АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2000, том 46, № 5, с. 644–649

УДК 621.515:534

АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ИДЕАЛЬНОМ ГАЗЕ

© 2000 г. **В. И. Ерофеев, И. Н. Солдатов**

Нижегородский филиал Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН
603024 Н. Новгород, ул. Белинского, 85
E-mail: wvs@dynamo.nnov.ru

Поступила в редакцию 03.07.98 г.

Рассмотрено распространение акустических волн во вращающемся идеальном газе, когда стратификация по плотности вследствие вращения существенна. Для описания волн, распространяющихся перпендикулярно оси вращения, предложено уравнение для скалярной величины – функции от плотности. Представлены зависимости фазовой и групповой скоростей акустогироскопической волны от частоты. Показано, что стратификация газа приводит к экспоненциальному затуханию амплитуды акустической волны, излучаемой вблизи оси вращения, и не оказывает влияния на инерционно-гироскопическую волну.

Исследование акустических процессов в таких устройствах, содержащих газ или сжимаемую жидкость, как роторы, центрифуги, сепараторы, турбомашины, представляет интерес не только из стремления к снижению виброакустической нагрузки на персонал и по причине усиливающихся требований к надежности техники, но и вследствие влияния мощных акустических полей на технологические процессы. Вышеупомянутые технические устройства представляют собой достаточно очевидный, но далеко не полный набор случаев, когда в волновых процессах принципиальную роль играют эффекты, связанные с вращением среды. Вращение учитывается во многих случаях при рассмотрении волновых процессов в океане [5–9] и атмосфере [10], но при этом оно игнорируется при изучении акустических волн. Наибольшее внимание было привлечено к волновым процессам в турбомашинах [1–4]. Ряд вопросов, таких как фазовая, групповая скорости, влияние стратификации плотности из-за вращения на параметры волны, существенных для понимания волновых процессов во вращающихся газах, каким-то образом остался в тени.

Предположим, что идеальный газ заключен в бесконечный цилиндр большого радиуса. В невозмущенном состоянии цилиндр и газ вращаются с угловой скоростью $\mathbf{\Omega}$, коллинеарной оси цилиндра Oz. В неинерциальной системе отсчета, жестко связанной с вращающимся цилиндром, скорость частиц газа равна нулю, плотность ρ_0 является определенной функцией расстояния r от оси вращения

$$\mathbf{v}_0 = 0, \quad \rho_0 = \rho_0(r).$$

При распространении возмущения движение частиц газа будем считать изоэнтропическим, давление p – функция только плотности ρ. Введем функцию давления $P = \int \frac{c^2 d\rho}{\rho}$, где $c^2 = \frac{dp}{d\rho}$ – квадрат скорости звука, тогда уравнения движения и неразрывности приобретут вид

$$\mathbf{v}_t + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla P + 2[\mathbf{v}, \mathbf{\Omega}] + \Omega^2\mathbf{r},$$
$$P_t + (\nabla P, \mathbf{v}) + c^2 div\mathbf{v} = 0. \tag{1}$$

В случае политропного газа для адиабатических движений справедлива формула

$$c^2 = \mathrm{const}\,\gamma\rho^{\gamma-1},$$

что позволяет без труда обратить выражение для функции давления P через плотность ρ

$$\rho = \left(\frac{1}{\mathrm{const}}\frac{\gamma-1}{\gamma}P\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

В невозмущенном состоянии для совершенного газа с постоянными теплоемкостями зависимость функции давления P_0 от расстояния до оси вращения r является квадратичной:

$$P_0 = \frac{1}{2}\Omega^2 r^2 + P_*,$$

где P_* – значение функции давления на оси вращения.

Уравнения движения газа, линеаризованные около невозмущенного состояния, имеют вид

$$\mathbf{v}_t = -\nabla P + 2[\mathbf{v}, \mathbf{\Omega}], \tag{2}$$

$$\frac{1}{c_0^2}\{P_t + (\nabla P_0, \mathbf{v})\} + \mathrm{div}\mathbf{v} = 0. \tag{3}$$

В случае совершенного газа c_0^2 не зависит от r: $c_0^2 = \gamma RT$, γ – отношение теплоемкости при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном

объеме, R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура. Подстановка величины P из (3) в продифференцированное по t уравнение (2) позволяет записать уравнение с одной векторной неизвестной – скоростью частиц газа:

$$\mathbf{v}_{tt} - \nabla(\nabla P_0, \mathbf{v}) - \nabla(c_0^2 \mathrm{div}\mathbf{v}) - 2[\mathbf{v}_t, \mathbf{\Omega}] = 0. \quad (4)$$

Во многих отношениях удобнее оперировать не с векторным, а, если это возможно, со скалярным уравнением. Используя представление вектора скорости $\mathbf{v}$ через потенциалы Лэмба

$$\mathbf{v} = \nabla\theta + \mathrm{rot}\boldsymbol{\psi}, \quad \mathrm{div}\boldsymbol{\psi} = 0,$$

перейдем от векторного уравнения (2) к системе уравнений

$$\theta_t = -P - 2(\boldsymbol{\psi}, \mathbf{\Omega}), \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\psi}_t = 2\theta\mathbf{\Omega} + 2[\boldsymbol{\psi}, \mathbf{\Omega}]. \quad (6)$$

Заметим, что такой переход ограничивает нас рассмотрением волновых процессов в плоскости, перпендикулярной оси вращения: требование равенства нулю дивергенции ψ, как нетрудно усмотреть из (6), приводит к условию $(\mathbf{v}, \mathbf{\Omega}) = 0$.

Уравнение (3) после перехода к потенциалам Лэмба приобретает вид

$$P_t + (\nabla P_0, \nabla\theta) + (\nabla P_0, \mathrm{rot}\boldsymbol{\psi}) + c_0^2\Delta\theta = 0. \quad (7)$$

Умножив векторно слева на $\mathbf{\Omega}$ уравнение (6), получим

$$[\boldsymbol{\psi}_t, \mathbf{\Omega}] = -2[\mathbf{\Omega}, [\boldsymbol{\psi}, \mathbf{\Omega}]]. \quad (8)$$

После дифференцирования уравнения (6) по t, подстановки в него выражения (8) и элементарных преобразований получим

$$\boldsymbol{\psi}_{tt} = 2\theta_t\mathbf{\Omega} - 4\Omega^2\boldsymbol{\psi} + 4\mathbf{\Omega}(\boldsymbol{\psi}, \mathbf{\Omega}). \quad (9)$$

Подставив выражение для θ_t из (5) в (9), придем к следующему виду последнего уравнения:

$$\boldsymbol{\psi}_{tt} + 4\Omega^2\boldsymbol{\psi} = -P\mathbf{\Omega}. \quad (10)$$

Продифференцировав уравнение (5) по t и заметив, что скалярное произведение $(\boldsymbol{\psi}_t, \mathbf{\Omega})$ легко определить из (6), получим следующую связь между P_t и потенциалом θ:

$$P_t = -\theta_{tt} - 4\Omega^2\theta. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) позволяют преобразовать уравнение (7) к форме, содержащей только одну неизвестную функцию P. С целью исключения потенциалов θ и ψ из (7), продифференцируем это уравнение два раза по t и получившееся выражение сложим с исходным уравнением (7), умноженным на $4\Omega^2$. После простых преобразований с использованием (10) и (11) получим уравнение для P, описывающее распространение акустических волн во вращающемся газе в плоскости, перпендикулярной оси вращения:

$$P_{ttt} + 4\Omega^2 P_t - (\nabla P_0, \nabla P_t) - 2(\nabla P_0, [\nabla P, \mathbf{\Omega}]) - c_0^2\Delta P_t = 0. \quad (12)$$

Как видно из (12), плоская волна во вращающемся стратифицированном газе распространяться не может: фронт волны обязательно будет искажаться по мере распространения. Для почти плоской высокочастотной (в сравнении с угловой частотой вращения Ω) волны можно записать стационарное асимптотическое разложение

$$P \sim e^{-i\omega t + i\omega\vartheta(\mathbf{x})} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m(\mathbf{x})}{(i\omega)^m}$$

и из (12) получить уравнения эйконала и переноса приравниванием нулю коэффициентов при различных степенях ω:

$$(\nabla\vartheta)^2 = \frac{1}{c_0^2},$$

$$\Omega^2(\mathbf{r}, \nabla\vartheta)A_m + c_0^2\Delta\vartheta A_m + 2c_0^2(\nabla\vartheta, \nabla A_m) = 4\Omega^2 A_{m-1} - \Omega^2(\mathbf{r}, \nabla A_{m-1}) - c_0^2\Delta A_{m-1} + 2\Omega^2([\mathbf{r}, \nabla\vartheta], \mathbf{\Omega})A_{m-1} + 2\Omega^2([\mathbf{r}, \nabla A_{m-2}], \mathbf{\Omega}), \quad (13)$$

$$A_{-1} = A_{-2} = 0, \quad m = 0, 1, 2, \ldots.$$

В случае совершенного газа уравнение эйконала (13) сводится к простой зависимости модуля волнового числа $\mathbf{k} = \omega^{-1}\nabla\vartheta$ от циклической частоты ω:

$$|\mathbf{k}| = \frac{\omega}{c_0},$$

причем правая часть уравнения не зависит от пространственных переменных. Нулевая амплитуда экспоненциально убывает с ростом x – переменной вдоль направления распространения волны

$$A_0 = A_{00}\exp\left(-\frac{\Omega^2}{2c_0^2}x^2\right).$$

В случае однородного газа равны нулю третий и четвертый члены уравнения (12) и плоская волна может распространяться, амплитуда ее не меняется, дисперсионное соотношение имеет вид

$$k^2 = \frac{\omega^2 - 4\Omega^2}{c_0^2}.$$

В стратифицированном газе это дисперсионное соотношение выполняется приближенно для низкочастотной, почти плоской акустической волны, когда влияние неоднородности среды мало. Из последнего выражения видно, что при $\omega = 2\Omega$ плоская акустическая волна в направлении, перпендикулярном оси вращения, распространяться не будет; а будет возбуждаться инерционно-гиро-

скопическая волна по оси вращения, которая энергию не переносит (групповая скорость инерционно-гироскопической волны равна нулю при $\omega = 2\Omega$ [5]). Это важно отметить в связи с рассуждениями о кориолисовом резонансе на частоте $\omega = 2\Omega$ в работе [3].

В цилиндрической системе координат уравнение (12) принимает вид

$$P_{ttt} + 4\Omega^2 P_t - \Omega^2 r P_{rt} - 2\Omega^3 P_\varphi - c_0^2\left(P_{rrt} + \frac{1}{r}P_{rt} + \frac{1}{r^2}P_{\varphi\varphi t}\right) = 0,$$

откуда для амплитуды гармонической цилиндрической волны $P = \hat{P}(r)e^{-i\omega t}$ получаем

$$\hat{P}''' + \left(\frac{1}{r} + \frac{\Omega^2 r}{c_0^2}\right)\hat{P}' + \frac{\omega^2 - \Omega^2}{c_0^2}\hat{P} = 0.$$

После замены независимой переменной $\tilde{r} = rc_0^{-1}\sqrt{\omega^2 - 4\Omega^2}$ уравнение для $\hat{P}$ приобретает вид

$$\hat{P}''' + \left(\frac{1}{\tilde{r}} + \sigma\tilde{r}\right)\hat{P}' + \hat{P} = 0, \quad \sigma = \left(\frac{\omega^2}{\Omega^2} - 4\right)^{-1}. \quad (14)$$

Уравнение имеет решение

$$\hat{P}(\tilde{r}) = \frac{1}{r}e^{-\frac{\sigma}{4}\tilde{r}^2}\left[C_1 M_{\frac{1-\sigma}{2\sigma},0}\left(\frac{\sigma}{2}\tilde{r}^2\right) + C_2 W_{\frac{1-\sigma}{2\sigma},0}\left(\frac{\sigma}{2}\tilde{r}^2\right)\right],$$

где $M_{\frac{1-\sigma}{2\sigma},0}\left(\frac{\sigma}{2}\tilde{r}^2\right)$, $W_{\frac{1-\sigma}{2\sigma},0}\left(\frac{\sigma}{2}\tilde{r}^2\right)$ – функции Уиттекера [11]. При $\omega > 2\Omega$ функция $\hat{P}$ стремится к нулю как $O\left(\tilde{r}^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sigma}}e^{-\frac{\sigma}{4}\tilde{r}^2}\right)$ с ростом $\tilde{r}$, совершая затухающие колебания. Напротив, при $\omega < 2\Omega$ решение уравнения (14), ограниченное при $\tilde{r} = 0$, обнаруживает экспоненциальный рост.

При пренебрежении неоднородностью газа второй член в круглых скобках уравнения (14) обращается в нуль (формально можно положить $\sigma = 0$), тогда уравнение будет иметь решение, выражающееся через функции Бесселя нулевого порядка: $\hat{P}(\tilde{r}) = C_1 J_0(\tilde{r}) + C_2 Y_0(\tilde{r})$ при $\omega > 2\Omega$ и $\hat{P}(\tilde{r}) = C_1 I_0(\tilde{r}) + C_2 K_0(\tilde{r})$ при $\omega < 2\Omega$. Как и следовало ожидать, амплитуда цилиндрической волны в однородном газе убывает со скоростью $O\left(\tilde{r}^{-\frac{1}{2}}\right)$ при $\tilde{r} \longrightarrow \infty$ и $\omega > 2\Omega$.

Обратимся теперь к случаю волны, распространяющейся под углом χ к оси вращения. В предположении, что $c_0 = \text{const}$, в цилиндрической системе координат с осью z, направленной вдоль оси вращения, векторное уравнение (4) может быть переписано в виде следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= \Omega^2 r u_r + \Omega^2 u + \\ &+ c_0^2\left(u_{rr} + \frac{u_r}{r} - \frac{u}{r^2} - \frac{v_\varphi}{r^2} + \frac{v_{r\varphi}}{r} + w_{rz}\right) + 2\Omega v_t, \\ v_{tt} &= \Omega^2 u_\varphi + c_0^2\left(\frac{u_{r\varphi}}{r} + \frac{u_\varphi}{r^2} + \frac{v_{\varphi\varphi}}{r^2} + \frac{w_{z\varphi}}{r}\right) - 2\Omega u_t, \\ w_{tt} &= \Omega^2 r u_z + c_0^2\left(u_{rz} + \frac{u_z}{r} + \frac{v_{z\varphi}}{r} + w_{zz}\right), \end{aligned} \quad (15)$$

где u, v, w – радиальная, азимутальная и аксиальная компоненты вектора скорости $\mathbf{v}$. Если пренебречь стратификацией газа в невозмущенном состоянии, как это делается при рассмотрении акустических процессов в турбомашинах [3, 4], т.е. пренебречь членами с Ω^2, и искать решение (15) в виде гармонической волны

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{w} \end{pmatrix} r^{-\frac{1}{2}}\exp(-i\omega t + ik_z z + ik_r r), \quad (16)$$

то, удерживая только главные члены, получим линейную алгебраическую систему

$$\begin{aligned} (\omega^2 + \Omega^2 - c_0^2 k_r^2)\hat{u} + 2i\omega\Omega\hat{v} - c_0^2 k_r k_z \hat{w} &= 0, \\ 2i\omega\Omega\hat{u} + \omega^2\hat{v} &= 0, \\ -c_0^2 k_r k_z \hat{u} + (\omega^2 - c_0^2 k_z^2)\hat{w} &= 0. \end{aligned}$$

Нетривиальное решение этой системы существует при условии

$$\omega^4 - \omega^2(c_0^2 k_r^2 + c_0^2 k_z^2 + 4\Omega^2) + 4\Omega^2 c_0^2 k_z^2 = 0. \quad (17)$$

Дисперсионное уравнение (17), которое совпадает с дисперсионным уравнением работы [3] с поправкой на доплеровский сдвиг, можно записать несколько иначе:

$$k^2 = \frac{\omega^2(\omega^2 - 4\Omega^2)}{c_0^2(\omega^2 - 4\Omega^2\cos^2\chi)}, \quad k^2 = k_r^2 + k_z^2. \quad (18)$$

Из (18) видно, что для циклических частот ω из диапазона $2\Omega\cos\chi < \omega < 2\Omega$ нет распространяющихся волн под углом χ к оси z. Можно сказать также иначе: если частота $\omega < 2\Omega$, то бегущая волна может существовать только для углов $\chi < \arccos\frac{\omega}{2\Omega}$.

На рис. 1 представлен график зависимости фазо-

вой скорости c_{ph} от частоты ω для угла $\chi = \pi/3$. Вектор групповой скорости $\mathbf{c}_g$

$$\mathbf{c}_g = \begin{cases} \dfrac{c_0^2}{2c_{ph}}\left[\left(1 - \dfrac{\omega^2 c_0^2}{2\Phi c_{ph}^2} - \dfrac{2\Omega^2}{\Phi}\right)\dfrac{\mathbf{k}}{k} + \dfrac{4\Omega^2}{\Phi}\cos\chi\dfrac{\mathbf{\Omega}}{\Omega}\right], \\ \omega < 2\Omega\cos\chi, \\ \dfrac{c_0^2}{2c_{ph}}\left[\left(1 + \dfrac{\omega^2 c_0^2}{2\Phi c_{ph}^2} + \dfrac{2\Omega^2}{\Phi}\right)\dfrac{\mathbf{k}}{k} - \dfrac{4\Omega^2}{\Phi}\cos\chi\dfrac{\mathbf{\Omega}}{\Omega}\right], \\ \omega > 2\Omega, \end{cases}$$

$$c_{ph} = c_0\sqrt{\frac{\omega^2 - 4\Omega^2\cos^2\chi}{\omega^2 - 4\Omega^2}},$$

$$\Phi = \frac{1}{2}\sqrt{(c_0^2k^2 + 4\Omega^2)^2 - 16\Omega^2 c_0^2 k^2\cos^2\chi},$$

направлен под углом β к волновому вектору $\mathbf{k}$ (рис. 2). Угол β в зависимости от частоты меняется от нуля до $\pi/2$ (это демонстрирует график $\cos\beta$ от ω для случая $\chi = \pi/3$ на рис. 3). На высоких частотах волновой вектор и вектор групповой скорости становятся коллинеарными.

Вернемся к стратифицированному газу и, не делая каких-либо предположений о величине коэффициентов в уравнениях (15), рассмотрим волновой процесс, не зависящий от угла φ. Система уравнений (15) сводится к одному уравнению

$$(\partial_t^2 - c_0^2\partial_z^2)(u_{tt} - \Omega^2 r u_r + 3\Omega^2 u) - \\ - c_0^2\partial_t^2\left(u_{rr} + \frac{u_r}{r} - \frac{u}{r^2}\right) - c_0^2\Omega^2\partial_z^2(u + ru_r) = 0. \quad (19)$$

Попутно отметим, что для нестратифицированного газа аналог последнего уравнения имеет вид

$$(\partial_t^2 - c_0^2\partial_z^2)(u_{tt} + 4\Omega^2 u) - c_0^2\partial_t^2\left(u_{rr} + \frac{u}{r} - \frac{u}{r^2}\right) = 0.$$

Подставляя в (19) решение в виде

$$u = \hat{u}(r)\exp(-i\omega t + ik_z z + ik_r r),$$

после несложных преобразований получим обыкновенное дифференциальное уравнение для комплексной амплитуды $\hat{u}(r)$:

$$\hat{u}'' + \left(\frac{1}{r} + 2ik_r + \frac{\Omega^2}{c_0^2}r\right)\hat{u}' + \left(-\frac{1}{r^2} + i\frac{k_r}{r} + \right. \\ \left. + \frac{\omega^2}{c_0^2} - k_r^2 - k_z^2 - \frac{3\Omega^2}{c_0^2} + \frac{4\Omega^2 k_z^2}{c_0^2} + i\frac{\Omega^2 k_r}{c_0^2}r\right)\hat{u} = 0.$$

Качественная зависимость модуля функции $\hat{u}(r)$ от расстояния $\tilde{r} = \Omega r/c_0$ для волн, распространяющихся в стратифицированном (сплошная линия) и нестратифицированном (пунктир) газе, представлена графически на рис. 4. При учете увеличения плотности газа к периферии убывание модуля $\hat{u}(r)$, за исключением единственного подъема, имеет (как видно из рис. 4) вполне монотонный характер.

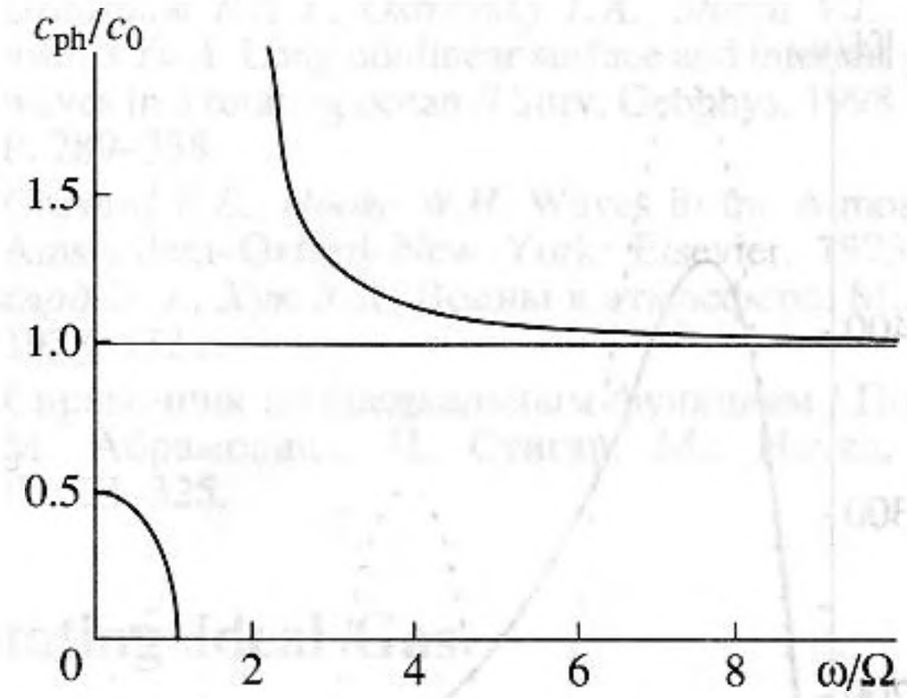

Рис. 1.

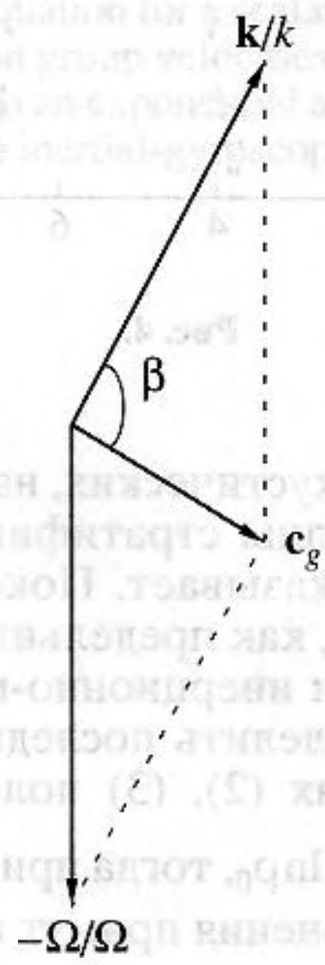

Рис. 2.

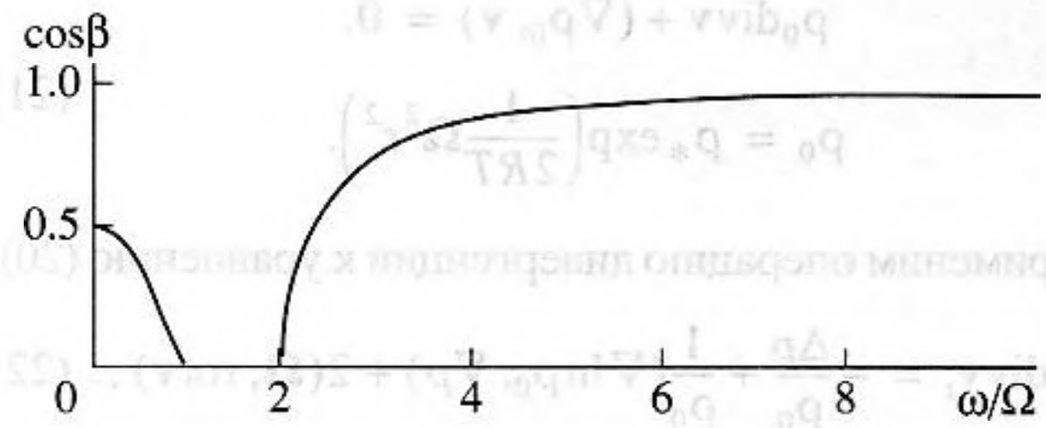

Рис. 3.

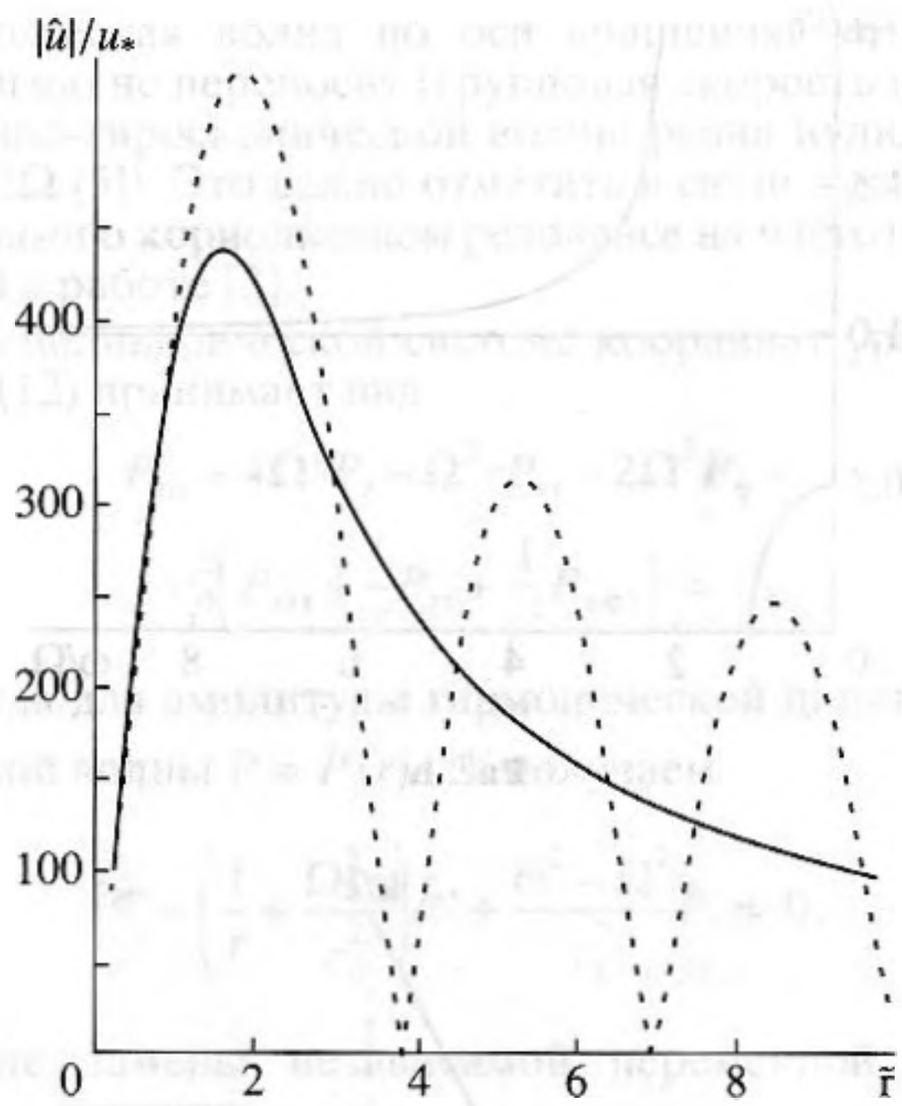

Рис. 4.

В отличие от акустических, на инерционно-гироскопические волны стратификация плотности по r влияния не оказывает. Покажем это. Решение (16) содержит, как предельные случаи, и чисто акустические, и инерционно-гироскопические волны. Чтобы выделить последние, нужно в исходных уравнениях (2), (3) положить $c_0 = \infty$ и учесть, что $P_0 = c_0^2 \ln\rho_0$, тогда при возврате к переменным p и ρ уравнения примут вид

$$\mathbf{v}_t = -\frac{\nabla p}{\rho} + 2[\mathbf{v}, \mathbf{\Omega}], \tag{20}$$

$$\rho_0 \operatorname{div}\mathbf{v} + (\nabla\rho_0, \mathbf{v}) = 0,$$
$$\rho_0 = \rho_* \exp\left(\frac{1}{2RT}\Omega^2 r^2\right). \tag{21}$$

Применим операцию дивергенции к уравнению (20):

$$\operatorname{div}\mathbf{v}_t = -\frac{\Delta p}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_0}(\nabla\ln\rho_0, \nabla p) + 2(\mathbf{\Omega}, \operatorname{rot}\mathbf{v}), \tag{22}$$

а затем продифференцируем получившееся уравнение (22) два раза по t и сложим с уравнением (22), умноженным на $4\Omega^2$:

$$\operatorname{div}(\mathbf{v}_{ttt} + 4\Omega^2\mathbf{v}_t) = -\frac{\Delta p_{tt}}{\rho_0} - 4\Omega^2\frac{\Delta p}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_0}(\nabla\ln\rho_0, \nabla p_{tt} + 4\Omega^2\nabla p) + 2(\mathbf{\Omega}, \operatorname{rot}\mathbf{v}_{tt}) + 8\Omega^2(\mathbf{\Omega}, \operatorname{rot}\mathbf{v}). \tag{23}$$

Дальнейшие преобразования проведем с использованием уравнения неразрывности (21) и нижеследующей формулы, которая выводится так: уравнение (20) умножается векторно на $2\mathbf{\Omega}$, а затем складывается с продифференцированным по времени t уравнением (20) и приводятся подобные члены

$$\mathbf{v}_{tt} + 4\Omega^2\mathbf{v} = -\frac{\nabla p_t}{\rho_0} - 2\left[\frac{\nabla p}{\rho_0}, \mathbf{\Omega}\right] + 4(\mathbf{v}, \mathbf{\Omega})\mathbf{\Omega}. \tag{24}$$

Преобразуем уравнение (23), используя (21), (24) и равенства $\operatorname{div}(\mathbf{v}_t, \mathbf{\Omega})\mathbf{\Omega} = -\left(\mathbf{\Omega}, \nabla\left(\frac{\nabla p}{\rho_0}, \mathbf{\Omega}\right)\right)$, $\operatorname{rot}(\mathbf{v}_t, \mathbf{\Omega})\mathbf{\Omega} = \left[\mathbf{\Omega}, \nabla\left(\frac{\nabla p}{\rho_0}, \mathbf{\Omega}\right)\right]$ к виду, не содержащему $\mathbf{v}$:

$$\Delta p_{tt} + 4\Omega^2\Delta p - 4\Omega^2(\nabla\ln\rho_0, \nabla p) + 4\rho_0\left(\mathbf{\Omega}, \operatorname{rot}\left[\frac{\nabla p}{\rho_0}, \mathbf{\Omega}\right]\right) = 0. \tag{25}$$

Формула

$$\left(\mathbf{\Omega}, \operatorname{rot}\left[\frac{\nabla p}{\rho_0}, \mathbf{\Omega}\right]\right) = \left(\mathbf{\Omega}, \nabla\left(\frac{\nabla p}{\rho_0}, \mathbf{\Omega}\right) - \mathbf{\Omega}\frac{\Delta p}{\rho_0} - \mathbf{\Omega}\frac{(\nabla\ln\rho_0, \nabla p)}{\rho_0}\right)$$

позволяет после небольших преобразований исключить ρ_0 из уравнения (25):

$$\Delta p_{tt} + 4(\mathbf{\Omega}, (\mathbf{\Omega}\nabla)\nabla p) = 0.$$

Таким образом, на распространение инерционной волны не влияет стратификация жидкости.

Работа выполнялась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 00-02-17337 и № 99-01-00172).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Покровский Б.В., Юдин Е.Я.* Основные особенности шума и вибрации центробежных насосов // Акуст. журн. 1966. Т. 12. Вып. 3. С. 355–364.
2. *Баженов Д.В., Римский-Корсаков А.В.* О вихревом звуке лопаточных машин // Акусто-аэродинамические исследования. М.: Наука, 1975. С. 41–45.
3. *Kurosaka M., Caruthers J.E.* "Coriolis Resonance" within a Potating Duct // AIAA J. 1982. V. 20. № 8. P. 1148–1150.
4. *Хитрик В.А.* О распространении звука во вращающемся межлопаточном канале турбомашины // Акуст. журн. 1997. Т. 43. Вып. 1. С. 110–115.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.; *Landau L.D., Lifshitz E.M.* Fluid Mechanics. London: Pergamon Press, 1959.

6. *Бреховских Л.М., Гончаров В.В.* Введение в механику сплошных сред. М.: Наука, 1982. 336 с.

7. *Le Blond P.H., Mysak L.A.* Waves in the Ocean. Amsterdam–Oxford–New York: Elsevier, 1978; *Де Блон П.Х., Майсек Л.А.* Волны в океане. Т. 1. М.: Мир, 1981. 480 с.

8. *Greenspan H.P.* The Theory of Rotating Fluids. Cambridge Univ. Press, 1968; *Гринспен Х.* Теория вращающихся жидкостей. Л.: Гидрометеоиздат, 1975.

9. *Grimshaw R.H.J., Ostrovsky L.A., Shrira V.I., Stepanyants Yu.A.* Long nonlinear surface and internal gravity waves in a rotating ocean // Surv. Geophys. 1998. V. 19. P. 289–338.

10. *Gossard E.E., Hooke W.H.* Waves in the Atmosphere. Amsterdam–Oxford–New York: Elsevier, 1975; *Госсард Э.Э., Хук У.Х.* Волны в атмосфере. М.: Мир, 1978. 532 с.

11. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979. С. 321–325.

Acoustic Waves in a Rotating Ideal Gas

V. I. Erofeev and I. N. Soldatov

The acoustic wave propagation in a rotating ideal gas with a density stratification due to the rotation is considered. For describing the waves propagating normally to the rotation axis, an equation for a scalar quantity being a function of density is proposed. The frequency dependences of the phase and group velocities of an acoustic-gyroscopic wave are presented. It is shown that the stratification of gas leads to an exponential amplitude decay for an acoustic wave generated near the rotation axis and has no effect on the inertial-gyroscopic wave.