АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2002, том 48, № 1, с. 61–69

УДК 534.24,534.87

ИЗЛУЧАТЕЛЬ ПОРШНЕВОГО ТИПА В МЯГКОМ ЭКРАНЕ ВОЛНОВОДА ПЕКЕРИСА

© 2002 г. Н. В. Злобина, Б. А. Касаткин

Институт проблем морских технологий ДВО РАН
690950 Владивосток, ул. Суханова 5а
E-mail: kasatkas@marine.febras.ru

Поступила в реадкцию 10.11.2000 г.

Рассмотрена модельная задача для излучателя типа круглого диска с заданным на его поверхности скачком давления, вставленного в мягкий экран, совпадающий с верхней границей волновода Пекериса. Получено разложение поля в ряд по нормальным волнам. Выполнен численный анализ сопротивления излучения и отдельных его составляющих, ответственных за излучение в волновод и полупространство.

Хорошо известная проблема низкочастотного излучения в свободном пространстве имеет свои характерные особенности при работе излучателя в мелком море, когда невысокая эффективность излучения уменьшается дополнительно неэффективным распределением излучаемой мощности между волноводом и полупространством. Численные оценки составляющих сопротивления излучения, ответственных за излучение в волновод и полупространство, были выполнены в работах [1], [2] для вертикального цилиндрического излучателя в жестком экране, работающего в волноводе Пекериса. В соответствии с этими оценками, в рабочем диапазоне 50–100 Гц в волноводе глубиной $h = 100$ м с песчаным дном при приповерхностном расположении излучателя с габаритным размером $l \sim 1$ м 80–90% излучаемой мощности уходит в грунт, а не в волновод.

Целью настоящей работы является получение аналогичных численных оценок для модельных излучателей другого типа, которые достаточно хорошо соответствовали бы реальным излучателям и реальным условиям излучения на низких частотах. Рассмотрим в качестве модельного излучатель типа круглого диска с заданным на его поверхности скачком давления, вставленный в мягкий экран, совпадающий с верхней границей волновода Пекериса. По своей геометрии такой источник силы может быть отнесен к излучателям поршневого типа, хотя поршневое распределение колебательной скорости на его поверхности имеет место только на низких частотах.

По типу граничной функции такой излучатель достаточно хорошо соответствует источнику взрывного типа и в этом смысле представляет определенный интерес. Отметим также, что в известной литературе рассмотрена только работа поршневого излучателя, вставленного в жесткий экран, совпадающий с границей волновода с абсолютно жесткими стенками [3], однако такой модельный излучатель имеет ограниченное применение в гидроакустике.

Граничная задача записывается в виде:

$$\Delta\varphi(r, z) + k_1^2\varphi(r, z) = 0,$$

$$z = 0, \quad p(z) = \begin{cases} p_0, & r \le a, \\ 0, & r > a, \end{cases} \tag{1}$$

$$z = h, \quad p - Z_{\text{вх}} v_z = 0, \quad Z_{\text{вх}} = \frac{\rho_2 c_2}{\cos\theta_2},$$

где $\varphi(r, z)$, $p(r, z)$ – потенциал скорости и звуковое давление в волноводе $z \in (0, h)$, $k_1 = \omega/c_1$; ρ_1, c_1 – плотность и скорость звука в волноводе; ρ_2, c_2 – плотность и скорость звука в полупространстве, $Z_{\text{вх}}$ – входной импеданс полупространства, θ_2 – угол преломления, p_0 – развиваемое поршнем давление, a – радиус поршня, ω – круговая частота.

Применяя для решения задачи (1) преобразование Ханкеля, можно получить ее решение в виде следующего несобственного интеграла

$$\varphi(r, z) = \frac{p_0}{\rho_1 c_1}\frac{a}{ik_1}\int_0^\infty J_1(\xi a)\frac{\varphi(\xi, z)}{\Delta}J_0(\xi r)d\xi, \tag{2}$$

где $\Delta = \cos x + i\rho_{12}\dfrac{k_{32}}{k_{31}}\sin x$, $\rho_{12} = \dfrac{\rho_1}{\rho_2}$, $x = k_{31}h$, $k_{31}^2 = k_1^2 - \xi^2$, $k_{32}^2 = k_2^2 - \xi^2$, $k_2 = \omega/c_2$, ξ – параметр интегрального преобразования,

$$\varphi(\xi, z) = \cos k_{31}(h - z) + i\rho_{12}\frac{k_{32}}{k_{31}}\sin k_{31}(h - z).$$

Используя известные соотношения [4]

$$J_0(x) = \frac{1}{2}[H_0^{(1)}(x) + H_0^{(2)}(x)], \quad H_0^{(1)}(-x) = -H_0^{(2)}(x),$$

$$J_1(x) = \frac{1}{2}[H_1^{(1)}(x) + H_1^{(2)}(x)], \quad H_1^{(1)}(-x) = H_1^{(2)}(x),$$

можно преобразовать решение (2) к виду

$$\varphi(r, z) = \begin{cases} \dfrac{p_0}{\rho_1 c_1}\dfrac{a}{2ik_1}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\dfrac{J_1(\xi a)\varphi(\xi, z)}{\Delta}H_0^{(2)}(\xi r)d\xi, \\ r \geq a \\ \dfrac{p_0}{\rho_1 c_1}\dfrac{a}{2ik_1}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\dfrac{J_0(\xi r)\varphi(\xi, z)}{\Delta}H_1^{(2)}(\xi a)d\xi. \\ r \leq a \end{cases} \tag{3}$$

При оценке поля в волноводе $z \in (0, h)$ будем использовать в качестве верхнего (физического) лист римановой поверхности для радикала $k_{32} = \sqrt{k_2^2 - \xi^2}$, на котором выполняется условие излучения $\mathrm{Re}\,k_{32} \geq 0$, тогда дискретная часть решения в области $r \leq a$ в соответствии с теоремой о вычетах дается выражением

$$\varphi(r, z) = \frac{p_0}{\rho_1 c_1}\frac{\pi a_1}{2k_1}\left\{\sum_n \frac{x_n \varphi_n(\xi_n, z)}{\xi_n h E_n} J_0(\xi_n r) H_1^{(2)}(\xi_n a)\varepsilon_n + i\frac{2}{\pi a_1}\frac{\cos(k_1(h-z)) + i\rho_{12}c_{12}\sin(k_1(h-z))}{\cos(k_1 h) + i\rho_{12}c_{12}\sin(k_1 h)}\right\},$$

$$a_1 = \frac{a}{h}, \quad c_{12} = \frac{c_1}{c_2},$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1 - \text{для собственно нормальных } (\mathrm{Im}\,k_{32,n} < 0, \mathrm{Im}\,\xi_n = 0) \\ \text{и обобщенных нормальных волн } (\mathrm{Im}\,k_{32,n} > 0, \mathrm{Im}\,\xi_n = 0), \\ 2 - \text{для вытекающих нормальных волн} \\ (\mathrm{Re}\,k_{32,n} > 0, \mathrm{Im}\,k_{32,n} > 0;\ \mathrm{Re}\,\xi_n > 0, \mathrm{Im}\,\xi_n < 0), \end{cases} \tag{4}$$

$$E_n = 1 - \frac{\sin(2x_n)}{2x_n} - i\rho_{12}\frac{\sin^2 x_n}{k_{32,n}h}.$$

Полная проводимость излучения поршня Y_R определяется соотношением

$$\frac{1}{S}\int_S v_z(r, 0)dS = -F_0 Y_R, \quad S = \pi a^2,$$

$$F_0 = p_0 S, \quad Y_R = \frac{Y'_R}{\rho_1 c_1 S_1},$$

$v_z = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}$ – нормальная компонента колебательной скорости, а нормированная проводимость Y'_R – выражением

$$Y'_R = \frac{\pi}{4}\frac{a_1^2}{k_1 h}\sum_n \frac{x_n^2 \Phi_n}{\xi_n a E_n} H_1^{(2)}(\xi_n a) +$$

$$+ i\frac{\sin(k_1 h) - i\rho_{12}c_{12}\cos(k_1 h)}{\cos(k_1 h) + i\rho_{12}c_{12}\sin(k_1 h)} = Y'_{12} + Y'_3 + Y'_4,$$

где

$$Y'_{12} = \frac{\pi}{8}\frac{a_1^2}{k_1 h}\sum_{\substack{n(1)\\ n(2)}}^{N^+ + N^-}\left\{\frac{x_n^2}{E_n}\Phi_n^2 - i\frac{x_n^2}{E_n}\frac{2N_1(\xi_n a)}{\xi_n a}\Phi_n\right\} \tag{5}$$

– составляющая проводимости, ответственная за излучение в волновод системой нормальных $n(1)$ и обобщенных $n(2)$ нормальных волн; N^-, N^+ – число нормальных и обобщенных нормальных волн, соответственно,

$$\Phi_n = \frac{2J_1(\xi_n a)}{\xi_n a} = \frac{2J_1(k_1 a \sin\theta_{1n})}{k_1 a \sin\theta_{1n}}$$

– парциальная характеристика направленности поршня, соответствующая нормальной волне с углом падения θ_{1n},

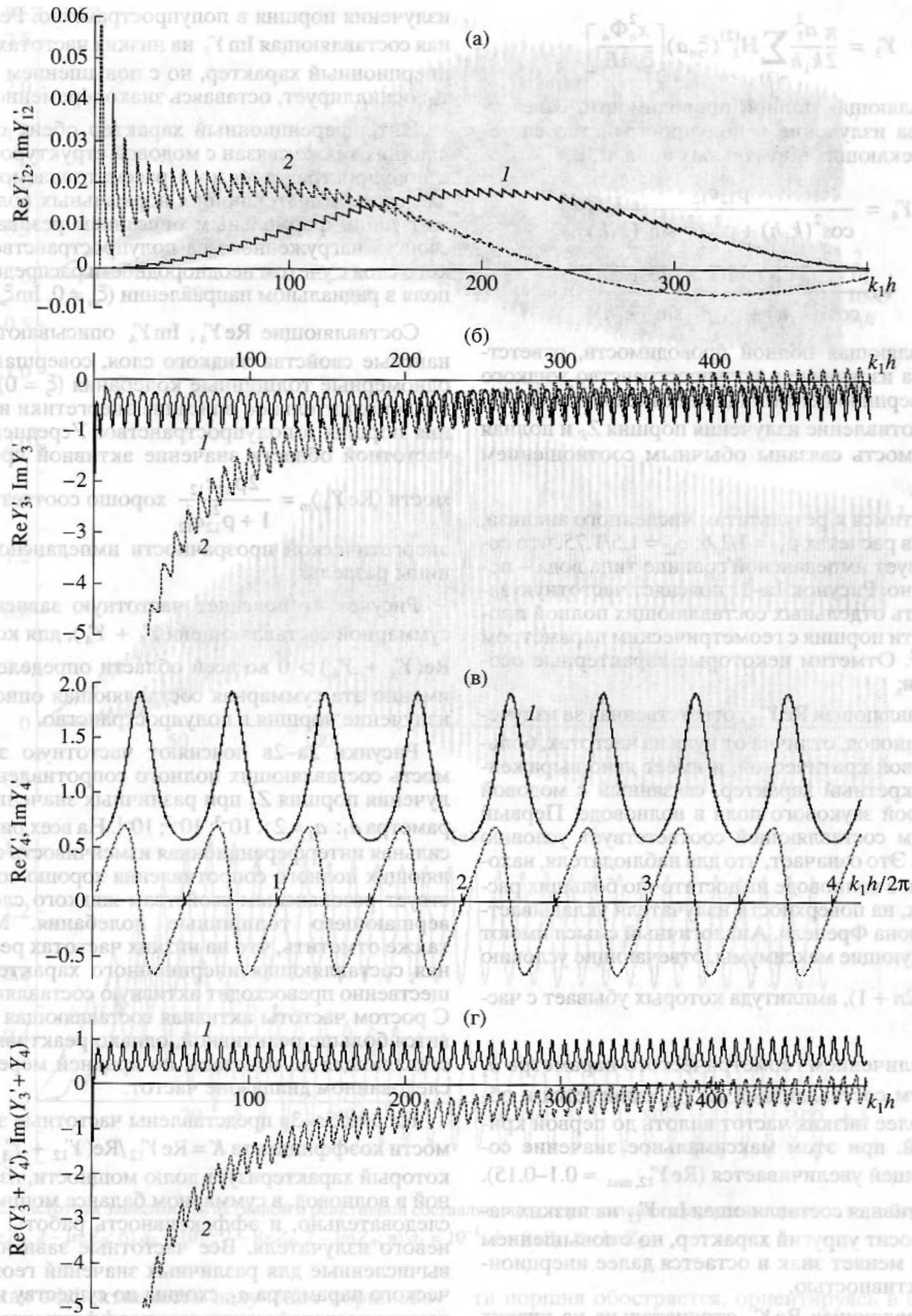

Рис. 1. Частотная зависимость активной и реактивной составляющих полной проводимости поршня, $a_1 = 10^{-2}$; а) *1* – $\mathrm{Re}\,Y'_{12}$, *2* – $\mathrm{Im}\,Y'_{12}$; б) *1* – $\mathrm{Re}\,Y'_3$, *2* – $\mathrm{Im}\,Y'_3$; в) *1* – $\mathrm{Re}\,Y'_4$, *2* – $\mathrm{Im}\,Y'_4$; г) *1* – $\mathrm{Re}(Y'_3 + Y'_4)$, *2* – $\mathrm{Im}(Y'_3 + Y'_4)$.

$$Y'_3 = \frac{\pi}{2}\frac{a_1^2}{k_1 h}\sum_{n(3)} \mathrm{H}_1^{(2)}(\xi_n a)\left[\frac{x_n^2 \Phi_n}{\xi_n a E_n}\right]$$

– составляющая полной проводимости, ответственная за излучение в полупространство системой вытекающих нормальных волн $n(3)$,

$$Y'_4 = \frac{\rho_{12} c_{12}}{\cos^2(k_1 h) + \rho_{12}^2 c_{12}^2 \sin^2(k_1 h)} + i\frac{(1-\rho_{12}^2 c_{12}^2)\sin(k_1 h)\cos(k_1 h)}{\cos^2(k_1 h) + \rho_{12}^2 c_{12}^2 \sin^2(k_1 h)}$$

– составляющая полной проводимости, ответственная за излучение в полупространство жидкого слоя, совершающего толщинные колебания ($\xi = 0$).

Сопротивление излучения поршня Z_R и полная проводимость связаны обычным соотношением $Z_R = Y_R^{-1}$.

Обратимся к результатам численного анализа, полагая в расчетах $\rho_{12} = 1/1.6$; $c_{12} = 1.5/1.75$, что соответствует импедансной границе типа вода – песчаное дно. Рисунок 1а–1г поясняет частотную зависимость отдельных составляющих полной проводимости поршня с геометрическим параметром $a_1 = 10^{-2}$. Отметим некоторые характерные особенности.

Составляющая $\mathrm{Re}\, Y'_{12}$, ответственная за излучение в волновод, отлична от нуля на частотах, больших первой критической, и имеет явно выраженный дискретный характер, связанный с модовой структурой звукового поля в волноводе. Первый максимум составляющей соответствует условию $k_1 a = \pi/2$. Это означает, что для наблюдателя, находящегося в волноводе на достаточно больших расстояниях, на поверхности излучателя укладывается одна зона Френеля. Аналогичный смысл имеют и последующие максимумы, отвечающие условию $k_1 a = \frac{\pi}{2}(2n+1)$, амплитуда которых убывает с частотой.

С увеличением геометрического параметра a_1 максимум составляющей $\mathrm{Re}\, Y'_{12}$ сдвигается в область более низких частот вплоть до первой критической, при этом максимальное значение составляющей увеличивается ($\mathrm{Re}\, Y'_{12,\,\max} \approx 0.1$–$0.15$).

Реактивная составляющая $\mathrm{Im}\, Y'_{12}$ на низких частотах носит упругий характер, но с повышением частоты меняет знак и остается далее инерционной реактивностью.

Составляющая $\mathrm{Re}\, Y'_3$ отрицательна на низких частотах и становится положительной только на достаточно высоких частотах, что означает, что система вытекающих нормальных волн не является самодостаточной для описания энергетики излучения поршня в полупространство. Реактивная составляющая $\mathrm{Im}\, Y'_3$ на низких частотах носит инерционный характер, но с повышением частоты осциллирует, оставаясь знакопеременной.

Интерференционный характер обеих составляющих также связан с модовой структурой поля в полупространстве, но в рассматриваемом случае система вытекающих нормальных волн служит лишь формальным описанием резонансных свойств нагруженного на полупространство жидкого слоя с учетом неоднородности распределения поля в радиальном направлении ($\xi_n \neq 0$, $\mathrm{Im}\,\xi_n < 0$).

Составляющие $\mathrm{Re}\, Y'_4$, $\mathrm{Im}\, Y'_4$ описывают резонансные свойства жидкого слоя, совершающего одномерные толщинные колебания ($\xi = 0$), и дают дополнительное описание энергетики излучения поршня в полупространство. Усредненное в частотной области значение активной проводимости $\langle \mathrm{Re}\, Y'_4 \rangle_\omega = \dfrac{2\rho_{12} c_{12}}{1 + \rho_{12}^2 c_{12}^2}$ хорошо соответствует энергетической прозрачности импедансной границы раздела.

Рисунок 1г поясняет частотную зависимость суммарной составляющей ($Y'_3 + Y'_4$), для которой $\mathrm{Re}(Y'_3 + Y'_4) > 0$ во всей области определения, и именно эта суммарная составляющая описывает излучение поршня в полупространство.

Рисунки 2а–2в поясняют частотную зависимость составляющих полного сопротивления излучения поршня Z_R при различных значениях параметра a_1: $a_1 = 2 \times 10^{-3}$; 10^{-2}; 10^{-1}. На всех рисунках сильная интерференционная изменчивость составляющих полного сопротивления хорошо соответствует резонансным свойствам жидкого слоя, совершающего толщинные колебания. Можно также отметить, что на низких частотах реактивная составляющая инерционного характера существенно превосходит активную составляющую. С ростом частоты активная составляющая становится больше реактивной, однако реактивная составляющая не исчезает, по крайней мере, в исследованном диапазоне частот.

На рис. 3а–3в представлены частотные зависимости коэффициента $K = \mathrm{Re}\, Y'_{12} / \mathrm{Re}(Y'_{12} + Y'_3 + Y'_4)$, который характеризует долю мощности, излученной в волновод, в суммарном балансе мощности, а следовательно, и эффективность работы поршневого излучателя. Все частотные зависимости, вычисленные для различных значений геометрического параметра a_1, сходны по существу и отличаются частотой максимума коэффициента K, которая определяется правилом Френеля. На рис. 3в, для случая $a_1 = 0.1$ хорошо видны добавочные максимумы, соответствующие нечетному числу зон Френеля на поверхности излучателя.

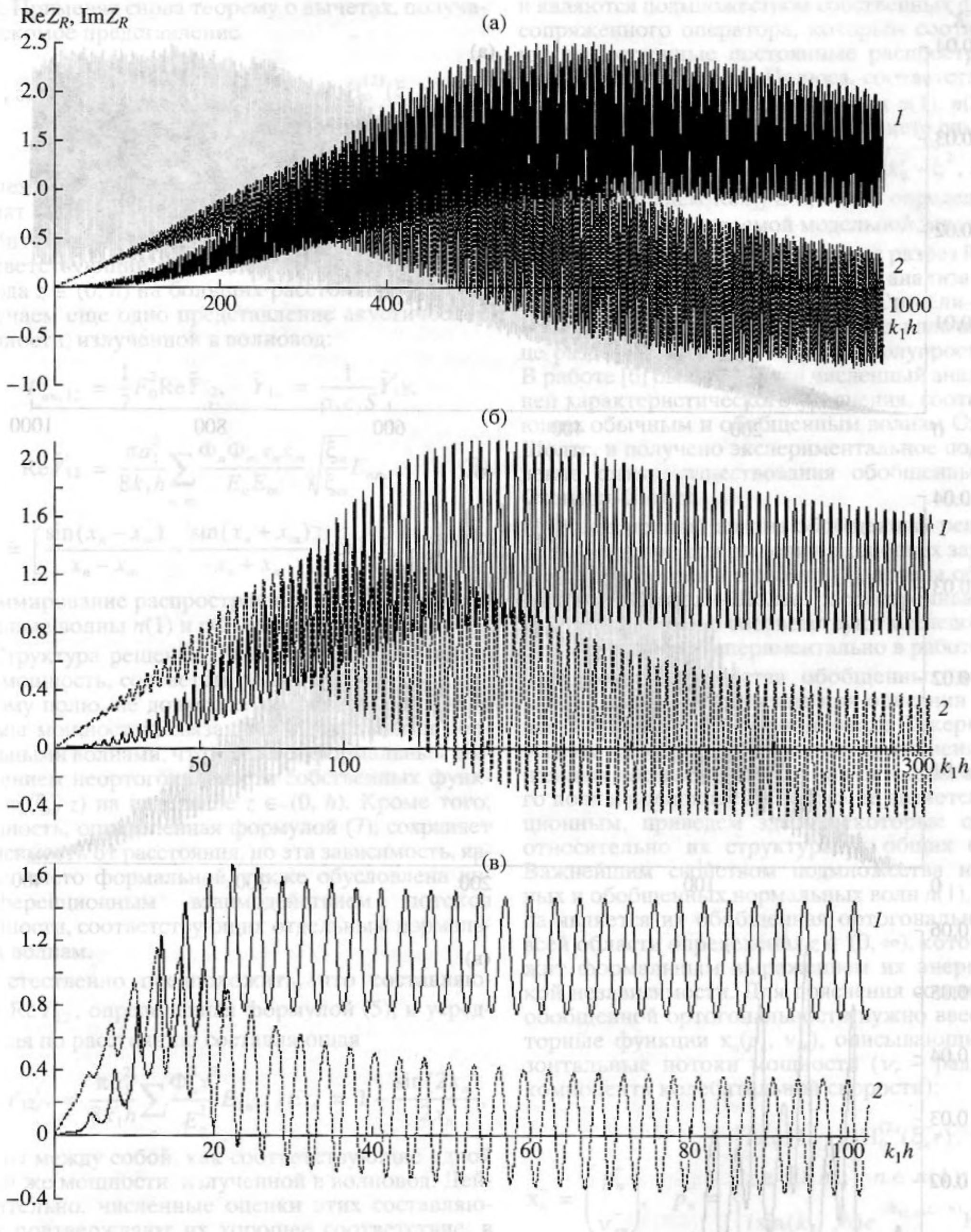

Рис. 2. Частотная зависимость активной и реактивной составляющих сопротивления излучения поршня; а) $a_1 = 2 \times 10^{-3}$; *1* – ReZ_R, *2* – ImZ_R; б) $a_1 = 10^{-2}$; *1* – ReZ_R, *2* – ImZ_R; в) $a_1 = 10^{-1}$; *1* – ReZ_R, *2* – ImZ_R.

Низкая эффективность излучения поршневого излучателя в волновод вполне понятна, так как на очень низких частотах в волноводе мало энергонесущих нормальных волн $n(1)$, $n(2)$ – типа в общем наборе нормальных волн, а на достаточно высоких частотах характеристика направленности поршня обостряется, ориентируясь в сторону дна. По этим причинам оптимальная ситуация реализуется только при условии $k_1a = \pi/2$, $(2a = \lambda/2)$.

Для анализа поля поршневого излучателя в волноводе нужно воспользоваться верхним интегралом

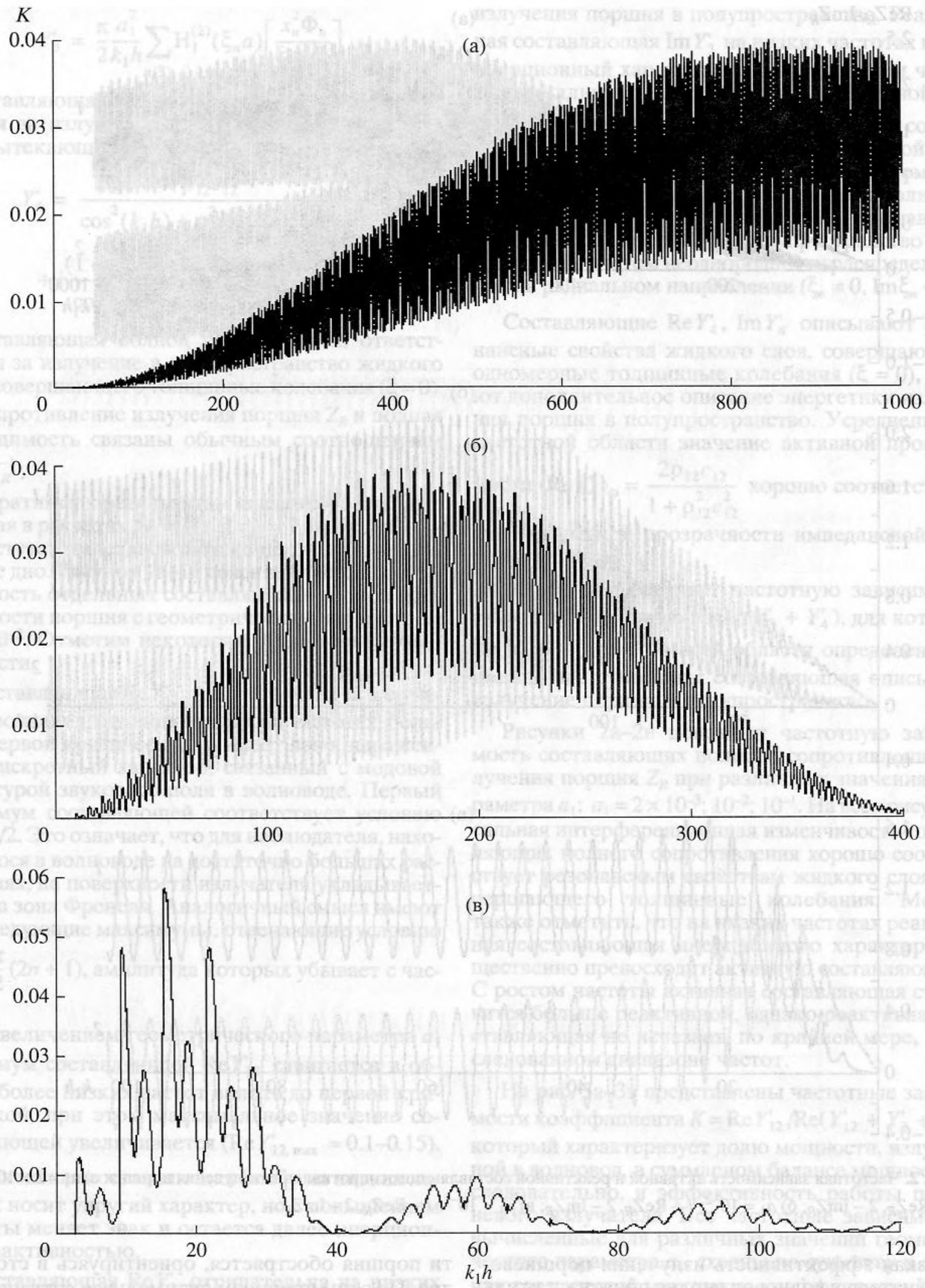

Рис. 3. Частотная зависимость коэффициента передачи K излучаемой в волновод мощности; а) $a_1 = 2 \times 10^{-3}$; б) $a_1 = 10^{-2}$; в) $a_1 = 10^{-1}$.

в (3). Применяя снова теорему о вычетах, получаем искомое представление

$$\varphi(r,z) = \frac{p_0}{\rho_1 c_1}\frac{\pi a_1^2}{4k_1}\sum_n \frac{x_n\Phi_n}{E_n}\varphi_n(\xi_n, z)\varepsilon_n \mathrm{H}_0^{(2)}(\xi_n r), \quad (6)$$

$$r > a,$$

причем в общее решение, как и в решение (4), входят нормальные волны $n(1)$, $n(2)$, $n(3)$-типов.

Интегрируя горизонтальный поток мощности, соответствующий решению (6), по сечению волновода $z \in (0, h)$ на больших расстояниях $k_1 r \gg 1$, получаем еще одно представление акустической мощности, излученной в волновод:

$$P_{ак,12} = \frac{1}{2}F_0^2 \mathrm{Re}\tilde{Y}_{12}, \quad \tilde{Y}_{12} = \frac{1}{\rho_1 c_1 S}\tilde{Y}'_{12},$$

$$\mathrm{Re}\tilde{Y}'_{12} = \frac{\pi a_1^2}{8k_1 h}\sum_{n,m}\frac{\Phi_n\Phi_m x_n x_m}{E_n E_m}\sqrt{\frac{\xi_n}{\xi_m}}E_{nm}, \quad (7)$$

$$E_{nm} = \left[\frac{\sin(x_n - x_m)}{x_n - x_m} - \frac{\sin(x_n + x_m)}{x_n + x_m}\right]\cos((\xi_n - \xi_m)r),$$

а суммирование распространяется только на нормальные волны $n(1)$ и $n(2)$-типов.

Структура решения (7) такова, что акустическая мощность, соответствующая суммарному звуковому полю, не допускает представления в виде суммы мощностей, связанных с отдельными нормальными волнами, что является формальным выражением неортогональности собственных функций $\varphi_n(\xi_n, z)$ на интервале $z \in (0, h)$. Кроме того, мощность, определенная формулой (7), сохраняет зависимость от расстояния, но эта зависимость, являясь чисто формальной, также обусловлена интерференционным взаимодействием потоков мощности, соответствующих отдельным нормальным волнам.

Естественно предположить, что составляющая $\mathrm{Re}\,Y'_{12}$, определенная формулой (5), и усредненная по расстоянию составляющая

$$\langle \mathrm{Re}\tilde{Y}_{12}\rangle_r = \frac{\pi a_1^2}{8k_1 h}\sum_n \frac{\Phi_n^2 x_n^2}{E_n^2}E_{1n}, \quad E_{1n} = 1 - \frac{\sin(2x_n)}{2x_n},$$

равны между собой, как соответствующие одной и той же мощности, излученной в волновод. Действительно, численные оценки этих составляющих подтверждают их хорошее соответствие, в связи с чем уместна следующая трактовка обобщенных нормальных волн.

Известно, что оператор, соответствующий граничной задаче (1), не является самосопряженным. Это означает, что для полного описания звукового поля в волноводе Пекериса нужно рассмотреть еще и сопряженную с (1) граничную задачу и соответствующий ей сопряженный оператор. Обобщенные нормальные волны семейства $n(2)$ как раз и являются подмножеством собственных функций сопряженного оператора, которым соответствуют вещественные постоянные распространения ($\mathrm{Im}\xi_n = 0$, $\mathrm{Im}k_{32,n} > 0$). Полюса, соответствующие полному набору нормальных волн $n(1)$, $n(2)$, $n(3)$-типов, располагаются на верхнем листе римановой поверхности для радикала $k_{32} = \sqrt{k_2^2 - \xi^2}$, определенном условием $\mathrm{Re}k_{32} \geq 0$, что и определяет его выбор в рассматриваемой модельной задаче.

Следует отметить, что впервые разрез $\mathrm{Re}k_{32} = 0$ был использован в работе [5] для анализа корней характеристического уравнения Стонели–Шолте, определяющего тип поверхностных волн на границе раздела жидкого и твердого полупространств. В работе [6] был выполнен численный анализ корней характеристического уравнения, соответствующих обычным и обобщенным волнам Стонели–Шолте, и получено экспериментальное подтверждение факта существования обобщенных волн Стонели–Шолте.

Более полный анализ обобщенных решений и их применение при решении различных задач акустики рассмотрены в работе [7], а типы обобщенных волн Стонели–Шолте, рассмотренные в этой работе, полностью соответствуют исследованным теоретически и экспериментально в работе [6].

Некоторые свойства обобщенных нормальных волн и их применение при описании работы направленных антенн в волноводе Пекериса приведены в работе [2]. Поскольку применение обобщенных нормальных волн при описании звукового поля в волноводе Пекериса не является традиционным, приведем здесь некоторые сведения относительно их структуры и общих свойств. Важнейшим свойством подмножества нормальных и обобщенных нормальных волн $n(1)$, $n(2)$-типа является их обобщенная ортогональность во всей области определения $z \in (0, \infty)$, которая служит формальным выражением их энергетической независимости. Для пояснения соотношений обобщенной ортогональности нужно ввести векторные функции $\mathbf{x}_n(p_n, \mathrm{v}_{rn})$, описывающие горизонтальные потоки мощности (v_r – радиальная компонента колебательной скорости):

$$\mathbf{x}_n^- = \begin{pmatrix} p_n^- \\ v_{rn}^- \end{pmatrix}, \quad p_n^- = \begin{cases} i\sin(k_{31,n}z)\mathrm{H}_0^{(2)}(\xi_n^- r), \\ z \in (0,h), \quad n \in n(1); \\ i\sin(k_{31,n}h)e^{-ik_{32,n}(z-h)}\mathrm{H}_0^{(2)}(\xi_n^- r), \\ z \in (h,\infty), \quad \mathrm{Im}k_{32,n} < 0; \end{cases} \quad (8)$$

$$\mathbf{v}_{rn}^- = \begin{cases} \xi_n^-\sin(k_{31,n}z)\mathrm{H}_1^{(2)}(\xi_n^- r), \\ z \in (0,h), \quad n \in n(1); \\ \rho_{12}\xi_n^-\sin(k_{31,n}h)e^{-ik_{32,n}(z-h)}H_1^{(2)}(\xi_n^- r), \\ z \in (h,\infty), \quad \mathrm{Im}k_{32,n} < 0; \end{cases}$$

$$\mathbf{x}_n^+ = \begin{pmatrix} p_n^+ \\ v_{rn}^+ \end{pmatrix},$$

$$p_n^+ = \begin{cases} i\sin(k_{31,n}z)\mathrm{H}_0^{(2)}(\xi_n^+ r), \\ z \in (0,h), \quad n \in n(2); \\ i\sin(k_{31,n}h)e^{-ik_{32,n}(z-h-L)}\mathrm{H}_0^{(1)}(\xi_n^+ r), \\ z \in (h,\infty), \quad L \longrightarrow \infty, \quad \mathrm{Im}k_{32,n} > 0; \end{cases} \tag{9}$$

$$\mathbf{v}_{rn}^+ = \begin{cases} \xi_n^+ \sin(k_{31,n}z)\mathrm{H}_1^{(2)}(\xi_n^+ r), \\ z \in (0,h), \quad n \in n(2); \\ \rho_{12}\xi_n^+ \sin(k_{31,n}h)e^{-ik_{32,n}(z-h-L)}H_1^{(1)}(\xi_n^+ r), \\ z \in (h,\infty), \quad L \longrightarrow \infty, \quad \mathrm{Im}k_{32,n} > 0; \end{cases}$$

В принятых обозначениях соотношения обобщенной ортогональности нормальных волн $n(1)$, $n(2)$-типа имеют канонический вид

$$(\mathbf{x}_n, N\mathbf{x}_m) = E_n\delta_{nm}, \tag{10}$$

где $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ – матричный оператор перестановки, δ_{nm} – символ Кронекера, $(n, m) \in n(1) \cup n(2)$.

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\pi r}{2h}\int_0^\infty \left(\sum_i x_i y_i^*\right)dz, \quad i = 1, 2.$$

С учетом (10), полная мощность, переносимая нормальными волнами $n(1)$, $n(2)$-типа в горизонтальном направлении, дается выражением

$$P_{ак,12} = \frac{1}{2}(p_0 S)^2 \mathrm{Re}Y_{12} = \frac{1}{2}\frac{p_0^2 S}{\rho_1 c_1}\frac{\pi a_1^2}{8k_1 h}\sum_{\substack{n(1)\\n(2)}}^{N^+ + N^-}\frac{x_n^2}{E_n}\Phi_n^2,$$

в котором проводимость $\mathrm{Re}Y'_{12}$ полностью совпадает с определением (5), а сама мощность распалась на сумму составляющих, соответствующих отдельным нормальным (обобщенным нормальным) волнам. Мощность (нормированная) каждой нормальной волны или норма соответствующей вектор-функции $\mathbf{x}_n$ определяется выражением

$$E_n = E_{1n} \pm E_{2n}, \quad E_{1n} = 1 - \frac{\sin(2x_n)}{2x_n},$$

$$E_{2n} = \rho_{12}\frac{\sin^2 x_n}{\alpha_n h}, \quad k_{32,n} = \mp i\alpha_n, \quad \alpha_n > 0,$$

где верхние знаки относятся к нормальным волнам $n(1)$-типа, а нижние – к обобщенным нормальным волнам $n(2)$-типа. Составляющие потока мощности $\pm E_{2n}$ соответствуют неоднородным волнам, которые продолжают поле нормальной волны из волновода в полупространство, причем, для нормальных волн $n(1)$-типа это продолжение является непрерывным (регулярным) по давлению и нормальной компоненте колебательной скорости, а для обобщенных нормальных волн – непрерывным только по импедансу, но разрывным (обобщенным) – по давлению и нормальной компоненте колебательной скорости.

В суммарном поле нормальных волн составляющие потока мощности $\pm E_{2n}$ в полупространстве практически полностью компенсируются, а усредненная по расстоянию мощность, переносимая через поперечное сечение волновода $z \in (0, h)$, хорошо соответствует мощности, переносимой через поперечное сечение $z \in (0, \infty)$ системы слой – полупространство. Точное и приближенное соотношения между этими величинами дается равенствами

$$\langle \mathrm{Re}\tilde{Y}_{12}\rangle_r = \mathrm{Re}Y'_{12} +$$

$$+ \frac{\pi a_1^2}{8k_1 h}\left(\sum_{n(2)}^{N^+}\frac{\Phi_n^2 x_n^2}{E_n^2}E_{2n} - \sum_{n(1)}^{N^-}\frac{\Phi_n^2 x_n^2}{E_n^2}E_{2n}\right) \approx \mathrm{Re}Y'_{12},$$

в котором потоки мощности в нижнем полупространстве компенсируются тем лучше, чем больше нормальных (обобщенных нормальных) волн в волноводе.

Описание энергетики нормальных волн только подмножеством волн $n(1)$-типа не является достаточным, поскольку нескомпенсированные потоки мощности E_{2n} в нижнем полупространстве не имеют физического смысла – мощность источника, находящегося в волноводе, невозможно передать через границу раздела с реактивным входным импедансом при углах падения, больших критического.

Оценивая работу поршневого излучателя в целом, можно отметить его низкую эффективность. Оптимальным, с точки зрения излучения в волновод, является излучатель, габаритный размер которого равен половине длины волны на первой критической частоте волновода $\omega_{кр,1}$, при этом $a_{1,опт} = 0.57$; $(k_1 h)_{кр,1} = 2.74$; $K_{\max} = 0.15$. Для излучателя произвольных размеров эффективность излучения в волновод еще ниже и оценивается величиной $K = (3–5)\%$. При повышении отражающей способности импедансной границы вода – морское дно эффективность работы поршневого излучателя соответственно увеличивается, а для скальных грунтов коэффициент K увеличивается в 2.0–2.5 раза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Злобина Н.В., Касаткин Б.А., Стаценко Л.Г.* Вертикальная цилиндрическая антенна в волноводе Пекериса // Доклады VIII школы-семинара акад.

Л.М. Бреховских. Акустика океана. М.: Геос, 2000. С. 118–121.

2. *Касаткин Б.А., Стаценко Л.Г.* Энергетические и полевые характеристики акустических антенн в волноводах. Владивосток: Дальнаука, 2000. 265 с.

3. *Лапин А.Д.* Импеданс излучения поршня в волноводе // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 3. С. 427–429.

4. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1957. 502 с.

5. *Ansell J.H.* The roots of the Stoneley wave equation for liquid-solid interfaces // Pure Appl. Geophys. 1972. V. 194. P. 172–188.

6. *Padilla F., de Billy M., Quentin G.* Theoretical and experimental studies of surface waves on solid-fluid interfaces when the value of the fluid sound velicity is located between the shear and the longitudinal ones in the solid // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 106. № 2. P. 666–673.

7. *Касаткин Б.А., Злобина Н.В.* Неклассическое решение классических задач акустики. Владивосток: Дальнаука, 2000. 159 с.

Piston-Type Radiator in a Soft Screen in the Pekeris Waveguide

N. V. Zlobina and B. A. Kasatkin

Abstract—A model problem is considered for a radiator in the form of a circular disk with a given pressure jump at its surface. The radiator is inserted in a soft screen coinciding with the upper boundary of the Pekeris waveguide. A series expansion of the sound field in normal modes is obtained. A numerical analysis of the radiation impedance and its components that are responsible for the radiation into the waveguide and into the halfspace is carried out.