преобразования быстрой волны утечки в волну Рэлея и на коэффициент отражения волн Рэлея.

В последнее время заметно вырос интерес к так называемым утекающим поверхностным акустическим волнам (ПАВ), которые представляют собой волны источника и описываются вынужденными решениями уравнений движения упругой среды. Утекающие волны характеризуются затуханием вдоль пути распространения вследствие рассеяния энергии в объемные волны. В настоящее время хорошо известны волны утечки в кристаллах кварца, ниобата и танталата лития. Эти волны относятся к так называемым квазисдвиговым волнам утечки [1, 2], поскольку преобладающей компонентой смещения является сдвиговая компонента. Скорость их приближается к скорости быстрой сдвиговой волны, а затухание обусловлено излучением энергии в медленную сдвиговую волну. Известны ориентации кристаллов, где затухание этих волн очень мало, например, в  $36^\circ YX-LiTaO_3$  оно равно 0.0003 децибела на длину волны. Волны утечки нашли широкое применение в высокочастотных фильтрах на ПАВ с малыми вносимыми потерями, так как скорость распространения этих волн примерно в 1.5 раза превышает скорость волн Рэлея, а константа электромеханической связи, которая определяет эффективность их возбуждения, существенно больше, чем для волн Рэлея.

Быстрые поверхностные акустические волны с малым затуханием были обнаружены сравнительно недавно [3, 4]. Преобладающей компонентой смещения в этих волнах является продольная компонента, а скорость их приближается к скоро-

сти объемной продольной волны, то есть превышает скорость волн Рэлея почти в два раза. Таким образом, становится возможным дальнейшее увеличение рабочих частот ПАВ-фильтров.

В работе [5] теоретически и экспериментально исследовались быстрые поверхностные акустические волны утечки в периодической системе металлических электродов на поверхности кристалла тетрабората лития ( $Li_2B_4O_7$ ) с ориентацией, определяемой углами Эйлера ( $0^\circ, 47.3^\circ, 90^\circ$ ). Было показано, что коэффициент отражения растет с увеличением отношения толщины электрода к длине волны. Были рассчитаны также дисперсионные кривые вблизи полосы непропускания для волн Рэлея и вблизи полосы преобразования быстрой волны утечки в волну Рэлея при толщине электрода, равной нулю.

В настоящей работе нами проведено детальное изучение отражения быстрых поверхностных акустических волн утечки в периодической системе металлических электродов на поверхности кристалла тетрабората лития. Для описания пьезоэлектрического полупространства применен метод периодической функции Грина [6], который специально предназначен для исследования характеристик распространения ПАВ в периодических структурах на поверхности кристаллов. Для описания влияния механических свойств электродов, во-первых, развит метод теории возмущений, справедливый до первого порядка малости по параметру отношения толщины электрода к периоду структуры ( $h/p$ ) и, во-вторых, чтобы

преодолеть ограничение малости этого параметра, использован метод конечных элементов. В отличие от результатов [5] показано, что коэффициент отражения для системы изолированных друг от друга электродов меняется немонотонно с увеличением параметра  $h/p$ . Исследовано влияние толщины электродов на коэффициент преобразования быстрой волны утечки в рэлеевскую волну и коэффициент отражения волны Рэлея.

Мы рассматриваем пьезоэлектрическое полупространство  $z < 0$ , на поверхности которого расположена периодическая система (период равен  $p$ ) металлических электродов шириной  $l$  и высотой  $h$ , параллельных оси  $Y$ . Известно, что если на поверхности пьезоэлектрика созданы источники упругих напряжений и электрического заряда, то отклик среды в виде смещений частиц и электрического потенциала на поверхности могут быть выражены через функцию Грина в представлении Фурье

$$\begin{bmatrix} U_i(k, \omega) \\ \varphi(k, \omega) \end{bmatrix} = [G(k, \omega)] \begin{bmatrix} T_{3i}(k, \omega) \\ \sigma(k, \omega) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $k$  – волновое число,  $\omega$  – круговая частота,  $U_i(k, \omega)$ ,  $T_{3i}(k, \omega)$ ,  $\varphi(k, \omega)$  и  $\sigma(k, \omega)$  ( $i = 1, 2, 3$  соответствует осям  $X, Y$  и  $Z$  выбранной системы координат) – Фурье компоненты смещений частиц среды, тензора напряжений, электрического потенциала и заряда соответственно.  $[G(k, \omega)]$  представляет собой в общем виде матрицу размером 4 на 4 и называется обобщенной или матричной функцией Грина линейного пьезоэлектрического полупространства [7].

Процедура нахождения элементов матрицы Грина включает в себя задачу на собственные значения для уравнений движения пьезоэлектрической среды, которая сводится к решению алгебраического уравнения восьмой степени относительно константы затухания волны в глубь кристалла. Когда волновое число  $k$  является чисто действительной величиной, и при отсутствии источников волн в объеме пьезоэлектрика только четыре из восьми корней соответствуют волнам ограниченным вблизи поверхности или уносящим энергию вглубь от поверхности кристалла. Однако, волновое число волны утечки является комплексной величиной, и в этом случае, как было показано в работе [8], отбор четырех собственных значений для констант затухания необходимо проводить с помощью метода аналитического продолжения элементов матрицы Грина с действительной оси на комплексную плоскость. Полюса, расположенные вне действительных значений  $k$ , соответствуют волнам утечки, при этом автоматически получается, что амплитуда этих волн уменьшается вдоль пути распростране-

ния и возрастает в глубь кристалла, что соответствует оттоку энергии в объемные волны. Именно этот метод отбора собственных значений использован в настоящей работе.

При наличии периодической системы электродов зависимость от координаты  $x$  упругих напряжений и плотности заряда на поверхности в соответствии с теоремой Флоке можно записать как

$$\begin{bmatrix} T_{3i}(x, \omega) \\ \sigma(x, \omega) \end{bmatrix} = \exp(iqx) \begin{bmatrix} t_{3i}(x, \omega) \\ s(x, \omega) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $q$  – заранее неизвестное волновое число, описывающее дисперсию собственных мод системы, функции  $t_{3i}(x, \omega)$ ,  $s(x, \omega)$  периодичны с периодом  $p$  системы.

Волны утечки, строго говоря, не являются собственными модами пьезоэлектрического полупространства, на большом расстоянии от источника их амплитуда стремится к нулю. Однако, если полюс в комплексной плоскости волновых чисел, соответствующий волне утечки, расположен достаточно близко к действительной оси, всегда существует область пространства, где волна утечки является доминирующим решением [9], именно в этой области можно рассматривать задачу распространения волны утечки как задачу распространения собственной моды.

Разлагая правую часть (2) в ряд Фурье, имеем

$$\begin{bmatrix} T_{3i}(x, \omega) \\ \sigma(x, \omega) \end{bmatrix} = \exp(iqx) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \begin{bmatrix} t_{3i}(m, \omega) \\ s(m, \omega) \end{bmatrix} \exp(imQx), \quad (3)$$

здесь  $t_{3i}(m, \omega)$ ,  $s(m, \omega)$  – коэффициенты рядов Фурье,  $Q = 2\pi/p$  – “волновое число” или обратный вектор периодической системы. Пользуясь формулой (1), с учетом (3) можно найти коэффициенты Фурье для смещений частиц и электрического потенциала на поверхности. Координатная зависимость этих величин может быть получена суммированием рядов Фурье, а именно:

$$\begin{bmatrix} u_i(x, \omega) \\ \varphi(x, \omega) \end{bmatrix} = \exp(iqx) \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [G(q + mQ, \omega)] \begin{bmatrix} t_{3i}(m, \omega) \\ s(m, \omega) \end{bmatrix} \exp(imQx). \quad (4)$$

Выражение (4) показывает, что отклик пьезоэлектрического полупространства на периодическое

возбуждение может быть рассчитан с помощью функции Грина

$$[G^p(q, \omega)] = \exp(iqx) \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [G(q+mQ, \omega)] \exp(imQx), \quad (5)$$

которая представляет собой отклик на возбуждение в виде периодической последовательности  $\delta$ -функций.

Функция Грина полностью описывает пьезоэлектрическую подложку, однако, для полного решения задачи о распространении собственных волн в системе необходимо задать дополнительные соотношения между источниками возмущений и откликами на них. Чтобы получить эти соотношения, нужно включить в расчет влияние электрических и механических характеристик электродной структуры.

Мы рассматриваем два типа электрических соединений в электродной системе, а именно, все электроды соединены между собой (закорочены) или все электроды изолированы друг от друга. В обоих случаях электрический потенциал в пределах электрода постоянен. Считается, что заряд расположен на нижней поверхности электрода, прилегающей к пьезоэлектрику. Это означает, что с точки зрения электрических характеристик электрод является бесконечно тонким. Распределение заряда по ширине электрода описывается выражением

$$s(x) = [1 - (2x/l)]^{-1/2} \sum_{n=0}^N A_n T_n(2x/l), \quad (6)$$

здесь  $A_n$  – заранее неизвестный коэффициент при полиноме Чебышева  $T_n(y)$  порядка  $n$ . Эта формула правильно учитывает сингулярности на краях электрода, и лишь небольшое число полиномов Чебышева требуется для достаточно точного описания распределения заряда [6]. Выполняя преобразование Фурье от (6) можно получить амплитуды пространственных гармоник заряда, которые входят в правую часть (4)

$$s_m = \frac{l}{2p} \sum_{n=0}^N (-i)^n \pi J_n\left(\frac{l}{p} m\right) A_n, \quad (7)$$

где  $J_n(y)$  – функция Бесселя первого рода порядка  $n$ .

В закороченной системе электродов потенциалы всех электродов равны нулю. Разбивая отдельный электрод на  $N$  интервалов, приравнивая потенциал на каждом интервале нулю и, используя (4), можно получить  $N$  линейных уравнений относительно амплитуд пространственных гар-

моник заряда  $s_m$ , которые, в свою очередь, выражаются соотношением (7).

В системе изолированных электродов потенциал отдельного электрода является дополнительной неизвестной величиной, и еще одно уравнение получается из условия равенства нулю полного заряда на электроде. Интегрируя в пределах электрода выражение (7) с дополнительным волновым множителем  $\exp(iqx)$  (см. (2)), получаем

$$\sum_{n=0}^N A_n (i)^n J_n\left(q \frac{l}{2}\right) = 0. \quad (8)$$

Соотношения (7), (8) и последнее уравнение системы (4), дают связь между электрическими характеристикам пьезоэлектрического полупространства и электродной структуры.

Для описания механических свойств электродной структуры мы рассмотрим два подхода, описывающих механические свойства электродов, первый состоит в использовании теории возмущений, а второй использует метод конечных элементов. И в том и в другом случае на границе раздела двух упругих сред, находящихся в акустическом контакте, должны быть выполнены условия равенства смещений частиц и нормальных напряжений.

В подходе, основанном на теории возмущений, считается, что верхняя среда представляет собой слой, толщина которого меняется периодически с периодом  $p$  и описывается функцией  $\zeta(x)$ . На верхней неровной границе слоя упругие напряжения, направленные по нормали к этой границе должны быть равны нулю:

$$t_{ij} n_j = 0, \quad (9)$$

где  $n_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) – компоненты внешней нормали на поверхности  $z = \zeta(x)$ . При выполнении условия  $h = \max|\zeta(x)| \ll p$  уравнения (9) можно разложить в ряд по малому параметру  $\epsilon = h/p$  и ограничиться первым членом этого разложения [10, 11]

$$t_{i3} - t_{i1} \zeta'_x + t'_{i3,z} \zeta = 0. \quad (10)$$

Здесь  $i = 1, 2, 3$ , а штрих сверху и нижние индексы  $x$  и  $z$  означают дифференцирование по координате  $x$  и  $z$  соответственно. Компоненты тензора напряжений и их производные по  $z$  в (10) вычисляются на поверхности  $z = 0$ . Учитывая (10), условие равенства упругих напряжений на границе раздела  $z = 0$  имеет вид

$$T_{i3} = t_{i1} \zeta'_x - t'_{i3,z} \zeta. \quad (11)$$

Разлагая в ряд Фурье функцию  $z = \zeta(x)$  и соотношения (11), находим выражения для коэффи-

коэффициентов Фурье упругих напряжений на поверхности пьезоэлектрика

$$T_{i3}^{(n)} = \frac{h}{p} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_{n-m} \left[ it_{i1}^{(m)}(n-m) - \frac{1}{Q} \frac{\partial t_{i3}^{(m)}}{\partial z} \right], \quad (12)$$

где  $n$  и  $m$  – номера Фурье гармоник,  $A_m$  – коэффициенты Фурье функции  $z = \zeta(x)$ , которые для прямоугольных в поперечном сечении электродов даются формулой

$$A_m = \frac{h}{p} l \sin\left(m\pi \frac{l}{p}\right) / \left(m\pi \frac{l}{p}\right). \quad (13)$$

Используя предположение о малости толщины слоя, можно получить соотношения между Фурье компонентами напряжений  $t_{ij}$ , производными  $\partial t_{i3}/\partial z$  и смещениями частиц на плоскости  $z = 0$  [12]. Для этого необходимо разложить смещения в слое в степенной ряд

$$u_i = [u_i^{(0)} + u_i^{(1)}z + u_i^{(2)}z^2 + \dots] e^{ikx}, \quad (14)$$

подставить решение в таком виде в уравнения движения для упругого изотропного материала слоя. Тогда, пользуясь условиями отсутствия напряжений на верхней границе слоя, можно получить:

$$t_{11}(k, \omega) = ik \frac{c_{11}^2 - c_{12}^2}{c_{11}} u_1^{(0)}, \quad (15)$$

$$t_{13}(k, \omega) = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial t_{13}}{\partial z}(k, \omega) = \left( \frac{c_{11}^2 - c_{12}^2}{c_{11}} k^2 - \rho \omega^2 \right) u_1^{(0)}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial t_{33}}{\partial z}(k, \omega) = -\rho \omega^2 u_3^{(0)}; \quad (18)$$

здесь  $c_{11}$ ,  $c_{12}$ ,  $c_{44}$  – модули упругости,  $\rho$  – плотность материала электродов. Соотношения (12) вместе с (15)–(18) полностью описывают механические свойства электродной структуры.

Чтобы устранить ограничение малости параметра  $h/p$ , нами был использован метод конечных элементов [13, 14]. В этом методе сплошная среда разделяется на отдельные малые элементы, называемые конечными элементами. Распределение упругих смещений внутри элемента интерполируется с помощью линейной комбинации полиномов, коэффициентами которой являются значения смещений в узлах этого элемента. Далее, из условия минимума лагранжиана упругого тела, или непосредственно из дифференциальных уравнений движения упругой среды с помощью процедуры Галеркина, формируются уравнения для упругих смещений в узлах элемента. Путем суммирования уравнений, описывающих отдельные элементы, с учетом условия равенства смещений и напряжений на границах между элемен-

тами получается неоднородная система линейных уравнений относительно всех узловых смещений в области, представляющей собой ограниченное тело. В матричной форме это уравнение записывается как

$$\{[S] - \omega^2[M]\}[U] = [T]. \quad (19)$$

Здесь матрица  $[S]$  – называемая матрицей упругости – описывает упругие свойства среды, матрица  $[M]$  описывает инерционные свойства и называется матрицей инерции, элементы вектора  $[U]$  представляют собой смещения частиц в узлах всех конечных элементов, элементы вектора внешних напряжений  $[T]$  выражаются как

$$T_j = \int N(x, z) T_{3i} d\Gamma, \quad (20)$$

где  $N(x, z)$  – полином, интерполирующий упругие смещения внутри отдельного конечного элемента, а интеграл берется по сторонам конечных элементов, ограничивающих упругое тело.

На границе раздела между электродом и пьезокристаллом должны выполняться условия равенства упругих смещений и напряжений. Записывая упругие смещения на поверхности пьезоэлектрика в виде суммы пространственных гармоник и с учетом равенства смещений в узлах на границе раздела электрода и пьезокристалла, элементы вектора  $[U]$  представим в виде

$$U_j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp(ik_n x_j) \sum_{m=1}^4 A_{nm} U_i(k_n, m), \quad (21)$$

где  $U_i(k_n, m)$  – так называемые взвешивающие коэффициенты,  $A_{nm}$  – амплитуды парциальных волн,  $j$  и  $x_j$  – номер и координата соответствующего узла на поверхности раздела электрода и пьезокристалла.

Упругие напряжения на поверхности пьезоэлектрика в пределах периода равны нулю вне электрода и отличны от нуля под электродом. Вводя в качестве дополнительных неизвестных напряжения в узлах на границе раздела электрода и пьезокристалла, и аппроксимируя напряжения в пределах отдельного конечного элемента с помощью интерполяционных полиномов, можно вычислить элементы вектора  $[T]$  в (19) и Фурье компоненты напряжений на поверхности пьезоэлектрика

$$T_{3i}(k, \omega) = \frac{1}{p} \int_{-l/2}^{l/2} \exp(-ikx) \sum_{m=1}^M T_{3i}^{(m)} N_m(x) dx, \quad (22)$$

где  $M$  – количество узлов на границе раздела электрод–пьезоэлектрик,  $T_{3i}^{(m)}$  – упругие напряжения

в этих узлах,  $N_m(x)$  – соответствующий интерполяционный полином.

Соотношения (19), (21) и (22) полностью описывают механические свойства системы электродов в методе конечных элементов и дают дополнительные соотношения между источниками возмущений и откликами на них, необходимые для полного решения задачи о распространении собственных волн в системе.

В расчете в качестве материала электродов был выбран алюминий, который чаще всего используется на практике. В срезе тетрабората лития, определяемом углами Эйлера ( $0^\circ, 47.3^\circ, 90^\circ$ ), быстрая волна утечки не содержит  $Y$ -компоненты смещений, поэтому матрица  $[G(k, \omega)]$  вырождается в матрицу размером 3 на 3. В результате комбинации уравнения (4) и соотношений, описывающих электрические и механические свойства электродной структуры, получается система однородных линейных уравнений, определитель которой зависит от неизвестного волнового числа  $q$ . Условие равенства нулю определителя системы при заданной частоте  $\omega$  определяет закон дисперсии волны в периодической структуре.

Принимая в расчет  $M$  пространственных гармоник быстрой волны утечки, при использовании метода возмущений для замкнутой системы электродов получаем систему из  $3M + N$  уравнений, неизвестными которой являются  $3M$  амплитуд пространственных гармоник и  $N$  коэффициентов полиномов Чебышева в (7). Для системы изолированных электродов с учетом (8) размер системы увеличивается на единицу. Метод конечных элементов требует большего количества вычислений. При моделировании электрода с помощью  $P_x$  узлов по горизонтали и  $P_y$  узлов по вертикали число уравнений системы составляет  $2P_x P_y + 2P_x + 3M + N$  для замкнутых электродов и на единицу больше для изолированных электродов. Дополнительными неизвестными здесь являются две компоненты смещений в узлах электрода и две компоненты напряжений в узлах на границе раздела электрод–пьезоэлектрик.

Расчет проводился численно для  $M = 10, N = 6, P_x = 7, P_y = 3$ , при этом с помощью стандартной вычислительной процедуры по методу наискорейшего спуска при заданной частоте  $\omega$  искался минимум определителя системы уравнений.

На рис. 1 показана частотная зависимость мнимой части волнового числа  $q$  в системе замкнутых электродов вблизи полосы брэгговского непропускания для быстрой волны утечки. Мнимая часть волнового числа определяет в полосе непропускания коэффициент отражения волны. Нормированное значение частоты определяется периодом структуры. Если положить  $p = 2\pi$ , то условие брэгговского отражения  $\pi/p = q$  дает значение волнового числа  $q = 0.5$  и значение центральной частоты

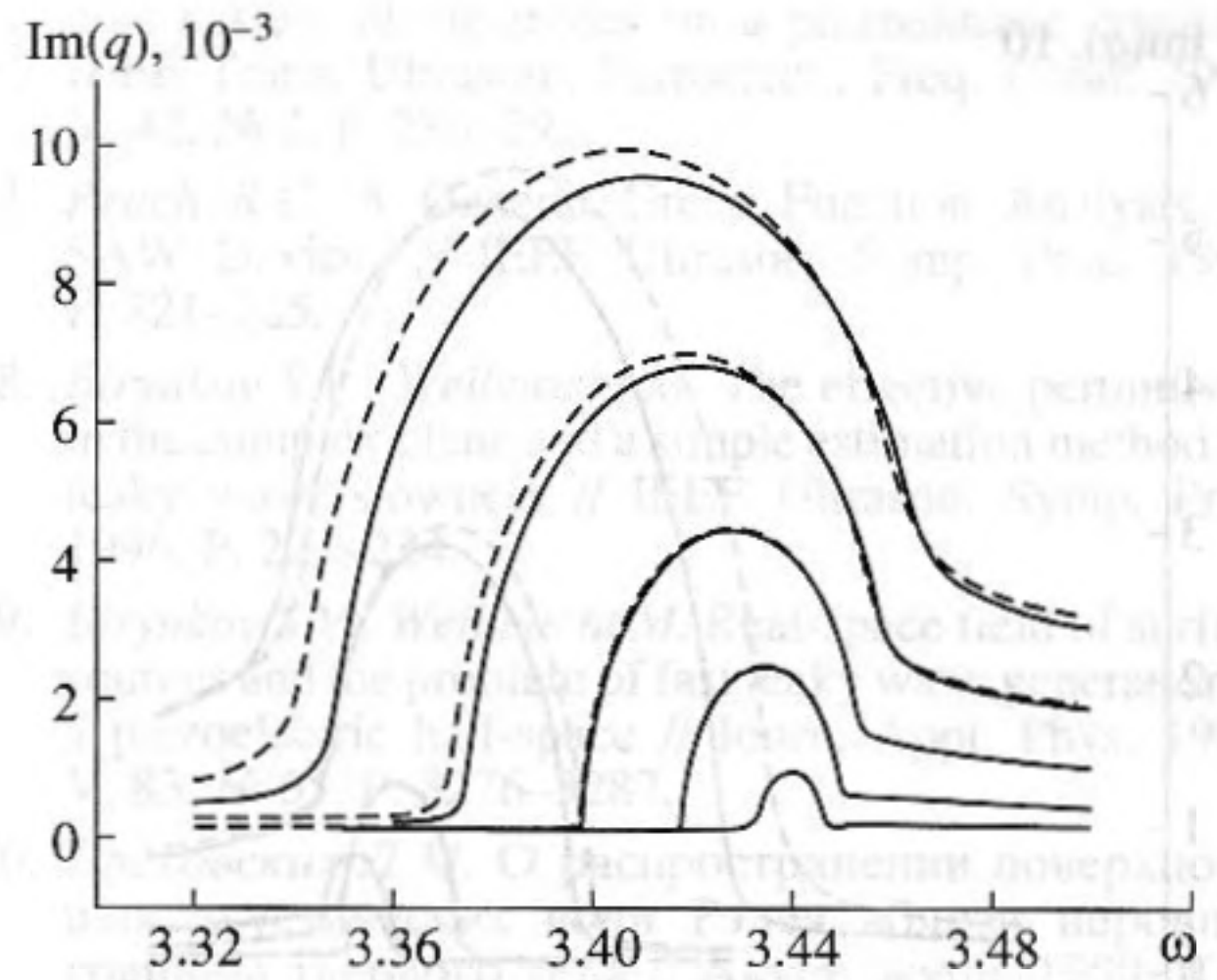


Рис. 1. Частотные зависимости мнимой части волнового числа для системы замкнутых электродов. Параметр  $h/p$  меняется от 0 до 0.04 с шагом 0.01. Сплошные линии рассчитаны по теории возмущений, пунктирные – по методу конечных элементов.

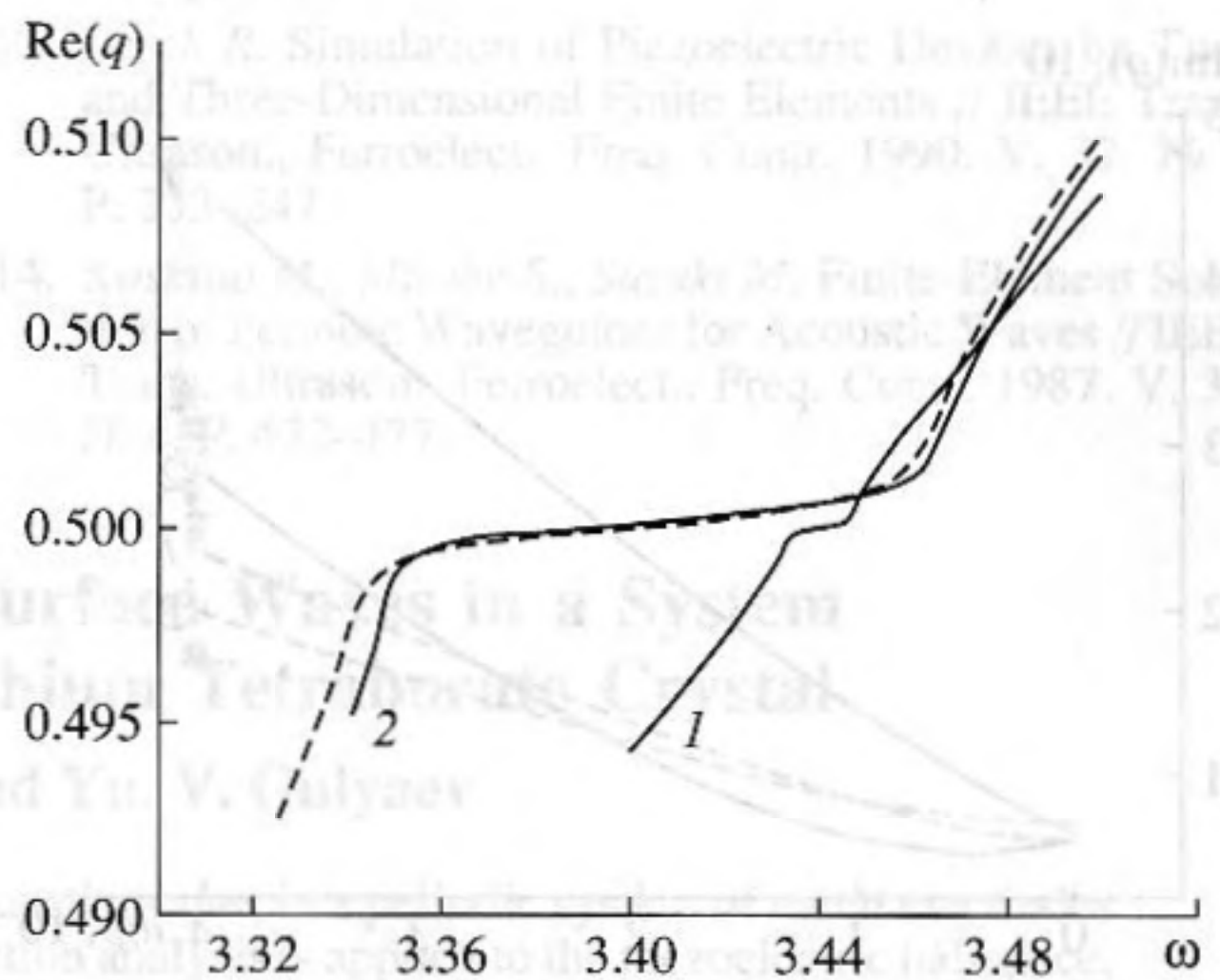


Рис. 2. Частотные зависимости действительной части волнового числа для системы замкнутых электродов. 1 –  $h/p = 0$ ; 2 –  $h/p = 0.04$ .

полосы непропускания  $\omega \approx V_L/2$ , где  $V_L$  есть скорость быстрой волны утечки на свободной поверхности кристалла, измеренная в км/с. Кривые построены, начиная от значения  $h/p = 0$ , с шагом 0.01, последняя кривая соответствует  $h/p = 0.04$ . При возрастании этого параметра монотонно расширяется полоса непропускания и возрастает затухание в центре этой полосы.

Частотная зависимость действительной части волнового числа, определяющей фазовую скорость волны, в системе замкнутых электродов при тех же значениях  $h/p$  показана на рис. 2. Видно, что в пределах полосы непропускания волновое число остается примерно постоянным и равным 0.5, что

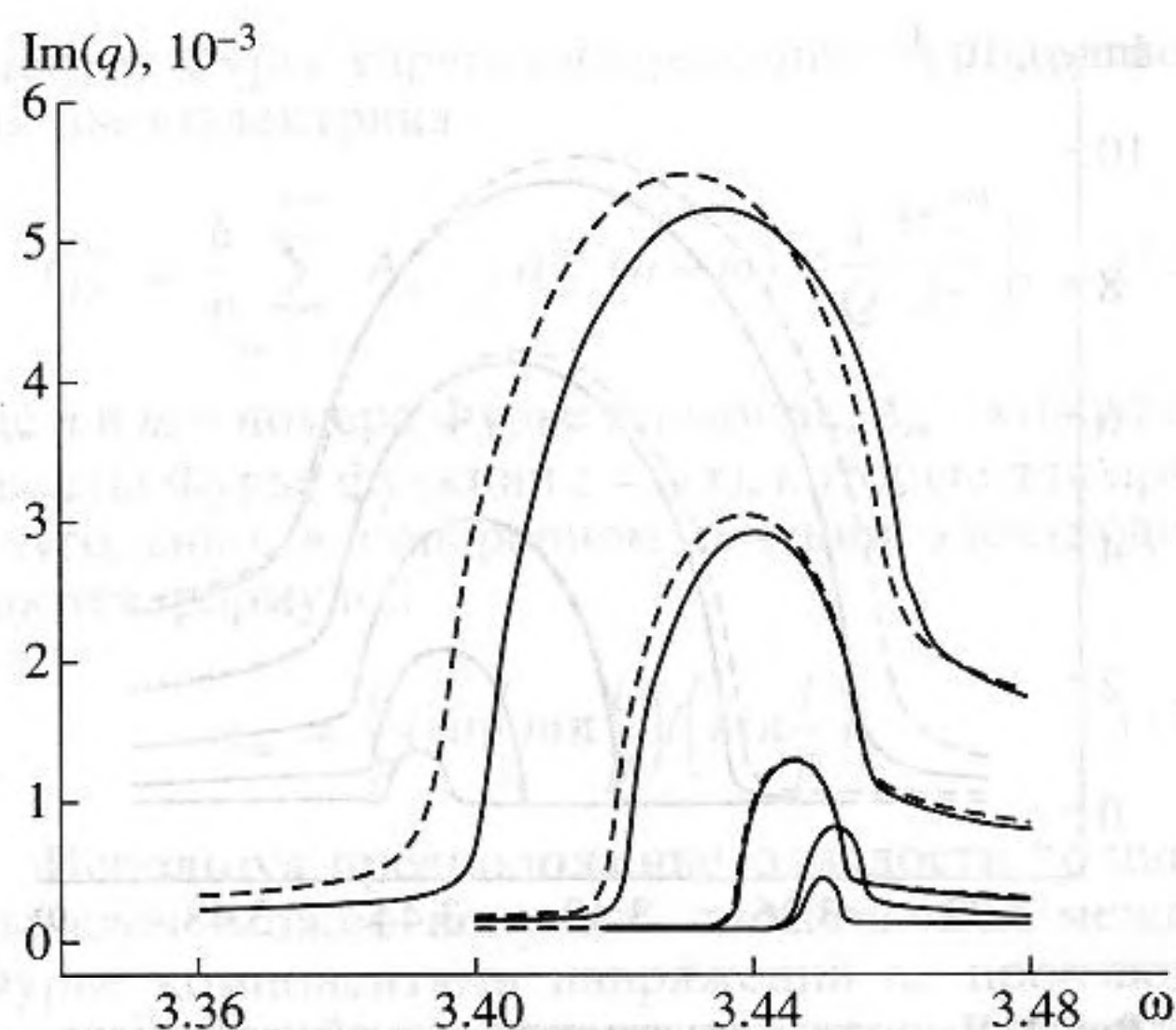


Рис. 3. Частотные зависимости мнимой части волнового числа для системы изолированных электродов. Параметры те же, что на рис. 1.

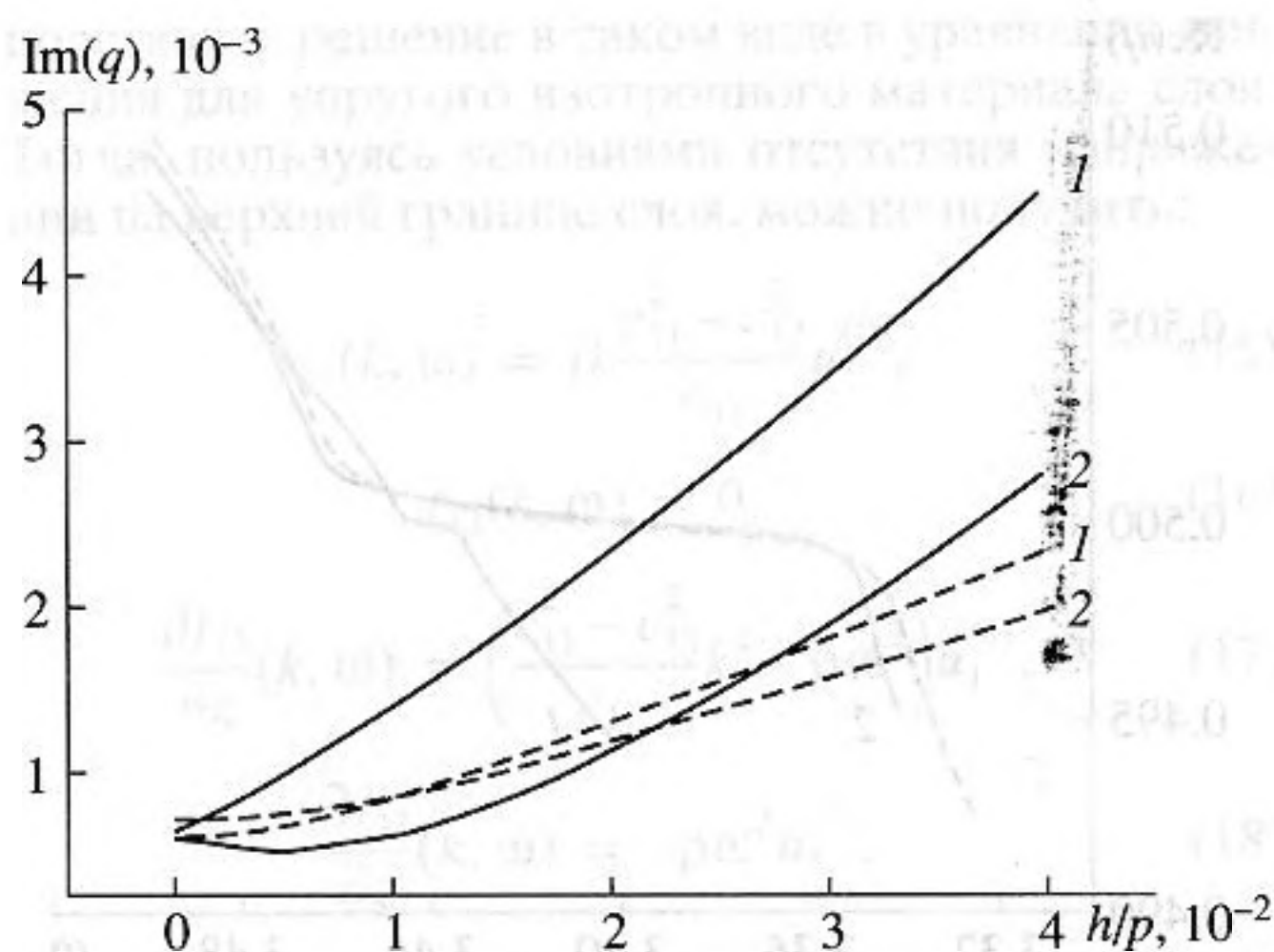


Рис. 4. Мнимая часть волнового числа в центре полосы непропускания в зависимости от параметра  $h/p$ . Сплошные кривые – преобразование быстрой волны утечки в волну Рэлея. Пунктирные кривые – отражение волны Рэлея. 1 – замкнутые электроды; 2 – изолированные электроды.

соответствует взаимному переотражению двух быстрых волн утечки, распространяющихся в противоположных направлениях.

В системе изолированных электродов (рис. 3) центральная частота полосы непропускания сдвинута в область более высоких частот, что связано с уменьшением эффекта электрического экранирования по сравнению с системой замкнутых электродов. Важным отличием здесь является немонотонное изменение коэффициента отражения с увеличением параметра  $h/p$ . Такое поведение коэффициента отражения объясняется противо-

ложными знаками электрического коэффициента отражения в системах замкнутых и изолированных электродов. При достаточно толстых электродах отражение вследствие механического возмущения начинает преобладать над отражением из-за электрического возмущения поверхности, и коэффициент отражения возрастает.

Сплошными линиями на рис. 1, 2 и 3 показаны кривые, полученные по методу возмущений, а пунктирными – по методу конечных элементов. Видно, что результаты, полученные этими двумя методами, близко совпадают при малых значениях  $h/p$ , заметное расхождение появляется при  $h/p > 0.02$ . Наибольшее расхождение не превышает 5%.

Непосредственно справа от полосы непропускания (рис. 1 и 3) появляется сильное затухание вследствие утечки в объемную продольную волну. Аналогичное явление имеет место для квазипоперечных волн утечки, например в  $36^\circ\text{YX-LiTaO}_3$  [6]. Затухание слева от полосы непропускания связано с природой волны и объясняется утечкой энергии в объемную продольную волну. Это затухание имеет место и на невозмущенной поверхности. Однако, в системе замкнутых электродов на левом краю полосы непропускания имеется минимум затухания при  $h/p = 0.015$ , равный 0.006 децибела на длину волны, что вдвое меньше затухания на невозмущенной металлизированной поверхности.

Кроме быстрой волны утечки в данном срезе тетрабората лития существует рэлеевская волна, скорость которой  $V_R$  в 2.1 раза меньше скорости быстрой волны утечки  $V_L$ . При выполнении условия  $Q = q_L + q_R$ , где  $q_L$  и  $q_R$  – волновые числа волны утечки и волны Рэлея соответственно, имеет место отражение быстрой волны утечки с преобразованием в волну Рэлея, а при выполнении  $Q = 2q_R$  происходит отражение волны Рэлея. В случае изолированных электродов (рис. 4) максимальный коэффициент преобразования волны утечки в волну Рэлея при увеличении толщины электродов изменяется немонотонно так же, как и при отражении быстрых волн утечки. Однако, коэффициент отражения волны Рэлея для систем изолированных и замкнутых электродов при увеличении толщины изменяется монотонно, что связано с меньшим значением константы электромеханической связи для волн Рэлея. Кроме того, волна Рэлея является собственной модой пьезоэлектрического полупространства, поэтому она более “устойчива” к возмущению поверхности, и величины коэффициента преобразования быстрой волны утечки в волну Рэлея и коэффициента отражения волны Рэлея имеют меньшие значения по сравнению с коэффициентом отражения быстрых волн утечки.

Результаты настоящей работы в целом хорошо согласуются с результатами [5]. Данные, по-

лученные с помощью развитого подхода теории возмущений, близко совпадают с данными, полученными на основе метода конечных элементов. Рассчитанные дисперсионные кривые могут быть использованы для определения параметров теории связанных мод, которая широко используется для расчета фильтров на ПАВ.

Авторы выражают благодарность INTAS за поддержку данной работы в рамках проекта № 96-0441.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gulyaev Y.V.* Review of Shear Surface Acoustic Waves in Solids // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr. 1998. V. 45. № 4. P. 935–938.
2. *Nakamura K., Kazumi M., Shimizu H.* SH-type and Rayleigh-type surface waves on rotated Y-cut LiTaO<sub>3</sub> // IEEE Ultrason. Symp. Proc. 1977. P. 819–822.
3. *Naumenko N.F.* Leaky surface acoustic waves with quasilongitudinal polarization in the crystal of lithium tetraborate // Sov. Phys. Crystallogr. 1992. V. 35. № 4. P. 520–522.
4. *Sato T., Abe H.* Propagation properties of longitudinal leaky surface waves on lithium tetraborate // IEEE Ultrason. Symp. Proc. 1994. P. 287–292.
5. *Sato T., Abe H.* Longitudinal leaky surface waves for high frequency SAW device applications // IEEE Ultrason. Symp. Proc. 1995. P. 305–315.
6. *Plessky V.P., Thorvaldsson T.* Periodic Green's function analysis of SAW and leaky SAW propagation in a periodic system of electrodes on a piezoelectric crystal // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr. 1995. V. 42. № 2. P. 280–293.
7. *Peach R.C.* A General Green Function Analysis for SAW Devices // IEEE Ultrason. Symp. Proc. 1995. P. 221–225.
8. *Biryukov S.V., Weihnacht M.* The effective permittivity in the complex plane and a simple estimation method for leaky wave slowness // IEEE Ultrason. Symp. Proc. 1996. P. 221–224.
9. *Biryukov S.V., Weihnacht M.* Real-space field of surface sources and the problem of fast leaky wave generation in a piezoelectric half-space // Journ. Appl. Phys. 1998. V. 83. № 65. P. 3276–3287.
10. *Бреховских Л.М.* О распространении поверхностных акустических волн Рэлея вблизи неровной границы твердого тела // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 3. С. 282–289.
11. *Бирюков С.В.* Уравнение для поверхностного импеданса неоднородной упругой среды // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 3. С. 296–302.
12. *Auld B.A.* Acoustic Fields and Waves in Solids. N.Y.: Wiley, 1973.
13. *Lerch R.* Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three-Dimensional Finite Elements // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr. 1990. V. 37. № 2. P. 233–247.
14. *Koshiha M., Mitobe S., Suzuki M.* Finite-Element Solution of Periodic Waveguides for Acoustic Waves // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr. 1987. V. 34. № 4. P. 472–477.

## Propagation of Fast Leaky Surface Waves in a System of Metal Electrodes on a Lithium Tetraborate Crystal

V. I. Grigor'evskii and Yu. V. Gulyaev

Dispersion curves are calculated for fast leaky surface acoustic waves in a periodic system of metal electrodes on a lithium tetraborate crystal. The periodic Green's function analysis is applied to the piezoelectric halfspace. To allow for the mechanical properties of the electrodes, a perturbation method is developed that is accurate to within the first order of the electrode thickness-to-period ratio, and the finite-element method is used to investigate the higher-order effects. The reflection factor of a system of two open electrodes is shown to have a minimum at a certain electrode thickness. The fast leaky-to-Rayleigh wave conversion factor and the Rayleigh wave reflection factor are studied as functions of the electrode thickness.