

УДК 534.222.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ВТОРЫХ ГАРМОНИК ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ РАССЕЙЯНИИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ЖЕСТКОМ ЦИЛИНДРЕ

© 2001 г. И. Б. Аббасов

Таганрогский государственный радиотехнический университет

347928 Таганрог, пер. Некрасовский 44

E-mail: ig@egf.tsure.ru

Поступила в редакцию 17.02.2000 г.

Рассматривается поле вторых гармоник при нелинейном рассеянии взаимодействующих плоских акустических волн на жестком цилиндре. Методом последовательных приближений получены решения неоднородного волнового уравнения в первом и втором приближениях. Получены асимптотические выражения для слагаемых полного акустического давления вторых гармоник и приведены их диаграммы рассеяния.

Задача нелинейного рассеяния акустических волн на телах правильной геометрической формы является эталонной в нелинейной теории взаимодействия звуковых волн, и исследовалась в работах [1, 2]. В работе [3] рассмотрены вопросы использования параметрических излучателей для исследования рассеяния звука дискретными неоднородностями водной среды на разностной частоте. Работа [4] посвящена теоретическим и экспериментальным исследованиям поля второй гармоники при рассеянии фокусированного ультразвука на прямолинейной кромке. Задача нелинейного рассеяния взаимодействующих плоских акустических волн на телах сферической формы была исследована в работах [5, 6]. В работе [7] были проведены исследования вторичного поля волны разностной частоты при нелинейном рассеянии взаимодействующих акустических волн на цилиндре. Однако поле вторых гармоник исходных волн представляет немалый интерес, так как охватывает область геометрического рассеяния и может дополнить информативность принимаемого сигнала.

В данной работе исследуется поле вторых гармоник при рассеянии взаимодействующих плоских акустических волн на жестком цилиндре. Предположим, что в однородной среде распространяются плоские высокочастотные волны с потенциалами скорости ψ_{ni} :

$$\psi_{ni} = \psi_{n0} \exp[i(\omega_n t + k_n r \cos \varphi)],$$

где ψ_{n0} – амплитуда функции потенциала скорости, $n = 1, 2$ соответственно для волн с частотами ω_1 и ω_2 , k_n – волновое число, $\varphi = \pi$ соответствует направлению распространения падающей волны.

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Ось цилиндра бесконечной длины совпадает с осью z

цилиндрической системы координат. На цилиндр перпендикулярно оси z падают плоские волны. После рассеяния на цилиндре плоских волн в пространстве будут существовать рассеянные цилиндрические волны с потенциалом скорости ψ_{ns} :

$$\psi_{ns} = \psi_{n0} \exp(i\omega_n t) \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} \cos(m\varphi + \alpha_m) H_m^{(2)}(k_n r),$$

где $H_m^{(2)}(k_n r)$ – цилиндрическая функция Ханкеля второго рода m -го порядка, $A_m^{(n)}$ определяется из граничных условий, в нашем случае цилиндр абсолютно жесткий и удовлетворяет граничным условиям Неймана:

$$A_m^{(n)} = -\epsilon_m i^{-m} \frac{J'_m(k_n a)}{H_m^{(2)'}(k_n a)}, \quad \alpha_m = 0,$$

где $J_m(k_n a)$ – цилиндрическая функция Бесселя m -го порядка, a – радиус цилиндра.

Для дальнейших преобразований удобно представить плоские волны в виде ряда по цилиндрическим функциям [8]:

$$\begin{aligned} \psi_{ni} &= \psi_{n0} \exp[i(\omega_n t + k_n r \cos \varphi)] = \\ &= \psi_{n0} \exp(i\omega_n t) \sum_{l=0}^{\infty} \epsilon_l i^l J_l(k_n r) \cos l\varphi, \end{aligned}$$

где l – число цилиндрических функций, $\epsilon_l =$

$$\epsilon_l = \begin{cases} 1, & l = 0 \\ 2, & l = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

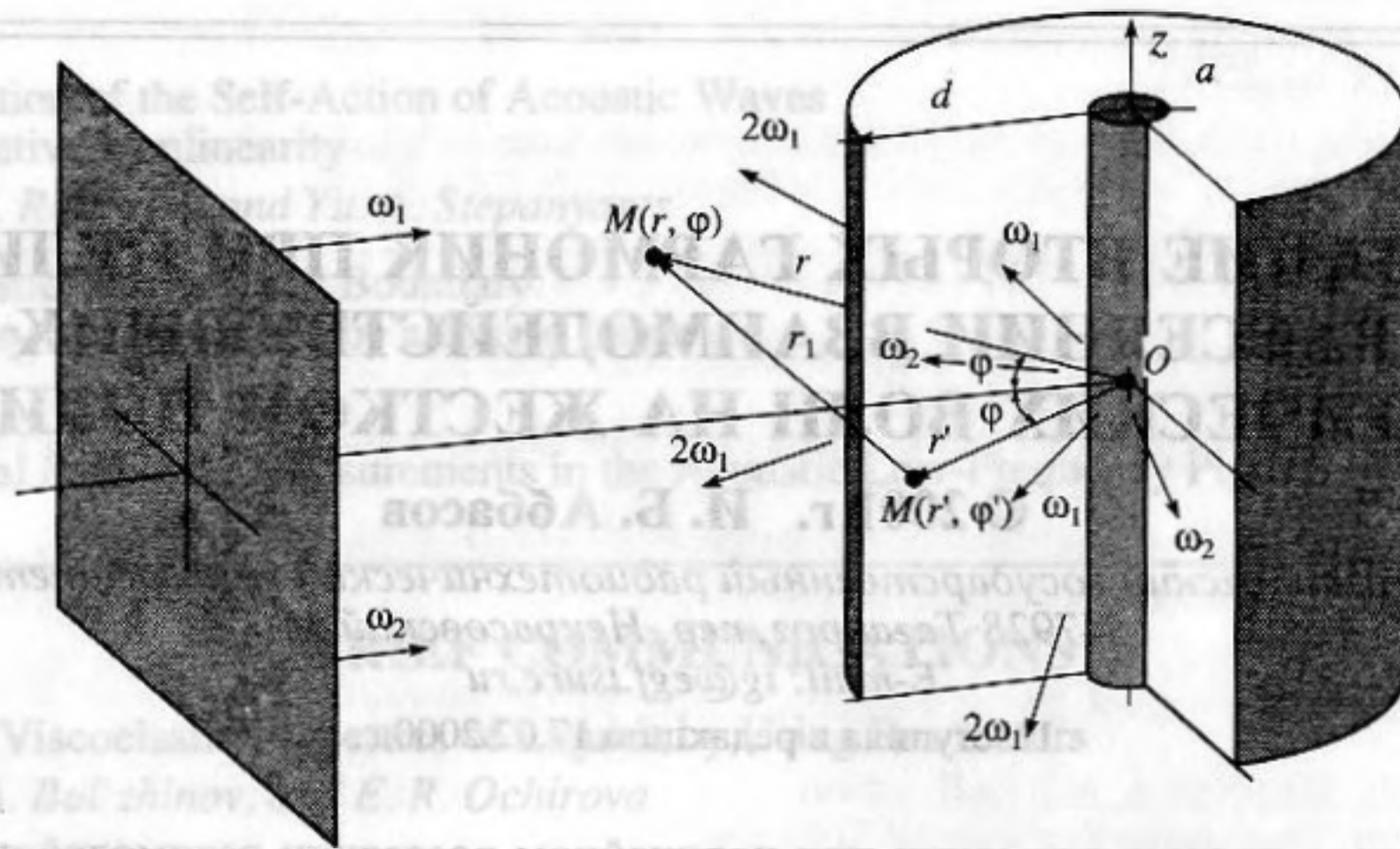


Рис. 1. Геометрия задачи.

Тогда функция потенциала скорости общего первичного акустического поля ψ_n будет иметь вид

$$\psi_n = \psi_{ni} + \psi_{ns} = \psi_{n0} \exp(i\omega_n t) \times \left[\sum_{l=0}^{\infty} \epsilon_l i^l J_l(k_n r) \cos l\phi + \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} \cos m\phi H_m^{(2)}(k_n r) \right] \quad (1)$$

Для решения задачи о взаимодействии первичных высокочастотных волн выражение (1) представляется с комплексно-сопряженной частью [9]:

$$\bar{\psi}_n = \psi_{n0} \left[\sum_{l=0}^{\infty} \epsilon_l J_l(k_n r) \cos l\phi \exp[i(\omega_n t + l\pi/2)] + \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} D_m^{(n)} \cos m\phi \exp[i(\omega_n t - \delta_m^{(n)} - \pi/2)] \right] + (\text{к.с.}),$$

где $D_m^{(n)}$ и $\delta_m^{(n)}$ - модуль и фаза цилиндрической функции Ханкеля $H_m^{(2)}(k_n r) = -i D_m^{(n)} \exp(-i\delta_m^{(n)})$.

Общее первичное поле акустического давления при этом будет состоять из полей с двумя частотами ω_1 и ω_2

$$p^{(1)} = p_1^{(1)} + p_2^{(1)} = \left\{ i\omega_1 \rho_0 \psi_{10} \left[\sum_{l=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} \exp[i(\omega_1 t + l\pi/2)] + \sum_{m=0}^{\infty} B_{2m}^{(1)} \exp[i(\omega_1 t - \delta_m^{(1)} - \pi/2)] \right] + (\text{к.с.}) \right\} + \left\{ i\omega_2 \rho_0 \psi_{20} \left[\sum_{l=0}^{\infty} B_{1l}^{(2)} \exp[i(\omega_2 t + l\pi/2)] + \sum_{m=0}^{\infty} B_{2m}^{(2)} \exp[i(\omega_2 t - \delta_m^{(2)} - \pi/2)] \right] + (\text{к.с.}) \right\}, \quad (2)$$

где $B_{1l}^{(n)} = \epsilon_l J_l(k_n r) \cos l\phi$, $B_{2m}^{(n)} = A_m^{(n)} D_m^{(n)} \cos m\phi$.

Данная задача рассеяния решается с помощью неоднородного волнового уравнения, которое описывает нелинейные процессы, происходящие в первичном поле [10]

$$\Delta p^{(2)} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial t^2} = -Q = -\frac{\epsilon}{c_0^4 \rho_0} \frac{\partial^2 p^{(1)^2}}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где Q - объемная плотность источников вторичных волн, c_0 - скорость звука в среде, ϵ - параметр квадратичной нелинейности, ρ_0 - плотность невозмущенной среды, $p^{(1)}$ и $p^{(2)}$ - общее акустическое давление первичного и вторичного полей.

Это волновое уравнение решается методом последовательных приближений. Решением первого приближения является выражение для акустического давления первичного поля $p^{(1)}$ (2). При поиске решения во втором приближении $p^{(2)}$ правая часть выражения (3) будет состоять из четырех частотных составляющих: $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ и $\omega_2 - \omega_1 = \Omega$.

Для второй гармоники $2\omega_1$ волны накачки ω_1 выражение объемной плотности источников вторичных волн будет иметь вид

$$Q_{2\omega} = K_{2\omega} \left[\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} B_{1m}^{(1)} \cos(2\omega_1 t + (l+m)\pi/2) + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} B_{2m}^{(1)} \cos(2\omega_1 t + l\pi/2 - \delta_m^{(1)} - \pi/2) + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} B_{2m}^{(1)} B_{2l}^{(1)} \cos(2\omega_1 t - \delta_m^{(1)} - \delta_l^{(1)} - \pi) \right], \quad (4)$$

где $K_{2\omega} = 2\epsilon \omega_1^2 \rho_0 \psi_{10}^2 / c_0^4$.

Решение неоднородного волнового уравнения (3) с правой частью (4) во втором приближении удобно искать в комплексной форме [10]

$$P_{2\omega}^{(2)} = \frac{1}{2} P_{2\omega}^{(2)} \exp[i(2\omega_1 t + \delta)] + (\text{к.с.}) \quad (5)$$

С помощью выражения (5) неоднородное волновое уравнение (3) приводится к неоднородному уравнению Гельмгольца

$$\Delta P_{2\omega}^{(2)} + k_{2\omega}^2 P_{2\omega}^{(2)} = -q_{2\omega}(r, \varphi), \quad (6)$$

где

$$q_{2\omega}(r, \varphi) = K_{2\omega} \left[\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} B_{1m}^{(1)} \exp[i(l+m)\pi/2] + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} B_{2m}^{(1)} \exp[i(l\pi/2 - \delta_m^{(1)} - \pi/2)] + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} B_{2m}^{(1)} B_{2l}^{(1)} \exp[i(\delta_m^{(1)} + \delta_l^{(1)} + \pi)] \right],$$

$k_{2\omega} = 2k_1$ – волновое число второй гармоники $2\omega_1$, временной множитель $\exp(i2\omega_1 t)$ здесь и далее опускаем.

Решение неоднородного уравнения Гельмгольца (6) записывается в виде объемного интеграла от произведения функции Грина на плотность источников вторичных волн [10, 11]

$$P_{2\omega}^{(2)}(r, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \int_V q_{2\omega}(r', \varphi') G(r_1) r' d\varphi' dz' dr', \quad (7)$$

где $G(r_1) = \exp(-ik_{2\omega} r_1)/r_1$ – функция Грина.

Функция Грина в дальней зоне $r' \ll r$ определяется асимптотическим выражением

$$G(r_1) \approx \exp[-ik_{2\omega}(r - r' \cos(\varphi - \varphi'))]/r,$$

где r – расстояние до точки наблюдения $M(r, \varphi, z)$, r', φ', z' – координаты текущей точки объема $M'(r', \varphi', z')$, r_1 – расстояние между текущей точкой объема $M'(r', \varphi', z')$ и точкой наблюдения $M(r, \varphi, z)$ (рис. 1).

Интегрирование в выражении (7) ведется по объему V , занимаемому источниками вторичных волн, который ограничен по цилиндрическим координатам соотношениями $a \leq r' \leq d$, $0 \leq \varphi' \leq \pi$, $-z_\lambda \leq z' \leq z_\lambda$ ($z_\lambda \gg \lambda$, λ – длина исходной высокочастотной волны) и представляет собой цилиндрический слой среды вокруг рассеивателя с внутренним радиусом a (радиус цилиндра) и внешним d (рис. 1). Расстояние d – длина области нелинейного взаимодействия исходных высокочастотных волн, за область d считаем, что исходные волны полностью затухают.

Необходимо отметить, что задача рассматривается в высокочастотном пределе, поэтому после интегрирования по координатам φ' и z' , с учетом асимптотических разложений функции Бесселя [12, 13], выражение (7) преобразуется к виду

$$P_{2\omega}^{(2)}(r, \varphi) = P_{2\omega I}^{(2)}(r, \varphi) + P_{2\omega II}^{(2)}(r, \varphi) + P_{2\omega III}^{(2)}(r, \varphi) =$$

$$= C_{2\omega} (1 + i \sin \varphi) \int_a^d \left[\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_1 r') \cos l \varphi \varepsilon_m \times \right.$$

$$\times J_m(k_1 r') \cos m \varphi \exp[i(l+m)\pi/2] +$$

$$+ \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_1 r') \cos l \varphi A_m^{(1)} D_m^{(1)} \cos m \varphi \times$$

$$\times \exp[i(l\pi/2 - \delta_m^{(1)} - \pi/2)] + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} A_m^{(1)} D_m^{(1)} \times$$

$$\left. \times \cos m \varphi A_l^{(1)} D_l^{(1)} \cos l \varphi \exp[i(\delta_m^{(1)} + \delta_l^{(1)} + \pi)] \right] \times$$

$$\times \cos k_{2\omega} r' \sqrt{r'} dr',$$

где $C_{2\omega} = -\exp(-ik_{2\omega} r) K_{2\omega} / \sqrt{2\pi k_{2\omega} r}$.

Как видно из выражения (8), для полного акустического давления второй гармоники $P_{2\omega}^{(2)}$, оно состоит из трех пространственных слагаемых. Следует отметить, что выражение акустического давления волны разностной частоты состояло из четырех пространственных слагаемых [7], поэтому вклад каждого пространственного слагаемого для второй гармоники существенно возрастает. Первое слагаемое данного выражения – $P_{2\omega I}^{(2)}$ соответствует той части полного акустического давления второй гармоники, которая формируется в цилиндрическом слое области нелинейного взаимодействия падающей плоской высокочастотной волной ω_1 . Второе слагаемое – $P_{2\omega II}^{(2)}$ описывает взаимодействие падающей плоской волны ω_1 с рассеянной цилиндрической волной ω_1 . Третье слагаемое – $P_{2\omega III}^{(2)}$ соответствует самовоздействию рассеянной цилиндрической волны ω_1 . Необходимо подчеркнуть, что здесь происходит нелинейное взаимодействие волн, имеющих как одинаковую, так и различную конфигурацию волнового фронта.

Для получения окончательного выражения акустического давления второй гармоники $P_{2\omega}^{(2)}$ рассмотрим первое пространственное слагаемое $P_{2\omega I}^{(2)}$ выражения (8), которое характеризует не-

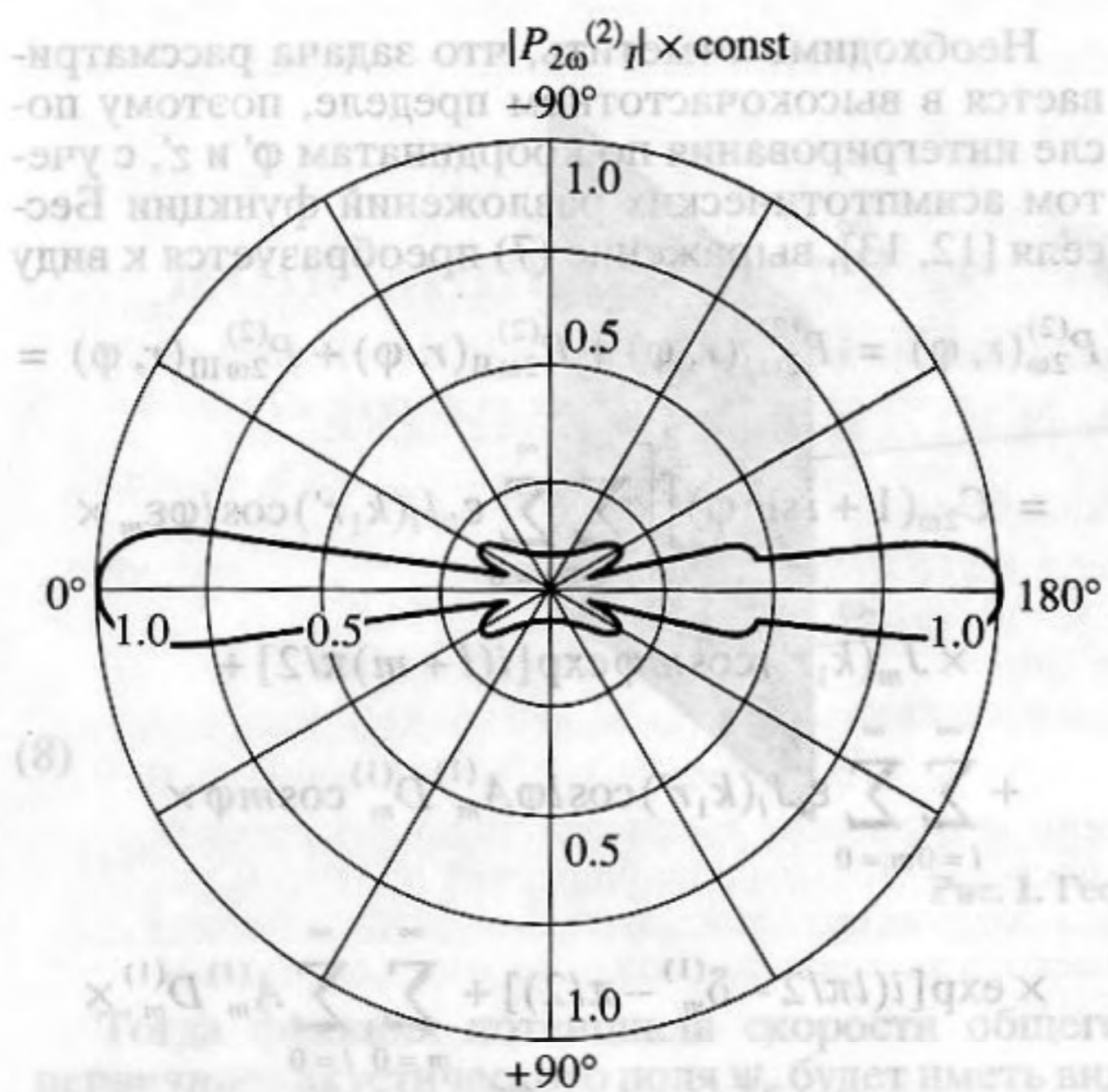


Рис. 2. Диаграмма рассеяния пространственного слагаемого $P_{2\omega I}^{(2)}$ полного акустического давления второй гармоники на цилиндре при: $2f_1 = 1520$ кГц, $k_{2\omega}a = 64$, $d = 0.17$ м, $a = 0.01$ м. ($d = a + 0.5l_D$, $l_D = 0.31$ м – расстояние квазидифракции рассеивателя, значения второй гармоники выбраны из набора исходных частот, приведенных в работе [7]).

линейное самовоздействие падающей плоской высокочастотной волны

$$P_{2\omega I}^{(2)}(r, \varphi) = C_{2\omega}(1 + i \sin \varphi) \times \int_a^d \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_1 r') \cos l \varphi \varepsilon_m J_m(k_1 r') \cos m \varphi \times \exp[i(l+m)\pi/2] \cos k_{2\omega} r' \sqrt{r'} dr' \quad (9)$$

Учитывая разложение плоской волны по цилиндрическим функциям [9] и после некоторых тригонометрических преобразований [14], выражение (9) примет вид

$$P_{2\omega I}^{(2)}(r, \varphi) = \frac{C_{2\omega}(1 + i \sin \varphi)}{2} \times \left[\int_a^d \exp[ik_{2\omega} r' (\cos \varphi + 1)] \sqrt{r'} dr' + \int_a^d \exp[ik_{2\omega} r' (\cos \varphi - 1)] \sqrt{r'} dr' \right]$$

После окончательного интегрирования выражения (9) слагаемое $P_{2\omega I}^{(2)}$ будет иметь вид

$$P_{2\omega I}^{(2)}(r, \varphi) = [P_{11}^{(2)} + P_{12}^{(2)}], \quad (10)$$

где

$$P_{11}^{(2)} = \frac{C_{2\omega}(1 + i \sin \varphi)}{2ik_{2\omega}(\cos \varphi + 1)} \times [\exp[ik_{2\omega}(\cos \varphi + 1)d] - \exp[ik_{2\omega}(\cos \varphi + 1)a]],$$

$$P_{12}^{(2)} = \frac{C_{2\omega}(1 + i \sin \varphi)}{2ik_{2\omega}(\cos \varphi - 1)} \times [\exp[ik_{2\omega}(\cos \varphi - 1)d] - \exp[ik_{2\omega}(\cos \varphi - 1)a]].$$

Как видно из полученного выражения (10), диаграмма рассеяния первого слагаемого $P_{2\omega I}^{(2)}$ полного акустического давления второй гармоники падающей волны определяется поведением функций $1/(\cos \varphi \pm 1)$. Диаграмма рассеяния слагаемого $P_{2\omega I}^{(2)}$ представлена на рис. 2, она характеризует геометрическое рассеяние, так как рассеяние вторых гармоник носит только геометрический характер $k_{2\omega}a \gg 1$. Данная диаграмма является симметричной относительно угла $\varphi = \pi/2$ и имеет основные максимумы в направлениях $\varphi = 0$ и π , что является следствием влияния функций $1/(\cos \varphi \pm 1)$.

Для проверки результата рассматриваемой задачи рассмотрим случай для слагаемого $P_{2\omega I}^{(2)}$, когда радиус цилиндра стремится к нулю (т.е. рассеиватель отсутствует) и область нелинейного взаимодействия из цилиндрического слоя трансформируется в сплошной цилиндр с радиусом d

$$P_{11}^{(2)}|_{a=0} \approx \frac{C_{2\omega}(1 + i \sin \varphi) \sqrt{d}}{2ik_{2\omega}(\cos \varphi + 1)} \times \left[\frac{\exp[ik_{2\omega}(\cos \varphi + 1)d]}{\sqrt{d}} \right] = \frac{C_{2\omega}(1 + i \sin \varphi) \sqrt{d}}{2ik_{2\omega}(\cos \varphi + 1)} H_0^{(1)}(k_{2\omega}(\cos \varphi + 1)d), \quad (11)$$

где $H_0^{(1)}(k_{2\omega}(\cos \varphi + 1)d)$ – цилиндрическая функция Ханкеля первого рода нулевого порядка. Выражение (11) характеризует расходящуюся цилиндрическую волну с некоторым амплитудным коэффициентом, зависящим от угла φ [15], что подтверждает физическую сущность данного пространственного слагаемого общего акустического давления.

Далее рассмотрим второе слагаемое полного акустического давления второй гармоники $P_{2\omega II}^{(2)}$,

которое характеризуют взаимодействие падающей плоской волны с рассеянной цилиндрической:

$$P_{2\omega II}^{(2)}(r, \varphi) = C_{2\omega}(1 + i \sin \varphi) \times \int_0^d \sum_{a=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_l J_l(k_1 r') \cos l \varphi A_m^{(1)} D_m^{(1)} \cos m \varphi \times \exp[i(l\pi/2 - \delta_m^{(1)} - \pi/2)] \cos k_{2\omega} r' \sqrt{r'} dr' \quad (12)$$

После аналогичных преобразований и учета асимптотических значений функций Ханкеля [8, 14] выражение (12) после окончательного интегрирования примет вид

$$P_{2\omega II}^{(2)}(r, \varphi) = [P_{II1}^{(2)} + P_{II2}^{(2)}], \quad (13)$$

где

$$P_{II1}^{(2)} = \frac{C_{2\omega} A_0^{(1)} (1 + i \sin \varphi) (\cos \varphi - 1)}{\sqrt{8\pi k_1 i k_1 \cos \varphi (\cos \varphi + 1)}} \times$$

$$\times [\exp[i k_1 (\cos \varphi + 1) d] - \exp[i k_1 (\cos \varphi + 1) a]],$$

$$P_{II2}^{(2)} = \frac{C_{2\omega} A_0^{(1)} (1 + i \sin \varphi) (\cos \varphi - 1)}{\sqrt{8\pi k_1 i k_1 \cos \varphi (\cos \varphi - 3)}} \times$$

$$\times [\exp[i k_1 (\cos \varphi - 3) d] - \exp[i k_1 (\cos \varphi - 3) a]].$$

Из анализа выражения (13) видно, что влияние функции $1/(\cos \varphi + 1)$ является определяющим для диаграммы рассеяния слагаемого $P_{2\omega II}^{(2)}$, которая представлена на рис. 3. Диаграмма рассеяния этого слагаемого имеет основной максимум в направлении $\varphi = \pi$, в боковых направлениях наблюдаются незначительные уровни дополнительных максимумов, которые связаны с поведением функции $1/\cos \varphi$. Появление основного максимума в прямом направлении обусловлено совпадением в данном направлении волновых фронтов падающей плоской и рассеянной цилиндрической волн.

Далее перейдем к последнему слагаемому полного акустического давления второй гармоники — $P_{2\omega III}^{(2)}$, которое характеризует самовоздействие рассеянной цилиндрической волны и имеет следующий вид:

$$P_{2\omega III}^{(2)}(r, \varphi) = C_{2\omega}(1 + i \sin \varphi) \times$$

$$\int_0^d \sum_{a=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} D_m^{(1)} \cos m \varphi A_l^{(1)} D_l^{(1)} \cos l \varphi \times \quad (14)$$

$$\times \exp[i(\delta_l^{(1)} + \delta_m^{(1)} + \pi)] \cos k_{2\omega} r' \sqrt{r'} dr'.$$

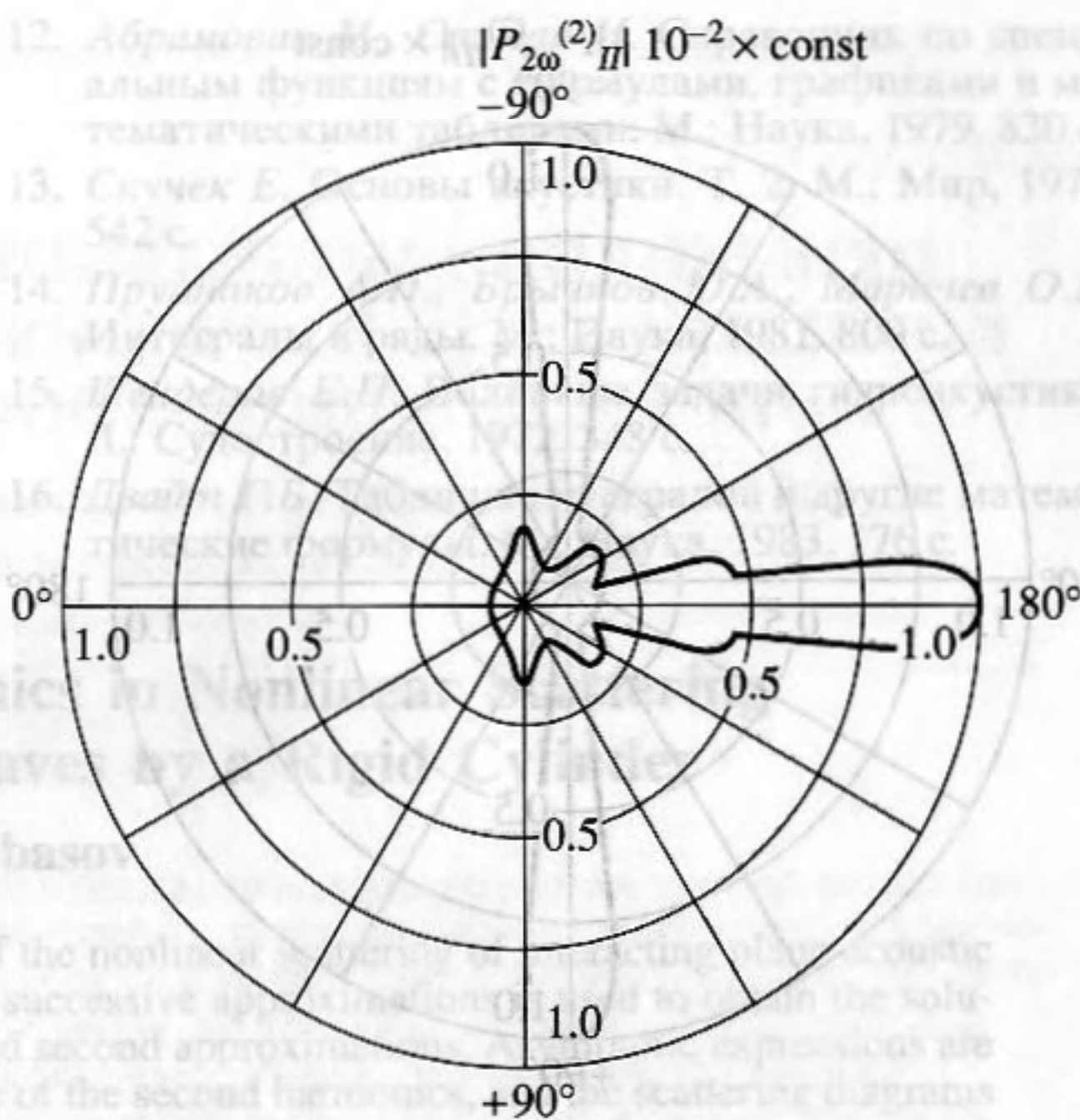


Рис. 3. Диаграмма рассеяния пространственного слагаемого $P_{2\omega II}^{(2)}$ полного акустического давления второй гармоники на цилиндре при: $2f_1 = 1520$ кГц, $k_{2\omega} a = 64$, $d = 0.17$ м, $a = 0.01$ м.

После некоторых преобразований и окончательного интегрирования [14, 16] выражение для слагаемого $P_{2\omega III}^{(2)}$ примет вид

$$P_{2\omega III}^{(2)}(r, \varphi) = \frac{C_{2\omega} A_0^{(1)2} (1 + i \sin \varphi) (\cos \varphi - 1)^2}{2\pi k_{2\omega} \cos^2 \varphi} \times$$

$$\times \left[\left[\sqrt{\frac{\pi}{2ik_{2\omega}}} (\operatorname{erfi}(\sqrt{2ik_{2\omega}d}) - \operatorname{erfi}(\sqrt{2ik_{2\omega}a})) \right] + \right.$$

$$\left. + 2[\sqrt{d} - \sqrt{a}] \right],$$

где $\operatorname{erfi}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(t^2) dt$ — интеграл вероятности мнимого аргумента [14].

Диаграмма рассеяния третьего слагаемого $P_{2\omega III}^{(2)}$ представлена на рис. 4. Его вид определяется поведением функции $1/\cos^2 \varphi$, что приводит к появлению основных максимумов в направлениях $\varphi = \pm \varphi/2$ без дополнительных уровней.

На рис. 5 представлены диаграммы рассеяния полного акустического давления второй гармоники $P_{2\omega}^{(2)}$. Из представленных диаграмм видно, что они имеют основные максимумы в направлениях

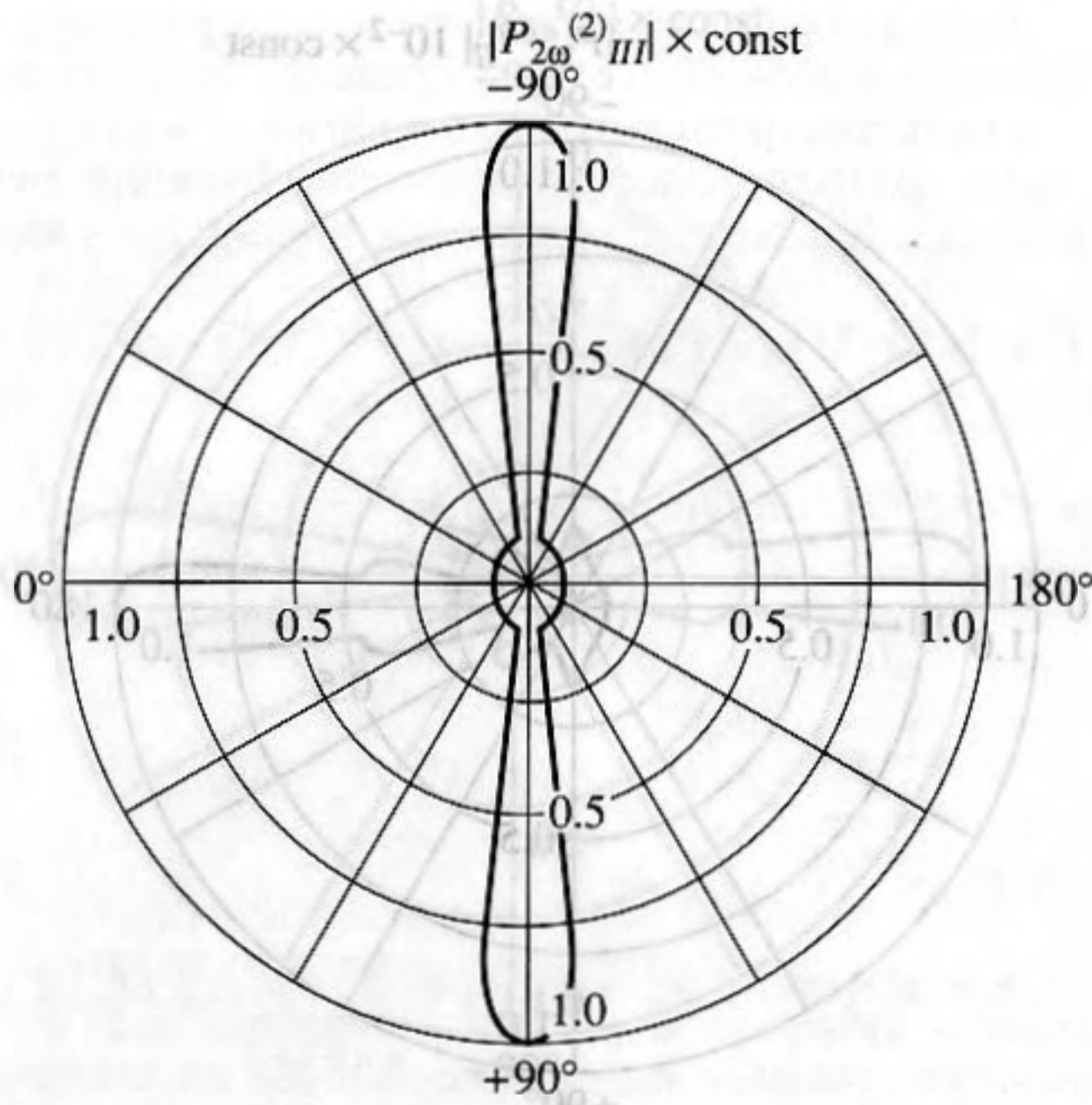


Рис. 4. Диаграмма рассеяния пространственного слагаемого $P_{2\omega}^{(2)}$ полного акустического давления второй гармоники на цилиндре при:
 $2f_1 = 1520$ кГц, $k_{2\omega}a = 64$, $d = 0.17$ м, $a = 0.01$ м.

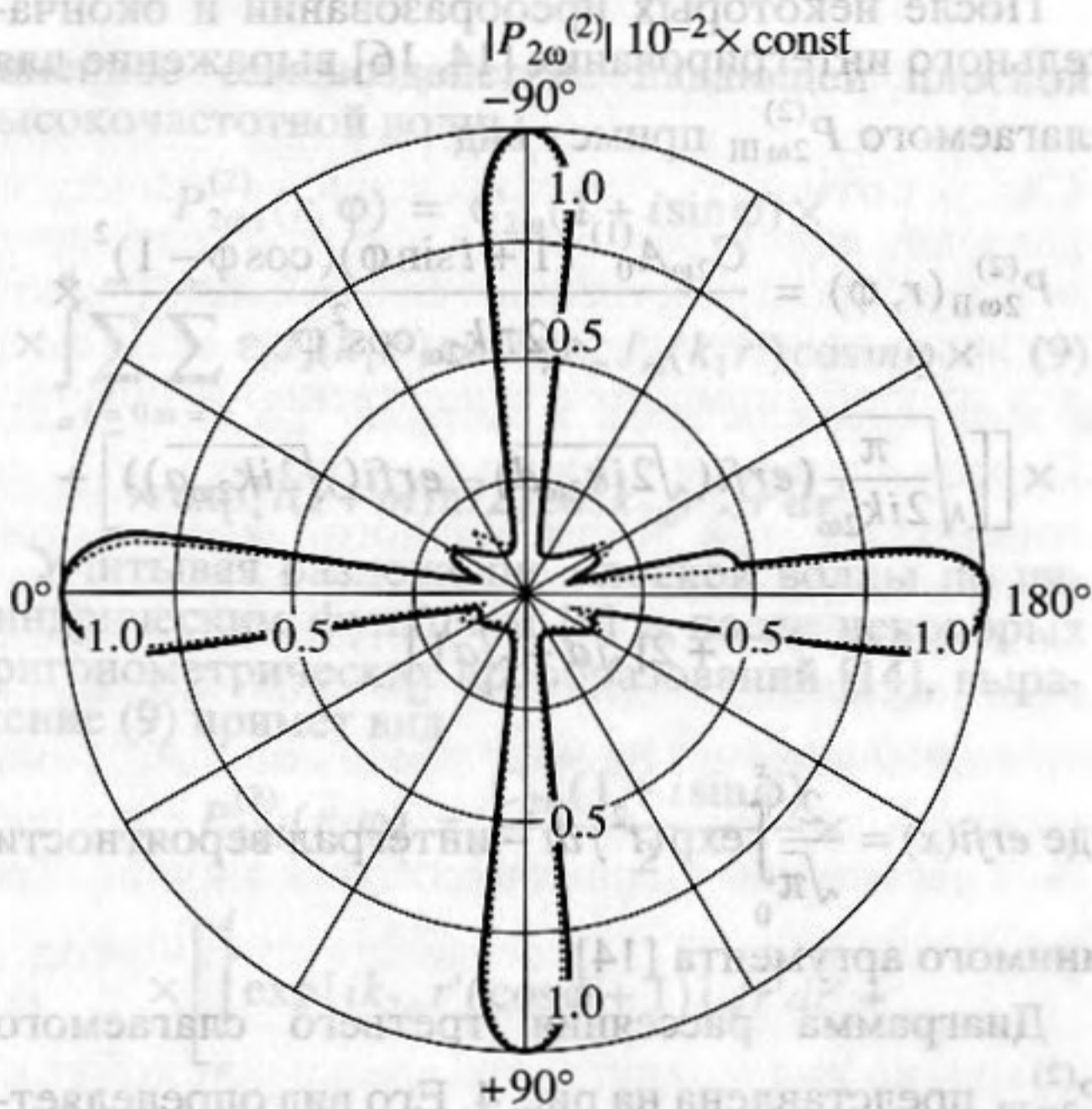


Рис. 5. Диаграммы рассеяния полного акустического давления второй гармоники $P_{2\omega}^{(2)}$ на жестком цилиндре при:
 1) $2f_1 = 1520$ кГц, $k_{2\omega}a = 64$, $a = 0.01$ м, $d = 0.17$ м (—);
 3.21 м (●●●);
 2) $2f_1 = 1952$ кГц, $k_{2\omega}a = 82$, $a = 0.01$ м, $d = 0.2$ м (—);
 4.1 м (●●●).

$\varphi = 0, \pm\pi/2$ и π , как направлениях минимальных фазовых различий нелинейно взаимодействующих исходных высокочастотных волн. Увеличение волнового размера цилиндрического рассеивателя приводит к незначительным изменениям диаграммы рассеяния, что связано с геометрическим характером процесса рассеяния. А увеличение протяженности цилиндрического объема вокруг рассеивателя приводит к обострению основных максимумов, что является характерным для параметрических антенн, так как увеличиваются размеры переизлучающего объема.

Необходимо отметить, что из-за различной пространственной конфигурации волновых фронтов исходных взаимодействующих волн вклад каждого пространственного слагаемого в суммарное поле рассеяния становится неравнозначным. Поэтому влияние пространственного слагаемого $P_{2\omega}^{(2)}$ в поле полного акустического давления оказывается несущественным, т.к. взаимодействие носит встречный характер.

В целом можно отметить, что рассматриваемая теоретическая модель достаточно детально описывает физические процессы, происходящие при рассеянии нелинейно взаимодействующих плоских акустических волн на жестком цилиндре.

Автор выражает благодарность Н.П. Заграю за научное руководство.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Piquette J.C., Van Buren A.L. Nonlinear scattering of acoustic waves by a vibrating surfaces // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 76. № 3. P. 880–889.
2. Лямшев Л.М., Саков П.В. Нелинейное рассеяние звука на пульсирующей сфере // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 1. С. 100–107.
3. Chinnery P.A., Humphrey V.E., Zhang J. Low-frequency acoustic scattering by a cube: Experimental measurements and theoretical predictions // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 101. № 5. Pt. 1. P. 2571–2582.
4. Shigemi S., Jung-Soon K. Second harmonic component in the focused ultrasound diffracted by a straight edge // Jap. J. Appl. Phys. Pt. 1. 1999. V. 38. № 5B. P. 3085–3090.
5. Аббасов И.Б., Заграй Н.П. Рассеяние взаимодействующих плоских акустических волн на сфере // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 4. С. 535–541.
6. Abbasov I.B., Zagrai N.P. The investigation of the second field of the summarized frequency originated from scattering of nonlinearly interacting sound waves at a rigid sphere // J. of Sound and Vibrat. 1998. V. 216. № 1. P. 194–197.
7. Аббасов И.Б., Заграй Н.П. Исследование вторичного поля волны разностной частоты при рассеянии нелинейно взаимодействующих плоских акустических волн на цилиндре // Акуст. журнал. 1999. Т. 45. № 5. С. 590–596.

8. *Лепендин Л.Ф.* Акустика. М.: Высш. шк., 1978. 448 с.
9. *Зарембо Л.К., Тимошенко В.И.* Нелинейная акустика. М.: Изд-во МГУ, 1984. 104 с.
10. *Новиков Б.К., Буденко О.В., Тимошенко В.И.* Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1981. 264 с.
11. *Dean L.W.* Interaction between sound waves // J. Acoust. Soc. Amer. 1962. V. 34. № 8. P. 1039–1044.
12. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979. 830 с.
13. *Скучек Е.* Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976. 542 с.
14. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. 800 с.
15. *Шендеров Е.П.* Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 348 с.
16. *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1983. 176 с.

Study of the Second Harmonics in Nonlinear Scattering of Interacting Acoustic Waves by a Rigid Cylinder

I. B. Abbasov

The field formed by the second harmonics in the case of the nonlinear scattering of interacting plane acoustic waves by a rigid cylinder is considered. The method of successive approximations is used to obtain the solutions to the inhomogeneous wave equation in the first and second approximations. Asymptotic expressions are derived for the components of the total acoustic pressure of the second harmonics, and the scattering diagrams for these components are presented.