

УДК 550.834+550.832.4

О ВОЗБУЖДЕНИИ ГИДРОВОЛНЫ В СКВАЖИНЕ ВНЕШНИМ ТОЧЕЧНЫМ ИЗОТРОПНЫМ ИСТОЧНИКОМ

© 2001 г. П. М. Боков, А. М. Ионов

Московский государственный инженерно-физический институт

(технический университет)

115409 Москва, Каширское шоссе 31

E-mail: aionov@hotmail.com

Поступила в редакцию 24.10.2000 г.

В работе рассмотрена задача о возбуждении гидроволны во флюидонаполненной скважине внешним изотропным источником. Получено интегральное представление решения задачи по лучевому параметру и частоте. Интеграл по параметру медленности (лучевому параметру) трансформирован в контурный интеграл в комплексной области и преобразован к интегралу по берегам разреза функции вертикальной медленности и полувычетам в полюсах. Получено асимптотическое решение для волнового поля в скважине, удовлетворяющее условию излучения на бесконечности. Показано, что при падении сферической продольной волны на скважину генерируется только одна, а не две гидроволны [1].

Известно, что динамические и кинематические характеристики трубных волн в скважине несут информацию о свойствах окружающих ее геологических образований. При этом поле трубных волн содержит в себе сведения обо всех обменных волнах, возникающих на границах раздела. Вопросам, касающимся теории распространения трубных волн во флюидонаполненных скважинах, посвящена обширная литература [2–7]. В работах [2, 3], в частности, рассмотрены аспекты моделирования трубных волн в задачах скважинного и межскважинного прозвучивания. В последнее время пристальное внимание уделяется задачам распространения трубных волн в скважинах, расположенных в анизотропных геологических образованиях [5, 6], а также в скважинах, имеющих нерегулярную структуру [4].

При возбуждении трубных волн внешними сейсмическими источниками во флюиде скважины распространяются как волны, связанные с набегающими на скважину объемными и каналовыми волнами, так и собственные скважинные моды – волны Стоунли. В предельном случае длинноволнового возбуждения флюида скважины внешним источником может генерироваться только одна низшая мода [7], которая в отечественной литературе называется гидроволной [8].

В работе [1] была впервые решена задача о возбуждении трубных волн внешним изотропным точечным источником во флюидонаполненной бесконечной скважине. Было показано, что в отличие от падения плоской продольной волны, сферическая P -волна, распространяющаяся по внешней среде, генерирует в скважине не только трубную P -волну, но и две гидроволны, разбегающиеся по скважине в разные стороны. Однако по-

лученное в работе [1] выражение для поля гидроволны не удовлетворяет условию излучения на бесконечности, что связано с “паразитным” вкладом в решение одного из полюсов. Данная работа имеет целью устранить эту неточность. В работе показано, что при падении продольной сферической волны на скважину генерируется одна, а не две гидроволны.

В длинноволновом приближении, когда длина волны сейсмического поля значительно превышает диаметр скважины, уравнение, описывающее возбуждение и распространение гидроволны в скважине под действием внешнего сейсмического источника, имеет вид [7, 9]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{1}{c_{tw}^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{2\rho_f}{E} \frac{\partial^2 \sigma_{eff}^{ext}}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Через c_{tw} обозначена скорость гидроволны (низкочастотный предел волны Стоунли на границе раздела “жидкость-окружающая формация”), ρ_f и E – плотность скважинного флюида и модуль Юнга окружающей упругой среды, σ_{eff}^{ext} – эффективное напряжение, создаваемое внешним сейсмическим полем вдоль оси скважины. В данной работе нас интересует поле в скважине, возбуждаемое точечным изотропным источником.

Для решения уравнения (1) совершим преобразование Фурье по времени t и вертикальной координате z . В результате выполнения такой процедуры можно получить формальное решение для Фурье-трансформанты давления:

$$\bar{P}(r, k, \omega) = \frac{2\rho_f \omega^2 \sigma_{eff}^{ext}(r, k, \omega)}{E (k^2 - \omega^2/c_{tw}^2)}. \quad (2)$$

Эффективное напряжение σ_{eff}^{ext} , создаваемое точечным изотропным источником с функцией сейсмического источника $\Psi_s(t)$ на оси скважины, может быть представлено в виде разложения Зоммерфельда по цилиндрическим волнам [10]:

$$\sigma_{eff}^{ext}(r, z, \omega) = i\omega^3 \Psi_s(\omega) E \times \int_0^\infty \frac{p dp}{\zeta} \left[p^2 + \frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right] J_0(\omega pr) \exp(i\omega \zeta |z|), \quad (3)$$

где переменная интегрирования p может быть интерпретирована как параметр медленности [11], $\zeta = \sqrt{1/\alpha^2 - p^2}$, $J_0(x)$ – функция Бесселя нулевого индекса, α и β – скорость поперечных и продольных волн в упругой среде соответственно.

Выполняя преобразование Фурье в (3) по вертикальной координате z , приходим к следующему выражению для $\bar{\sigma}_{eff}^{ext}(r, k, \omega)$:

$$\bar{\sigma}_{eff}^{ext}(r, k, \omega) = 2\omega^4 \Psi_s(\omega) E \int_0^\infty \frac{p dp}{k^2 - \omega^2 \zeta^2} \left[p^2 + \frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right] J_0(\omega pr). \quad (4)$$

Подставляя выражение (4) в решение (2), получаем ответ в виде двойного интеграла для поля давления, возбуждаемого точечным изотропным источником во флюидонаполненной скважине:

$$\bar{P}(r, z, \omega) = \frac{2}{\pi} \rho_f \omega^6 \Psi_s(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(ikz) dk}{(k^2 - \omega^2/c_{tw}^2)(k^2 - \omega^2 \zeta^2)} \times \int_0^\infty p dp \left[p^2 + \frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right] J_0(\omega pr). \quad (5)$$

Отметим, что решение (5) четно относительно вертикальной координаты z , что следует из симметрии задачи. Решение (5) пока является формальным, поскольку не определены правила обхода полюсов.

При вычислении интеграла по переменной k в (5)

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(ikz) dk}{(k^2 - \omega^2/c_{tw}^2)(k^2 - \omega^2 \zeta^2)}$$

применим теорему вычетов. Для устранения полюсов с действительной оси воспользуемся принципом предельного поглощения [12]. Как нетрудно видеть, принцип предельного поглощения приводит к смещению полюсов $k_1 = +\omega \zeta$ и $k_2 = +\omega/c_{tw}$ ($\omega > 0$) в верхнюю полуплоскость $\text{Im} k > 0$. При этом полюса $k_3 = -\omega \zeta$ и $k_4 = -\omega/c_{tw}$ ($\omega > 0$) смещаются в нижнюю полуплоскость $\text{Im} k < 0$. Замыкая контур интегрирования в верхнюю полуплос-

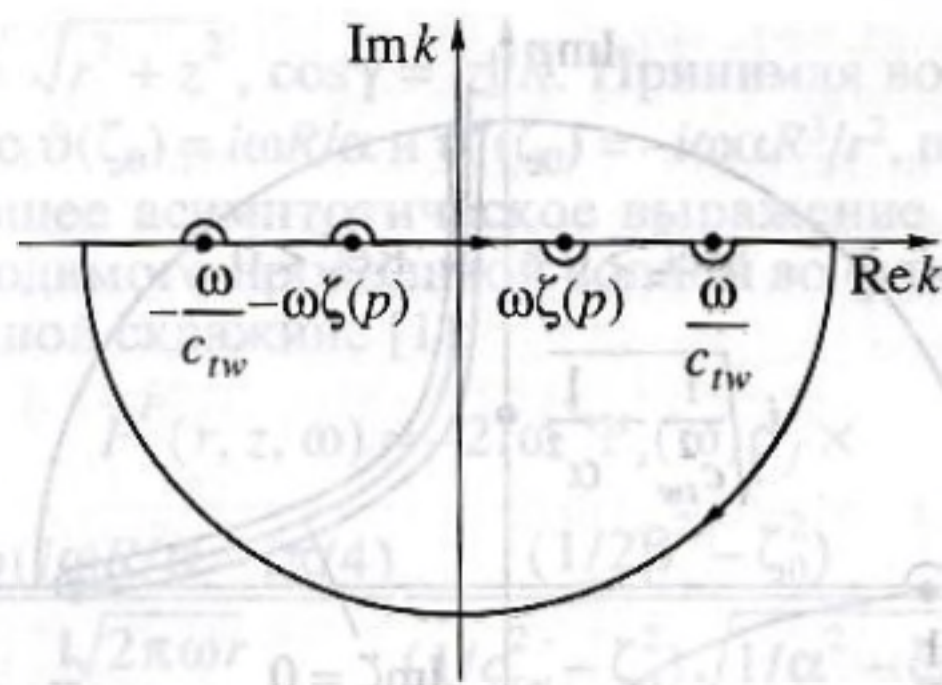


Рис. 1. Контур интегрирования в комплексной плоскости k и правило обхода полюсов при $z < 0$.

кость $\text{Im} k > 0$ для $z > 0$ и в нижнюю полуплоскость $\text{Im} k < 0$ для $z < 0$, приходим к следующему ответу для интеграла I :

$$I = \frac{i\pi}{\omega^3} \frac{1}{1/c_{tw}^2 - \zeta^2} \times \{ c_{tw} \exp(i\omega |z|/c_{tw}) - \zeta^{-1} \exp(i\omega \zeta |z|) \}. \quad (6)$$

Контур интегрирования и положение полюсов в случае $z < 0$ изображены на рис. 1. Используя соотношения $J_0(x) = \frac{1}{2} [H_0^{(1)}(x) + H_0^{(2)}(x)]$ и $H_0^{(2)}(-x) = -H_0^{(1)}(x)$, где $H_0^{(1,2)}(x)$ – функции Ханкеля нулевого индекса первого и второго рода, представим искомое решение в виде интеграла по медленности p по всей действительной оси:

$$\bar{P}(r, z, \omega) = i\omega^3 \rho_f \Psi_s(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p dp}{1/c_{tw}^2 - \zeta^2} \left(p^2 + \frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) \times \{ c_{tw} \exp(i\omega |z|/c_{tw}) - \zeta^{-1} \exp(i\omega \zeta |z|) \} H_0^{(1)}(\omega pr) = I_1 + I_2. \quad (7)$$

Из структуры полученного решения следует, что выражение (7) состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое I_1 может быть вычислено точно в комплексной плоскости p по теореме вычетов. Принимая во внимание, что асимптотическое поведение функции Ханкеля при больших значениях аргумента $H_0^{(1)}(w) \rightarrow \sqrt{2/\pi w} \exp(iw - i\pi/4)$, замкнем контур интегрирования в верхнюю полуплоскость $\text{Im} p > 0$, где происходит экспоненциальное убывание подынтегрального выражения $\exp(i\omega pr) = \exp(i\omega r(\text{Re} p + i \text{Im} p)) \sim \exp(-\omega r \text{Im} p)$. Тогда первый интеграл сводится к вычету в полюсе $p_1 = +i\sqrt{c_{tw}^2 - \alpha^{-2}}$, который приводит к результату

$$\bar{P}^{Res}(r, z, \omega) = 2i\omega^3 \Psi_s(\omega) \rho_f c_{tw} \times \left(\frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) K_0(\omega \sqrt{c_{tw}^2 - \alpha^{-2}} r) \exp(i\omega |z|/c_{tw}), \quad (8)$$

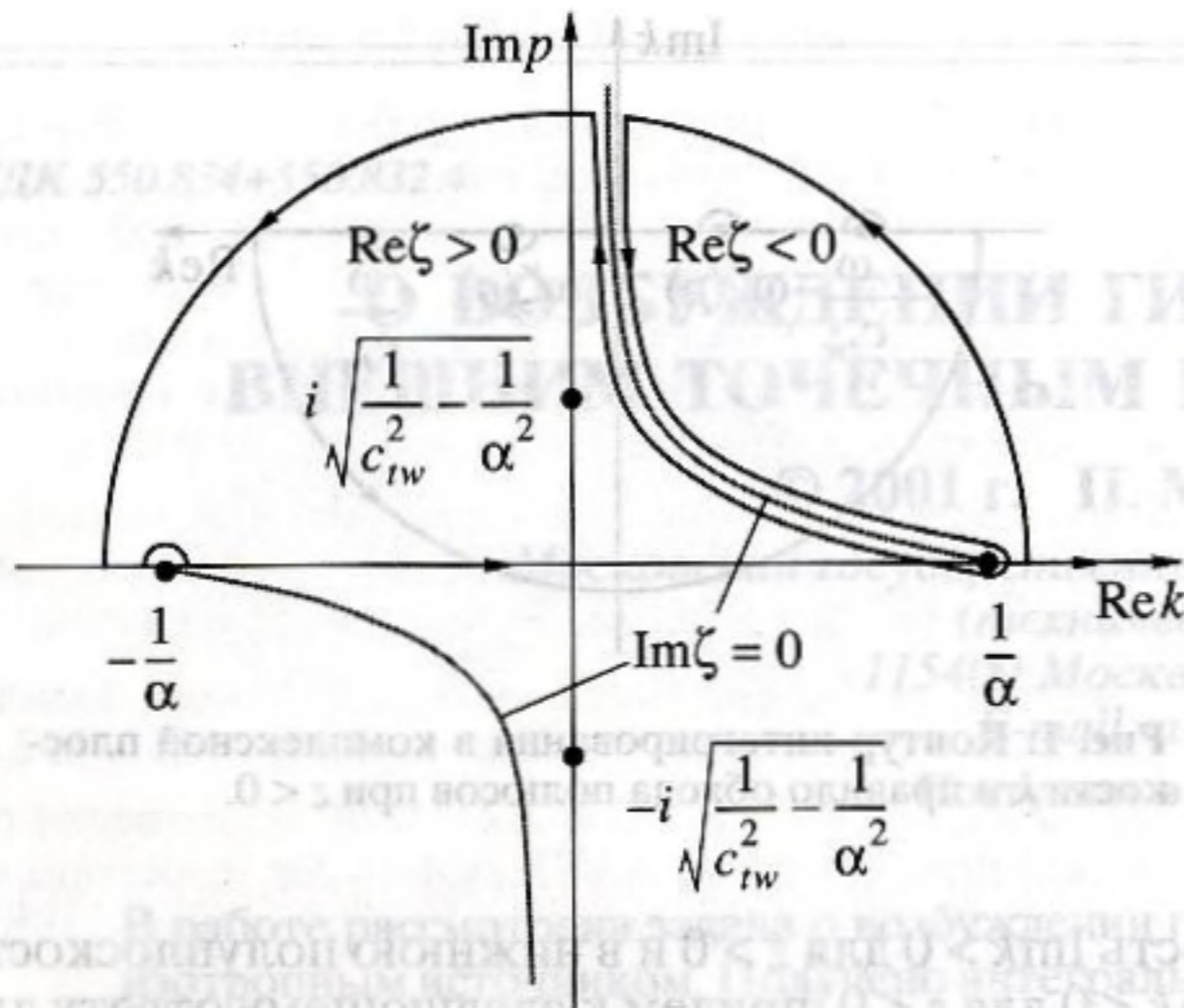


Рис. 2. Контур интегрирования в комплексной плоскости лучевого параметра p , положение полюсов и разрывов.

где было использовано соотношение $H_0^{(1)}(ix) = 2(\pi i)K_0(x)$; $K_0(x)$ – функция Макдональда нулевого индекса.

Второе слагаемое I_2 в (7) преобразуется несколько сложнее. Для того чтобы выполнить в нем преобразования в комплексной области переменной интегрирования p , на подынтегральную функцию необходимо одновременно наложить условия $\text{Im} p > 0$ (верхняя полуплоскость) и $\text{Im} \zeta > 0$ (разрыв в комплексной плоскости p). Разрыв проводится следующим образом. Согласно принципу предельного поглощения, в $\zeta = \sqrt{\alpha^{-2} - p^2}$ необходимо заменить $1/\alpha$ на $1/\alpha + i\epsilon$ ($\epsilon > 0$), из которого следует выполнение равенства

$$(\text{Re} \zeta + i \text{Im} \zeta)^2 = (\alpha^{-1} + i\epsilon)^2 (\text{Re} p + i \text{Im} p)^2. \quad (9)$$

Разделяя (9) на действительную и мнимую части, приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} (\text{Re} \zeta)^2 - (\text{Im} \zeta)^2 = \alpha^{-2} - \epsilon^2 - (\text{Re} p)^2 + (\text{Im} p)^2, \\ \text{Re} \zeta \text{Im} \zeta = \epsilon/\alpha - \text{Re} p \text{Im} p; \end{cases} \quad (10)$$

Поскольку разрыв определяется условием $\text{Im} \zeta = 0$, из второго уравнения системы (10) следует уравнение разрыва в комплексной плоскости p в виде гиперболы:

$$\text{Re} p \text{Im} p = \epsilon/\alpha. \quad (11)$$

Заметим, что при $\epsilon \rightarrow 0$ разрыв состоит из мнимой полуоси $\text{Im} p > 0$ ($\text{Re} p = 0$) и отрезка действительной оси $0 < \text{Re} p < 1/\alpha$ ($\text{Im} p = 0$). Отметим также, что при переходе от верхнего берега разрыва к нижнему функция $\text{Re} \zeta(p)$ претерпевает разрыв. Таким образом, путь интегрирования второго слагаемого I_2 в (9) по всей действительной оси может быть трансформирован в контур интегрирования в комплексной плоскости p , приведенный на рис. 2. Он состоит

из действительной оси, верхнего и нижнего берегов разрыва и полуокружности бесконечно большого радиуса в верхней полуплоскости. Внутри области, ограниченной этим контуром, подынтегральное выражение всюду является аналитической функцией комплексной переменной p за исключением простого полюса в точке $p_1 = +i\sqrt{c_{tw}^{-2} - \alpha^{-2}}$.

Принимая это во внимание, интеграл по замкнутому контуру, изображенному на рис. 2, согласно теореме об аналитической функции, представим в виде:

$$I_2 + \int_{\text{cut}} dp \dots + \int_{\infty} dp \dots = 2\pi i \text{Res}(p_1 = i\sqrt{c_{tw}^{-2} - \alpha^{-2}}), \quad (12)$$

где $\int_{\text{cut}} dp \dots$ – интеграл по берегам разрыва; $\int_{\infty} dp \dots$ – интеграл по полуокружности бесконечного радиуса в верхней полуплоскости; $\text{Res}(p_1 = i\sqrt{c_{tw}^{-2} - \alpha^{-2}})$ – вычет подынтегральной функции в простом полюсе p_1 , расположенном в верхней полуплоскости. Во избежание недоразумений в дальнейшем подчеркнем, что в контурных интегралах в (12) подынтегральная функция определяется только вторым слагаемым в (7). Принимая во внимание, что $\int_{\infty} dp \dots = 0$, а

$$2\pi i \text{Res}(p_1) = -2i\omega^3 \Psi_s(\omega) \rho_f c_{tw} \left(\frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) K_0 \times (\omega \sqrt{c_{tw}^{-2} - \alpha^{-2}} r) \exp(i\omega|z|/c_{tw}) = \bar{P}^{\text{Res}}(r, z, \omega) = -I_1,$$

получим, что решение (7) может быть представлено в виде интеграла по разрыву:

$$\bar{p}(r, z, \omega) = I^{(\text{tot})} = I_1 + I_2 = - \int_{\text{cut}} dp \dots \quad (13)$$

Для преобразования интеграла по разрыву сделаем замену переменных ($p \rightarrow \zeta$). Учитывая, что при этом $p dp = -\zeta d\zeta$, получим:

$$\bar{P}(r, z, \omega) = -i\omega^3 \Psi_s(\omega) \rho_f \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\zeta}{c_{tw}^{-2} - \zeta^2} \left(\frac{1}{2\beta^2} - \zeta^2 \right) H_0^{(1)}(\omega \sqrt{1/\alpha^2 - \zeta^2} r) \exp(i\omega \zeta |z|). \quad (14)$$

Нетрудно заметить, что подынтегральное выражение в (14) содержит полюсные особенности на пути интегрирования. Представляя знаменатель подынтегрального выражения в виде

$$\frac{1}{1/c_{tw}^2 - \zeta^2} = \frac{c_{tw}}{2} \left(\frac{1}{\zeta + 1/c_{tw}} - \frac{1}{\zeta - 1/c_{tw}} \right),$$

применяя принцип предельного поглощения $c_{tw}^{-1} \rightarrow c_{tw}^{-1} + i\epsilon$ и используя формулы Сохоцкого [12]

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\zeta + 1/c_{tw}} \rightarrow \frac{1}{\zeta + 1/c_{tw} + i\epsilon} \rightarrow \\ & \rightarrow v.p. \frac{1}{\zeta + 1/c_{tw}} - i\pi\delta(\zeta + 1/c_{tw}); \\ & \frac{1}{\zeta - 1/c_{tw}} \rightarrow \frac{1}{\zeta - 1/c_{tw} - i\epsilon} \rightarrow \\ & \rightarrow v.p. \frac{1}{\zeta - 1/c_{tw}} + i\pi\delta(\zeta - 1/c_{tw}); \end{aligned}$$

(где *v.p.* обозначает интеграл в смысле главного значения, $\delta(x)$ – дельта-функция), получим после некоторых несложных преобразований следующее представление решения рассматриваемой задачи в виде суммы интеграла в смысле главного значения и вклада в полюсе:

$$\begin{aligned} \bar{P}(r, z, \omega) = & -i\omega^3 \Psi_s(\omega) \rho_f v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\zeta}{c_{tw}^{-2} - \zeta^2} \left(\frac{1}{2\beta^2} - \zeta^2 \right) \times \\ & \times H_0^{(1)}(\omega \sqrt{1/\alpha^2 - \zeta^2} r) \exp(i\omega\zeta|z|) + \\ & + i\omega^3 \Psi_s(\omega) \rho_f c_{tw} \left(\frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{c_{tw}^2} \right) \times \\ & \times K_0(\omega \sqrt{c_{tw}^{-2} - \alpha^{-2}} r) [\exp(i\omega z/c_{tw}) + \exp(-i\omega z/c_{tw})]. \end{aligned} \quad (15)$$

Как нетрудно видеть из (15), интеграл в смысле главного значения содержит особенности в полюсе. Он не может быть взят точно, однако его можно вычислить асимптотически, используя соответствующие методы вычисления таких интегралов [13]. Асимптотическое вычисление данного интеграла, как будет показано ниже, приводит к сумме вкладов в окрестностях полюсов и в стационарной точке. При этом особенности в полюсах вносят дополнительный вклад в поле гидроволны, а стационарная точка дает вклад в трубную *P*-волну, генерируемую набегающим на скважину внешним динамическим воздействием.

Поле трубной *P*-волны можно найти, асимптотически вычисляя первое слагаемое в (15) методом стационарной фазы. Принимая во внимание асимптотическое поведение функции Ханкеля при больших значениях аргумента, получим следующее выражение для фазы экспоненты в подынтегральном выражении:

$$\vartheta(\zeta) = i\omega(\zeta|z| + \sqrt{1/\alpha^2 - \zeta^2} r). \quad (16)$$

Стационарная точка определяется из условия обращения в нуль первой производной фазы (16) и равна

$$\zeta_0(|z|/R) = \frac{1}{\alpha R} = \frac{\cos \gamma}{\alpha},$$

где $R = \sqrt{r^2 + z^2}$, $\cos \gamma = |z|/R$. Принимая во внимание, что $\vartheta'(\zeta_0) = i\omega R/\alpha$ и $\vartheta''(\zeta_0) = -i\omega\alpha R^3/r^2$, получим следующее асимптотическое выражение для поля, наводимого продольной волной во флюидонаполненной скважине [1]:

$$\begin{aligned} \bar{P}^P(r, z, \omega) \approx & -2i\omega^3 \Psi_s(\omega) \rho_f \times \\ & \times \frac{\exp(i\omega R/\alpha - i\pi/4)}{\sqrt{2\pi\omega r}} \frac{(1/2\beta^2 - \zeta_0^2)}{(1/c_{tw}^2 - \zeta_0^2) \sqrt{1/\alpha^2 - \zeta_0^2}} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta \exp\left(-\frac{i\omega\alpha R^3}{2r^2} (\zeta - \zeta_0)^2\right) \rightarrow -\omega^2 \Psi_s(\omega) \rho_f \times \\ & \times \frac{(1/\beta^2 - 2\cos^2 \gamma/\alpha^2) \exp(i\omega R/\alpha) \exp(i\omega R/\alpha)}{(1/c_{tw}^2 - \cos^2 \gamma/\alpha^2) R}. \end{aligned} \quad (17)$$

Вычислим асимптотически вклад полюсов $\zeta = \pm 1/c_{tw}$ в интегральном слагаемом уравнения (15). Разлагая знаменатель подынтегрального выражения на простые дроби, а также принимая во внимание связь между функциями Ханкеля и Макдональда, получим после замены переменных $\zeta \pm 1/c_{tw} \rightarrow x$ в соответствующих интегралах:

$$\begin{aligned} & v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\zeta}{c_{tw}^{-2} - \zeta^2} \left(\frac{1}{2\beta^2} - \zeta^2 \right) H_0^{(1)}(\omega \sqrt{1/\alpha^2 - \zeta^2} r) \times \\ & \times \exp(i\omega\zeta|z|) = -\frac{ic_{tw}}{\pi} \left\{ v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x} \left[\frac{1}{2\beta^2} - \left(x - \frac{1}{c_{tw}}\right)^2 \right] \times \right. \\ & \times K_0(\omega r \sqrt{(x - 1/c_{tw})^2 - 1/\alpha^2}) \times \\ & \times \exp(i\omega x|z| - i\omega|z|/c_{tw}) - \\ & \left. - v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x} \left[\frac{1}{2\beta^2} - \left(x + \frac{1}{c_{tw}}\right)^2 \right] \times \right. \\ & \left. \times K_0(\omega r \sqrt{(x + 1/c_{tw})^2 - 1/\alpha^2}) \exp(i\omega x|z| - i\omega|z|/c_{tw}) \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Для нахождения асимптотического вклада точек вблизи $x = 0$ в интегралы (18) вынесем медленно изменяющиеся сомножители за знак интегрирования. Принимая во внимание, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x} \exp(i\gamma x) = i\pi \operatorname{sign}(\gamma),$$

где γ – вещественный параметр, получим следующую асимптотическую оценку для вклада полюсов в рассматриваемый интеграл:

$$\begin{aligned} I_{pol} \rightarrow & i\omega^3 \Psi_s(\omega) \rho_f c_{tw} \left(\frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{c_{tw}^2} \right) K_0 \times \\ & \times (\omega \sqrt{c_{tw}^{-2} - \alpha^{-2}} r) [\exp(-i\omega|z|/c_{tw}) - \exp(i\omega|z|/c_{tw})]. \end{aligned} \quad (19)$$

Объединяя результаты (19) и (17) и подставляя их в выражение (15) в качестве асимптотической оценки интеграла в смысле главного значения, приходим к окончательному ответу для поля трубных волн во флюидонаполненной скважине, генерируемого изотропным точечным источником:

$$\begin{aligned} \bar{P}(r, z, \omega) = & -\omega^2 \Psi_s(\omega) \rho_f \frac{(1/\beta^2 - 2 \cos^2 \gamma / \alpha^2)}{1/c_{tw}^2 - \cos^2 \gamma / \alpha^2} \times \\ & \times \frac{\exp(i\omega R/\alpha)}{R} + 2i\omega^3 \Psi_s(\omega) \rho_f c_{tw} \left(\frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{c_{tw}^2} \right) \times \\ & \times K_0(\omega \sqrt{c_{tw}^{-2} - \alpha^{-2}} r) \exp(i\omega |z|/c_{tw}). \end{aligned} \quad (20)$$

В (20) первое слагаемое описывает трубную P -волну, второе слагаемое – гидроволну. Данный асимптотический результат справедлив в случае, когда P -волна и гидроволна пространственно разделены. Отличие данного результата от результата, полученного в работе [1], заключается в том, что вместо двух гидроволн существует лишь одна гидроволна, бегущая вниз и вверх по скважине от области ее генерации набегающим внешним воздействием. Отметим, что решение (20), в отличие от полученного в работе [1], удовлетворяет условию излучения на бесконечности. Отметим также, что асимптотическое поле в скважине (20) может быть получено непосредственно из представления (7).

Таким образом, в настоящей работе методом интегральных преобразований решена задача о возбуждении трубных волн во флюидонаполненной скважине внешним точечным изотропным источником. Интеграл по параметру медленности (лучевому параметру) трансформирован в контурный интеграл в комплексной области и преобразован к интегралу по берегам разреза функции вертикальной медленности и полувычетам в полюсах.

Полученное представление решения рассматриваемой задачи позволяет получить асимптотическое решение задачи в виде трубной P -волны и гидроволны, бегущей вверх и вниз по скважине. Показано, что полученное решение удовлетворяет условию излучения на бесконечности (условию Зоммерфельда) в отличие от решения, полученного в работе [1]. При этом генерируется только одна, а не две гидроволны.

Excitation of a Tube Wave in a Borehole by an External Isotropic Point Source

P. M. Bokov and A. M. Ionov

The excitation of a tube wave in an infinite fluid-filled borehole by an external isotropic point source is considered. The solution to the problem is obtained in the form of a double integral with respect to the ray parameter (slowness) and frequency. The integral with respect to the slowness is transformed to a contour integral in the complex slowness plane and then reduced to the integral over the edges of the cut of the vertical slowness function and over the semiresidues at the poles. An asymptotic expression for the wave field in the borehole is obtained with allowance for the radiation condition at infinity. It is shown that, when a longitudinal spherical wave is incident on the borehole, only one low-frequency Stoneley wave is excited and not two, as was assumed earlier [1].

Развитый в работе метод вычисления поля трубных волн в скважине оказывается весьма полезным при анализе динамического поля давления в скважине в случае его возбуждения волнами, генерируемыми более сложными внешними источниками, в частности, точечной силой. В этом случае волновое поле в скважине значительно усложняется, особенно в случае, когда скорость распространения поперечных волн в ней меньше скорости гидроволны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ионов А.М., Максимов Г.А. О возбуждении гидроволны в скважине внешним сейсмическим источником // Акуст. ж. 1999. Т. 45. № 3. С. 354–362.
2. Coates R.T. A modelling study of open-hole single-well seismic imaging // Geophys. Prospect. 1998. V. 46. P. 153–175.
3. Kurkjian A.L., Coates R.T., White J.E., Schmidt H. Finite-difference and frequency wavenumber modelling of seismic monopole sources and receivers in fluid-filled boreholes. // Geophysics. 1994. V. 59. № 7. P. 1053–1064.
4. Tezuka K., Cheng C.H., Tang X.M. Modeling of low-frequency Stoneley-wave propagation in an irregular borehole // Geophysics. 1997. V. 62. № 4. P. 1047–1058.
5. Dong W., Toksöz M.N. Borehole seismic-source radiation pattern in transversely isotropic media // Geophysics. 1995. V. 60. № 1. P. 29–42.
6. Dong W., Toksöz M.N. Borehole seismic-source radiation in layered isotropic and anisotropic media: Real data analysis // Geophysics. 1995. V. 60. № 3. P. 748–757.
7. Уайт Дж. Возбуждение и распространение сейсмических волн. М.: Недра, 1986.
8. Ибатов А.С., Крауклис П.В. Дисперсия гидроволн в скважине, расположенной в анизотропной среде // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. 1982. Вып. XXII. С. 221–226.
9. Ионов А.М. Структура трубной волны, возбуждаемой рэлеевской волной от взрывного источника // Физика Земли. 1994. № 7–8. С. 152–153.
10. Ionov A.M., Maximov G.A. Propagation of tube waves generated by an external source in layered permeable rocks // Geophys.J.Int. 1996. V. 124. № 3. P. 888–906.
11. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. М.: Мир, 1983. 520 с.
12. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. 512 с.
13. Федорюк М.В. Асимптотика: интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.